

# Tool Path Planning for High Speed Milling of Sculpture Surface with Toroidal Cutter

Hang Liu<sup>1</sup>, Meiyu Liu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Changchun Railway Vehicles CO., Ltd., Changchun

<sup>2</sup>FAW-Volkswagen Automotive CO., Ltd., Changchun

Email: liu124891381@sina.com

Received: May 9<sup>th</sup>, 2013; revised: May 24<sup>th</sup>, 2013; accepted: Jun. 3<sup>rd</sup>, 2013

Copyright © 2013 Hang Liu, Meiyu Liu. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

**Abstract:** Based on the topology and parameters of tool path planning, this paper presents a new method to plan tool path in high-speed machining. It considers both the conditions of maximum cutting efficiency and average machine width. So, the dependence between two adjacent tool paths is greatly reduced. And the magnified errors can be avoided effectively, which play more advantages in five-axis CNC machining.

**Keywords:** High-Speed Milling; Sculpture Surface; Toroidal Cutter; Tool Path Planning

## 环形刀铣削复杂曲面路径规划

刘 航<sup>1</sup>, 刘美余<sup>2</sup>

<sup>1</sup>长春轨道客车股份有限公司, 长春

<sup>2</sup>一汽 - 大众汽车有限公司, 长春

Email: liu124891381@sina.com

收稿日期: 2013 年 5 月 9 日; 修回日期: 2013 年 5 月 24 日; 录用日期: 2013 年 6 月 3 日

**摘 要:** 根据路径的拓扑结构和参数, 从算法简单程度、计算量、效率及加工精度等方面, 分析了国内外现有的数控加工刀具路径规划的方法及优缺点, 结合环形刀及被加工曲面的局部几何特征, 提出了一种新的刀具路径规划方法。并通过仿真实验证明, 此方法在加工复杂曲面时, 能够充分发挥五轴数控加工的优势, 大大减小相邻路径间的依赖性, 有效地避免误差叠加和放大的缺点。

**关键词:** 高速铣削; 复杂曲面; 环形刀; 路径规划

### 1. 引言

在五轴数控加工中, 每条刀具轨迹的生成都是路径的拓扑结构和路径参数共同决定的<sup>[1]</sup>, 理想的刀具路径应在整个曲面产生均匀分布的残留高度<sup>[2]</sup>。残留高度的大小, 直接影响表面的加工精度, 延长加工时间, 降低加工效率; 增大残留高度可以有效地提高加工效率, 但是表面精度相对较低。

目前刀具路径规划过程中, 常用的方法有等参数

线法、截面线法、等残留高度法、曲率匹配法、C 空间法和多面体法<sup>[3-8]</sup>。以上方法是由被加工曲面的边界线生成相应的初始刀具路径, 继而运用迭代法生成相邻刀具轨迹, 新刀具路径的生成对前一条刀具路径具有很大的依赖性, 因此, 在实际加工过程中误差被迭代放大, 最终影响被加工曲面的加工精度。本文考虑环形刀曲面和被加工曲面的局部几何特征, 结合五轴数控加工的优势, 根据刀触点区域形成的加工势场的

特点, 提出了一种新的刀具路径规划方法。

## 2. 局部铣削曲面模型的建立

### 2.1. 环形刀局部特性分析

根据 APT(Automatically Programmed Tools)的定义<sup>[9]</sup>, 环形刀的轮廓线可以表示为:

$$\begin{aligned} & \psi_C^{APT}(\varphi, \phi, a_1, a_2, a_3) \\ &= \begin{bmatrix} (a_1 R_1 + a_2 R_2 \sin \phi + a_3 L \tan \beta_2) \cos \varphi \\ (a_1 R_1 + a_2 R_2 \sin \phi + a_3 L \tan \beta_2) \sin \varphi \\ a_1 R_1 \tan \beta_1 + a_2 R_2 (1 - \cos \phi) + a_3 L \\ 1 \end{bmatrix}_C \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $a_1$ ——刀底;  $a_2$ ——刀具倒角;  $a_3$ ——刀杆参数;  $\phi$ ——倒角中心的位置,  $\phi \in [\beta_1, (\pi/2 - \beta_2)]$ ;  $\varphi$ ——倒角中心绕  $Z_C$  轴的旋转角,  $\varphi \in [-\pi, \pi]$ 。

以刀触点  $CC$  为原点建立局部坐标系  $(X_L - Y_L - Z_L)$ , 如图 1, 则环形刀在局部坐标系下的轮廓线为:

$$\begin{aligned} & \psi_L^{APT}(\varphi, \phi, a_1, a_2, a_3, \lambda, \omega) \\ &= Rot(\omega) Rot(\lambda) Trans(LC) \psi_C^{APT}(\varphi, \phi, a_1, a_2, a_3) \\ &= \begin{bmatrix} \cos \omega & -\sin \omega & 0 & 0 \\ \sin \omega & \cos \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{rot-\omega z} \\ & \times \begin{bmatrix} \cos \lambda & 0 & \sin \lambda & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \lambda & 0 & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{rot-\lambda y} \\ & \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -e - r \sin \lambda \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h - r \cos \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{trans LC} \psi_C^{APT}(\varphi, \phi, a_1, a_2, a_3) \end{aligned} \quad (2)$$

公式(3)表示在  $CC$  处, 环形刀的圆环面的最大主曲率和最小主曲率

$$k_{C_{max}} = \frac{1}{r}, \quad k_{C_{min}} = \frac{\sin \lambda}{R + r \sin \lambda} \quad (3)$$

则在高速铣削过程中, 刀具在沿走刀方向和垂直于走刀方向的有效切削半径  $R_{C1}$ 、 $R_{C2}$  可以表示为:

$$R_{C1} = r, \quad R_{C2} = \frac{R + r \sin \lambda}{\sin \lambda} \quad (4)$$

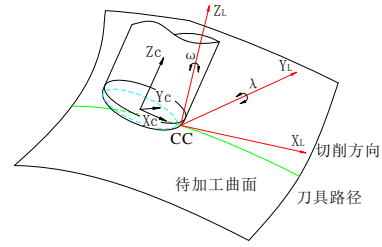


Figure 1. Local coordinate system of toroidal  
图 1. 环形刀局部坐标系

### 2.2. 被加工曲面局部曲率特性

曲面函数  $S(u, v)$  可以由双参数  $u$  和  $v$  表示, 如图 2. 则在曲面上任意一点处曲面沿  $u$  和  $v$  参数方向的切矢量可以表示为:

$$S_u = \frac{\partial S(u, v)}{\partial u}, \quad S_v = \frac{\partial S(u, v)}{\partial v} \quad (5)$$

刀触点  $CC$  处的曲面的最大主曲率  $k_{S_{max}}$  和最小主曲率  $k_{S_{min}}$

$$\begin{cases} k_{S_{max}} = H + \sqrt{H^2 - K} \\ k_{S_{min}} = H - \sqrt{H^2 - K} \end{cases} \quad (6)$$

$K$  和  $H$  分别表示高斯曲率和平均曲率, 根据欧拉公式可以得到曲面上沿任意  $X_\beta$  方向的法曲率

$$k_\beta = k_{min} \cos^2(\alpha - \beta) + k_{max} \sin^2(\alpha - \beta), \quad \beta \in [0, \pi]$$

$\alpha$  为刀触点轨迹切线与最小主曲率  $k_{min}$  的夹角。

当  $\beta = \frac{\pi}{2}$  时,  $X_\beta$  垂直于进给方向  $X_L$ , 则法曲率  $k_{\pi/2}$  为

$$k_{\pi/2} = k_{S_{max}} \cos^2 \alpha + k_{S_{min}} \sin^2 \alpha \quad (7)$$

## 3. 刀具路径规划

### 3.1. 相邻轨迹间加工行距的计算

加工行距是指相邻刀具路径的间距, 加工行距的大小与被加工曲面的表面精度有着必然的联系, 也是刀具路径优化策略中重要的影响因子。设计合理的加工行距应是满足给定的残留高度要求下的最大加工行距<sup>[10]</sup>, 其大小由被加工曲面的允许误差  $\tau$  决定 ( $P_a$  和  $P_b$  为有效切削轮廓线  $\Omega_L^W$  的对应点)。

$$\Omega_L^W(P_a) - PS = \Omega_L^W(P_b) - PS = \tau \quad (8)$$

则加工行距可以表示为:

$$w = w(\psi_C^{APT}, \lambda, \omega, \tau) = |P_a P_b \cdot Y_L| \quad (9)$$

即, 在给定加工误差  $\tau$  下, 加工行距的大小取决于

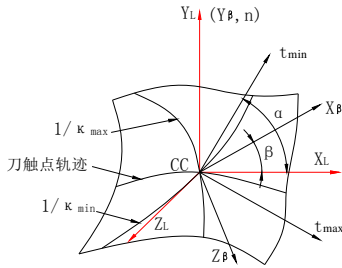


Figure 2. Curvature characteristics of surface  
图 2. 自由曲面曲率特性

$P_a$  和  $P_b$  扫掠被加工曲面，如图 3。

### 3.2. 初始刀具路径的确定

在刀具扫掠曲面时，如果在每一个刀触点  $CC$  均沿最优方向生成刀具路径，必定得到最大的加工行距。 $PTP_p$  表示刀具在被加工曲面初始点  $p_{init}$  产生的刀具路径， $w_{avg}$  表示刀具路径的平均加工行距，则：

$$w_{avg} = \frac{A_{swept}}{D_{cutting}} = \frac{\sum_{j=1}^n d_j w_j}{\sum_{j=1}^n d_j} \quad (10)$$

$n$ ——切削运动总次数； $d_j$ ——第  $j$  次的走刀步长； $w_j$ ——第  $j$  次铣削运动相应的加工行距。

在实际加工过程中，应保证尽可能大的平均加工行距  $w_{avg}$ ，以获得最大的切削效率。切削效率指数  $e_{tp}$  为衡量切削效率的因子，即：

$$e_{tp} = \frac{A_{swept1}}{\sum_{j=1}^n d_j w_{max,j}} = \frac{\sum_{j=1}^n d_j w_j}{\sum_{j=1}^n d_j w_{max,j}} \quad (11)$$

其中， $w_{max,j}$  是第  $j$  个刀触点  $CC_j$  势场域的最大加工行距。因此在走刀过程中，刀具沿最优切削方向  $OD$  产生刀具路径时，具有最大的切削效率，即  $e_{tp} = 1.0$ ；沿其他方向切削效率  $e_{tp} < 1.0$ 。

为了获得较高的加工效率，生成刀具路径的切削效率  $e_{tp}$  和平均加工行距  $w_{avg}$  要尽可能的大。图 4 表示在采样点 ( $P_a, P_b, P_c$ ) 处的刀具路径的势场 ( $PTP_a, PTP_b, PTP_c$ )，其中，具有最大切削效率和最大平均加工行距的路径为初始刀具路径(initial tool path, ITP)。

$$ITP = PTP_{P_i \max} \\ w_{avg}(PTP_{P_i \max}) = \text{Max}\{w_{avg}(PTP_{P_i})\} \quad (12)$$

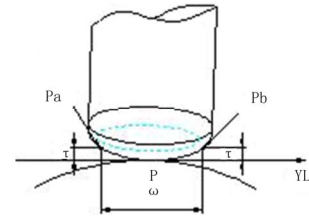


Figure 3. Points of swept profile  
图 3. 切削轮廓线的对应点

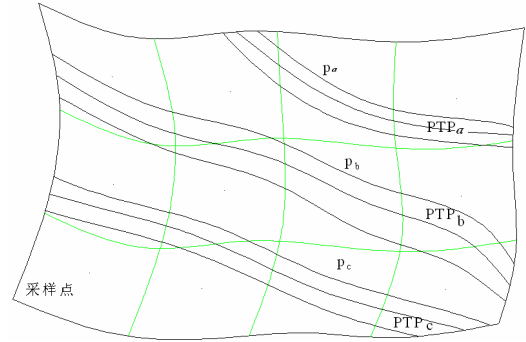


Figure 4. Initial tool path  
图 4. 初始刀具路径

### 3.3. 刀具路径的生成

通常确定初始刀具路径后，对曲面上离散的刀触点进行插值运算，可以生成下一条刀具路径。为了获得最优的刀具路径，本文同时采用加工势场法与迭代法，由公式(12)得到满足最大平均加工行距条件下的初始刀具路径，如图 5(a)所示。然后对其进行插补迭代运算，获得相邻的刀具路径，如图 5(b)。当切削效率  $e_{tp}$  低于给定值时，算法停止并开始新一轮的插值运算，如图 5(c)，直到加工完成整个曲面，如图 5(d)。

### 4. 计算机仿真

本文运用 Matlab 软件对任一复杂曲面模型进行仿真实验，如图 6 所示。假设环形刀的半径  $R = 12.5 \text{ mm}$ ，环面半径  $r = 3 \text{ mm}$ ，加工误差  $\tau = 0.01 \text{ mm}$ ，刀轴倾角  $(\lambda, \omega)$  随着被加工曲面的局部几何特性而变化。

在相同的条件下，运用本文方法铣削复杂曲面，共生成 39 条路径，总长数为 2212.535 mm，如图 7。运用传统的等参数线法铣削同一复杂曲面，共生成 35 条路径，总长数为 3678.57 mm。因此，本文提出的方法总路径长度减少 39.85%，如图 8。

### 5. 结论

本文基于五轴数控加工特点，结合环形刀及被加

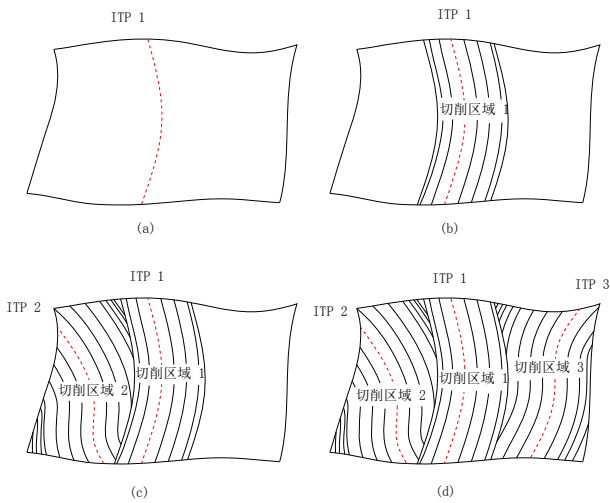


Figure 5. The optimum tool path  
图 5. 最优的刀具路径

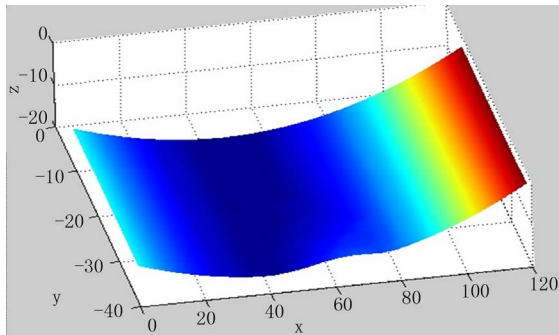


Figure 6. The machined surface  
图 6. 被加工曲面

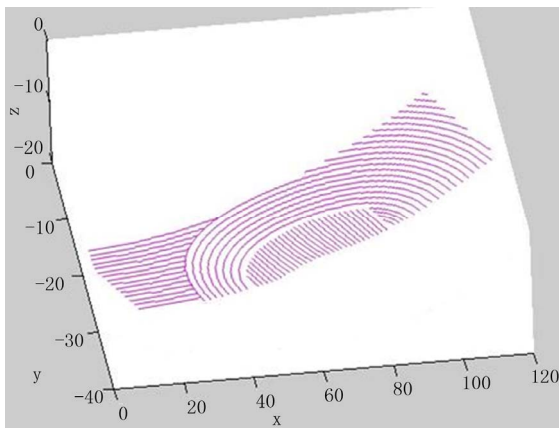


Figure 7. New method of this paper  
图 7. 本文方法生成刀具路径

工曲面局部几何特性，结合局部铣削特点和对势场域特点的分析，确定最优的切削方向和最大的加工行

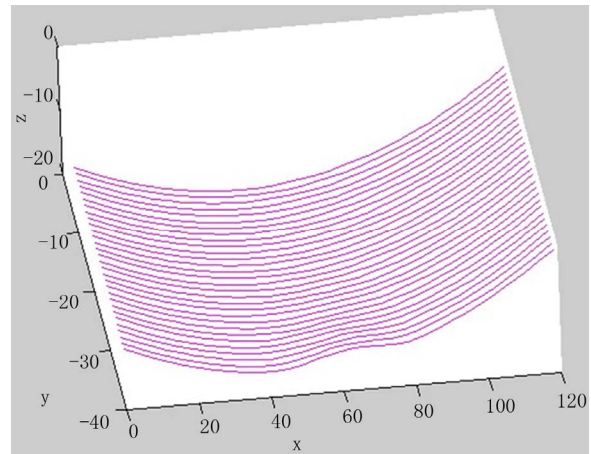


Figure 8. Iso-parametric method  
图 8. 等参数线法生成刀具路径

距，进而确定最优的初始刀具路径，将离散的刀触点进行迭代插值运算，生成相邻刀具路径，从而获得整个曲面的刀具路径。通过仿真运算，对比传统的等参数线法生成的刀具路径，本文方法大大减少了刀具路径的总长度，提高了加工效率，发挥了五轴数控加工的优点。

## 参考文献 (References)

- [1] B. K. Choi, R. B. Jerard. Sculptured surface machining: Theory and applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [2] A. Warkentin, P. Hoskins, F. Ismail and S. Bedi. Computer aided 5-axis machining. Boca Raton: CRC Press, 2001.
- [3] 刘美余. 环形刀高速铣削模具曲面路径规划及位姿优化[D]. 长春: 吉林大学, 2011.
- [4] C. C. Lo. Efficient cutter-path planning for five-axis surface machining with a flat-end cutter. Computer-Aided Design, 1999, 31(9): 557-566.
- [5] J. H. Cho, J. W. Kim and K. Kim. CNC tool path planning for multi-patch sculptured surfaces. International Journal of Production Research, 2000, 38(7): 1677-1687.
- [6] G. Elber, E. Cohen. Tool path generation for freeform surface models. Computer-Aided Design, 1994, 26(6): 490-496.
- [7] H Y Feng, Z Teng. Iso-planar piecewise linear NC tool path generation from discrete measured data points. Computer-Aided Design, 2005, 37(1): 55-64.
- [8] R. K. Agrawal, D. K. Pratihari and A. R. Choudhury. Optimization of CNC iso-scallop free form surface machining using a genetic algorithm. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2006, 46(7-8): 811-819.
- [9] I. H. Kral. Numerical control programming in APT. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1986: Chap 7.
- [10] 张莹, 张定华, 吴宝海等. 复杂曲面环形刀五轴加工的自适应刀轴矢量优化方法[J]. 中国机械工程, 2008, 19(8): 945-948.