

Theoretical Research on Tortuosity of Coal Based on the Matchstick Model

Ang Liu, Yantao Huang, Yifeng Jiang

China University of Mining and Technology (Beijing), Beijing
Email: lazhpu@126.com

Received: Jun. 16th, 2016; accepted: Jun. 30th, 2016; published: Jul. 5th, 2016

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

In order to research the structure characteristics of pores and fissures and seek the related characterization parameter of coal, this article based on the ideal matchstick model, combined the Darcy equation and the modified Poiseuille equation and deduced the theoretical expression of tortuosity applicable to coal through strict theoretical derivation. Then the modified expression of tortuosity was deduced in reference of the initial tortuosity, at the same time, we got a calculation method of initial tortuosity by combing the Klinkenberg coefficient. The research results provide a feasible method for calculating the related parameters representing the features of pores and fissures, and have positive effect.

Keywords

Porous Media, Tortuosity of Coal, Initial Tortuosity, Klinkenberg Coefficient, Modified Tortuosity

基于火柴棍模型的煤体迂曲度理论研究

刘 昂, 黄艳涛, 蒋一峰

中国矿业大学(北京)资源与安全工程学院, 北京
Email: lazhpu@126.com

收稿日期: 2016年6月16日; 录用日期: 2016年6月30日; 发布日期: 2016年7月5日

摘 要

为了更好的研究煤体孔裂隙结构特征以及求取相关表征参数, 本文基于理想的火柴棍模型, 结合达西定

律和修正的泊谔叶方程, 经过严格的理论推导, 得到了适用于煤体的迂曲度理论表达式, 并以初始迂曲度为参考推导了迂曲度的修正式, 同时结合Klinkenberg系数给出了一种初始迂曲度的计算方法。研究结果为求取表征煤体孔裂隙特征的相关参数提供了可行的方法, 具有一定积极意义。

关键词

多孔介质, 煤体迂曲度, 初始迂曲度, Klinkenberg系数, 修正迂曲度

1. 引言

迂曲度是研究多孔介质孔隙结构的重要参数之一, 本文所述的迂曲度根据 Bear, J [1]的定义, 迂曲度为渗流通道的实际长度与渗流介质的表观长度的比值, 通常表示为 $\tau = L_s/L$, 其中, L_s 为弯曲毛细管的实际长度, L 为毛细管的表观长度。关于多孔介质迂曲度的计算和处理方法已多有研究, Christopher [2] 通过实验得到了迂曲度经验值 25/12, Wu [3] 等在处理迂曲度时即采用了数值 25/12。Yu [4] 等通过建立几

何模型, 推导出了多孔介质平均迂曲度的计算方法,
$$\tau = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{2\sqrt{1-\phi}} + \sqrt{1-\phi} \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{1-\phi}} - 1\right)^2 + \frac{1}{4}}}{1 - \sqrt{1-\phi}} \right] \text{。Plessis}$$

[5] 等通过理论推导和实验验证, 得到了迂曲度的计算式, $\tau = \phi / [1 - (1 - \phi)^{2/3}]$ 。Liu [6] 等基于多孔介质中稳定不可压缩流推导出了迂曲度的一种计算式, $\tau = 1/\phi^{0.5}$ 。Tang [7] 在推导多孔介质阻力模型过程中, 将迂曲度处理为 $\tau = 1/\phi$ 。彭安兰 [8] 由单根毛细管出发, 提出了用毛管压力资料计算迂曲度的方法。李瑞琪 [9] 依据压汞资料和动态资料首先计算出平均孔隙半径, 进而计算出了迂曲度。吕道平 [10] 根据水力学迂曲度因子的定义以及迂曲度因子与多孔介质中孔隙半径、孔隙度、渗透率的关系, 提出了一种利用气测岩心渗透率求取岩心水力学迂曲度因子的方法。通过分析国内外的研究发现, 迂曲度的计算方法大部分是针对广义多孔介质而提出的, 部分学者将其引入到岩石, 油气藏领域。煤体属于孔裂隙同时发育的多孔介质, 煤体迂曲度作为表征煤体内部复杂孔裂隙结构特征的一个基本参数却鲜有研究。笔者基于理想的火柴棍模型, 结合流体力学的相关理论, 推导了煤体迂曲度的理论计算式, 同时提出了修正迂曲度表达式, 并在实验室条件下结合 Klinkenberg 系数给出了初始迂曲度的详细计算方法, 最后基于合理假设给出了一种迂曲度的近似处理方法。

2. 理论推导

2.1. 煤体迂曲度理论表达式

煤属于多孔介质, 火柴棍模型(图 1)是研究煤层瓦斯渗流的经典模型(Ma Q [11]; Seidle J [12]; Gu F G [13]), 火柴棍模型假设煤基质完全被节理割裂, 彼此不相连。本文的推导过程基于以下假设: (1) 瓦斯在煤层中发生单向流动, 不发生逆流现象; (2) 瓦斯在煤层中的流动属于低雷诺数层流运动, 符合达西定律; (3) 不考虑煤层瓦斯运移过程中的吸附膨胀和基质收缩效应; (4) 瓦斯流动过程中温度保持不变; (5) 瓦斯运移方向平行于节理面; (6) 煤层均质且各向同性。

根据 Reiss [14], 如裂隙示意图 2 所示(b, l, L 分别定义为裂隙的宽度, 高度和长度), 基于修正的 Poiseuille 方程,

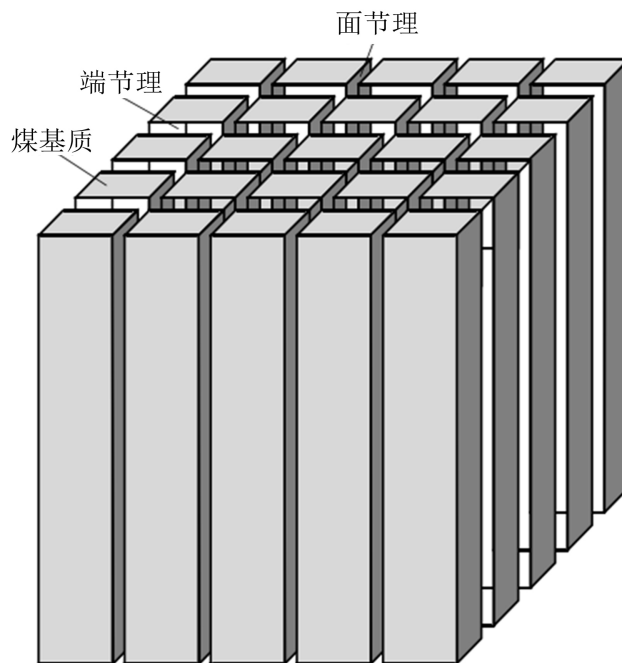


Figure 1. The model of matchstick
图 1. 火柴棍模型

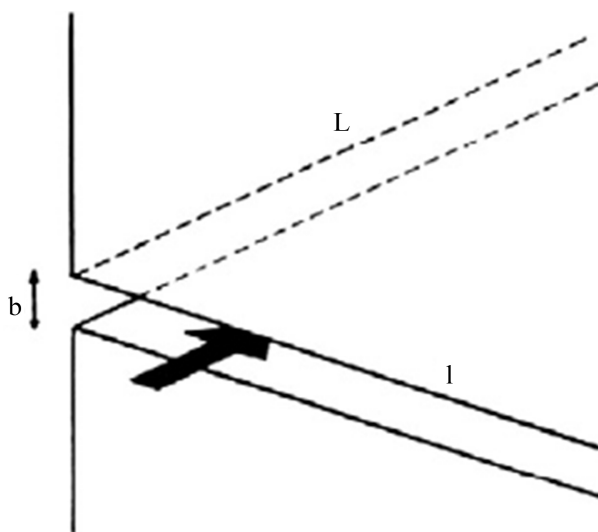


Figure 2. Schematic diagram of fracture
图 2. 裂隙示意图

$$q = \frac{b^3 l \Delta p}{12 \mu L_s} = \frac{b^3 l \Delta p}{12 \mu \tau L} \quad (1)$$

式中： q 为煤体瓦斯流量； Δp 为压差； μ 为瓦斯的动力粘度； L_s 为裂隙的实际长度； L 为煤样表观长度； τ 为煤体裂隙的迂曲度，且有 $\tau = L_s/L$ 。

根据煤层瓦斯流动符合达西定律有

$$Q = \frac{KA \Delta p}{\mu L} \quad (2)$$

式中： Q 为煤体端面瓦斯流量； K 为煤体渗透率； Δp 为压差； A 为煤体端面面积； μ 为瓦斯的动力粘度； L 为煤样长度。

联立式(1)(2)，可得

$$\frac{KA\Delta p}{\mu L} = \frac{b^3 l \Delta p}{12\mu\tau L} \quad (3)$$

根据面孔隙率定义有，

$$\phi = \frac{bl}{A} \quad (4)$$

由(3)和(4)可得

$$K = \frac{\phi b^2}{12\tau} \quad (5)$$

将方程(5)变形可得

$$\tau = \frac{b^2 \phi}{12K} \quad (6)$$

式(6)即为煤体迂曲度的理论计算式， τ 为无量纲量。

2.2. 煤体迂曲度修正式

分析煤体迂曲度的理论计算式可知，煤体迂曲度受裂隙宽度，煤体渗透率和孔隙率的影响。瓦斯渗流过程中，煤体孔隙率和渗透率均是动态变化的量[15]-[19]，因此，煤体迂曲度也应是动态变化的。为了更好的分析煤体迂曲度的变化规律，以初始迂曲度为基准，通过某个状态下的迂曲度与初始迂曲度的比值来修正煤体的迂曲度。首先定义初始迂曲度为：

$$\tau_0 = \frac{b_0^2 \phi_0}{12K_0} \quad (7)$$

b_0 ， ϕ_0 ， K_0 分别是初始条件(通常初始条件下有效应力为 0)下煤体的裂隙宽度，孔隙率和渗透率。

根据上节所得的煤体迂曲度理论计算式(6)，可将修正迂曲度表示为，

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{b^2 \phi K_0}{K b_0^2 \phi_0} \quad (8)$$

基于常用假设，在有效应力变化过程中，煤体的裂隙高度可近似处理为 $l \approx l_0$ ，

因此式(8)可变形为

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{b^2 \phi K_0}{K b_0^2 \phi_0} = \frac{K_0 \phi b^2}{K \phi_0 b_0^2} \approx \frac{K_0 \phi (bl)^2}{K \phi_0 (b_0 l_0)^2} \quad (9)$$

根据 Palmer [20]有

$$\frac{K}{K_0} = \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^3 \quad (10)$$

将式(4)(10)代入式(9)

则式(9)可化简为

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \left(\frac{A}{A_0} \right)^2 \quad (11)$$

式中 A_0 为初始条件下的煤体端面面积，且 $A_0 = b_0 l_0$ 。

从而得到了迂曲度基于初始迂曲度的修正式(11),不同状态下迂曲度的变化可通过煤体截面积的变化来表征。因此,煤体在某个状态下的迂曲度可以通过初始迂曲度和煤体截面积的变化率求取。

2.3. 初始迂曲度计算方法

基于修正迂曲度,为得到某个状态下的煤体迂曲度,需要知道初始迂曲度的大小。回归到初始迂曲度的理论计算式(7),实验室条件下煤体的渗透率和孔隙率较易测得,煤体裂隙宽度不易测得,但裂隙宽度可以通过 Klinkenberg 系数间接求出。大量研究发现[21]-[26],低孔隙压力条件下,瓦斯渗流过程中将会出现 Klinkenberg 效应,即有 Klinkenberg 方程[27]

$$K_g = K \left(1 + \frac{k^*}{P} \right) \quad (12)$$

式中: K_g 为考虑克氏效应的渗透率; K 为瓦斯的绝对渗透率; k^* 为 Klinkenberg 系数; P 为平均气体压力,通常取为 $P = \frac{P_1 + P_2}{2}$, P_1 、 P_2 分别为进出口气体压力。

学者 Randolph D J [28], Ertekin T [29]给出了 Klinkenberg 系数的计算式

$$k^* = \frac{16c\mu}{b} \sqrt{\frac{2RT}{\pi M}} \quad (13)$$

式中: c 为常数(通常取为 0.9); b 为裂隙宽度; μ 为瓦斯的动力粘度; R 为理想气体常数; T 为绝对温度; M 为瓦斯的分子质量。

根据式(12),在不同的平均气体压力条件下,克氏渗透率和平均气体压力倒数之间存在线性关系,如图 3。实验室条件下,可将实验中测得的渗透率,进出口压力数据处理后进行线性回归分析,并通过拟合直线的截距和斜率计算出 Klinkenberg 系数。求得 Klinkenberg 系数后,可根据式(13)得到裂隙宽度的计算式

$$b = \frac{16c\mu}{k^*} \sqrt{\frac{2RT}{\pi M}} \quad (14)$$

将(14)代入(7),有

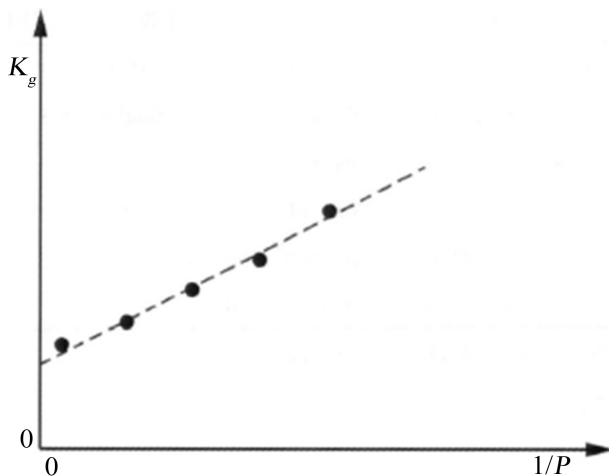


Figure 3. Scheme of solving slip factor

图 3. Klinkenberg 系数求解示意图

$$\tau_0 = \frac{128\phi_0 c^2 \mu^2 RT}{3\pi MK_0 k^{*2}} \quad (15)$$

式(15)即为初始迂曲度的计算方法, 计算所需参数均可通过常规的渗流实验设备得到。

3. 结论与认识

本文基于理想的火柴棍模型, 结合达西定律和修正的泊谟叶方程, 经过严格的理论推导, 得到了适用于煤体的迂曲度理论表达式。鉴于实验室条件有限, 同时瓦斯运移过程中伴有吸附膨胀和基质收缩效应, 笔者仅在理论上推导和分析了所得结论, 并引用前人的实验数据加以证实, 得到了如下结论:

(1) 基于修正的泊谟叶方程和达西定律, 得到了煤体迂曲度理论表达式, 煤体迂曲度受裂隙宽度, 孔隙率和渗透率的影响。

(2) 煤体迂曲度在实际条件下是一个动态变化的量, 以初始迂曲度为标准, 得到了修正迂曲度的表达式, 分析得到修正迂曲度与煤体的截面积存在一定的比例关系。

(3) 在实验室条件下, 通过线性拟合计算得到了 Klinkenberg 系数, 从而间接的计算出了裂隙宽度, 进而得到了一种初始迂曲度的计算方法。

参考文献 (References)

- [1] Bear, J. (1972) Dynamics of Fluids in Porous Media. Elsevier, New York.
- [2] Christopher, R.H. and Middleman, S. (1965) Power Law Flow through a Packed Tube. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, **4**, 422-426. <http://dx.doi.org/10.1021/i160016a011>
- [3] Wu, J.S. and Yu, B.M. (2007) A Fractal Resistance Model for Flow through Porous Media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **50**, 3925-3932. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.02.009>
- [4] Yu, B.M. and Li, J.H. (2004) A Geometry Model for Tortuosity of Flow Path in Porous Media. *Chinese Physics Letters*, **21**, 1569-1571. <http://dx.doi.org/10.1088/0256-307X/21/8/044>
- [5] Du Plessis, J.P. (1994) Analytical Quantification of Coefficients in the Ergun Equation for Fluid Friction in a Packed Bed. *Transport in Porous Media*, **16**, 189-207. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00617551>
- [6] Liu, S., Afacan, A. and Masliyah, J. (1994) Steady Incompressible Laminar Flow in Porous Media. *Chemical Engineering Science*, **49**, 3565-3586. [http://dx.doi.org/10.1016/0009-2509\(94\)00168-5](http://dx.doi.org/10.1016/0009-2509(94)00168-5)
- [7] Tang, G.H. and Lu, Y.B. (2014) A Resistance Model for Newtonian and Power-Law Non-Newtonian Fluid Transport in Porous Media. *Transport in Porous Media*, **104**, 435-449. <http://dx.doi.org/10.1007/s11242-014-0342-3>
- [8] 彭安兰, 蒋明煊. 用毛管压力资料计算迂曲度的方法探讨[J]. 石油勘探与开发, 1986(1): 55-59.
- [9] 李瑞琪, 毛伟, 吉庆生. 迂曲度计算方法[J]. 试验研究, 2012, 31(5): 41.
- [10] 吕道平. 多孔介质中水力学迂曲度因子的求取及应用[J]. 新疆石油地质, 2000, 21(6): 515-517.
- [11] Ma, Q., Harpalani, S. and Liu, S.M. (2011) A Simplified Permeability Model for Coalbed Methane Reservoirs Based on Matchstick Strain and Constant Volume Theory. *International Journal of Coal Geology*, **85**, 43-48. <http://dx.doi.org/10.1016/j.coal.2010.09.007>
- [12] Seidle, J., Jeansonne, M. and Erickson, D. (1992) Application of Matchstick Geometry to Stress Dependent Permeability in Coals. *Proceedings of the SPE Rocky Mountain Regional Meeting*, Casper, Wyoming, 18-21 May 1992, Document ID: SPE-24361-MS. <http://dx.doi.org/10.2118/24361-MS>
- [13] Gu, F.G. and Chalaturny, K.R. (2010) Permeability and Porosity Models Considering Anisotropy and Discontinuity of Coalbeds and Application in Coupled Simulation. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, **74**, 113-131. <http://dx.doi.org/10.1016/j.petrol.2010.09.002>
- [14] Reiss, L.H. (1980) The Reservoir Engineering Aspects of Fractured Formations. Editions Technip, France.
- [15] Wang, K., Zang, J., Wang, G.D. and Zhou, A.T. (2014) Anisotropic Permeability Evolution of Coal with effective Stress Variation and Gas Sorption: Model Development and Analysis. *International Journal of Coal Geology*, **130**, 53-65. <http://dx.doi.org/10.1016/j.coal.2014.05.006>
- [16] 尹光志, 李铭辉, 李生舟, 等. 基于含瓦斯煤岩固气耦合模型的钻孔抽采瓦斯三维数值模拟[J]. 煤炭学报, 2013, 38(4): 535-541.

- [17] 魏建平, 秦恒洁, 王登科, 等. 含瓦斯煤渗透率动态演化模型[J]. 煤炭学报, 2015, 40(7): 1555-1561.
- [18] 陈金刚, 徐平, 赖永星. 煤储层渗透率动态变化效应研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(8): 2512-2516.
- [19] 邓泽, 康永尚, 刘洪林, 等. 开发过程中煤储层渗透率动态变化特征[J]. 煤炭学报, 2009, 4(7): 947-951.
- [20] Palmer, I. and Mansoori, J. (1998) How Permeability Depends on Stress and Pore Pressure in Coalbeds: A New Model. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, **1**, 539-544. <http://dx.doi.org/10.2118/52607-PA>
- [21] 林柏泉. 含瓦斯煤体渗透率的探讨[J]. 煤矿安全, 1988(12): 15-20.
- [22] 周世宁, 林柏泉. 煤层瓦斯赋存与流动理论[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1997.
- [23] 曹树刚, 李勇, 郭平, 等. 瓦斯压力对原煤渗透特性的影响[J]. 煤炭学报, 2010, 35(4): 595-599.
- [24] 王登科, 刘建, 尹光志, 等. 突出危险煤渗透性变化的影响因素探讨[J]. 岩土力学, 2010, 31(11): 3469-3474.
- [25] 王登科, 魏建平, 付启勇, 等. 基于 Klinkenberg 效应影响的煤体瓦斯渗流规律及其渗透率计算方法[J]. 煤炭学报, 2014, 39(10): 2030-2036.
- [26] Wu, Y.S., Pruess, K. and Persoff, P. (1998) Gas Flow in Porous Media with Klinkenberg Effects. *Transport in Porous Media*, **32**, 117-137. <http://dx.doi.org/10.2118/52607-PA>
- [27] Klinkenberg, L.J. (1941) The Permeability of Porous Media to Liquid and Gases. *API 11th Mid Year Meeting, API Drilling and Production Practice*, Tulsa, May 1941, 200-213.
- [28] Randolph, P.L., Soeder, D.J. and Chowdiah, P. (1984) Porosity and Permeability of Tight Sands. *SPE/DOE/GRI Unconventional Gas Recovery Symposium*, Pittsburgh, 13-15 May 1984, SPE 12836.
- [29] Ertekin, T., King, G.A. and Schwerer, F.C. (1986) Dynamic Gas Slippage: A Unique Dual-Mechanism Approach to the Flow of Gas in Tight Formations. *SPE Formation Evaluation*, **1**, 43-52. <http://dx.doi.org/10.2118/52607-PA>

再次投稿您将享受以下服务:

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>