

Simulation Research on Microwave Heating Straw

Zeng Lin, Wei Wei, Yumei Liao

Department of Mathematics, Guizhou University, Guiyang Guizhou
Email: linzeng822@126.com, wwei@gzu.edu.cn, liaoyumei-1999@163.com

Received: May 8th, 2015; accepted: May 22nd, 2015; published: May 29th, 2015

Copyright © 2015 by authors and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

In this paper, we mainly study the temperature-rising characteristics about microwave heating straw, including theoretical research and numerical simulation. This process can be described by heat conduction equation; through simplifying the heat source term by Lambert law, we obtain the equation's analytical and numerical solution with second boundary condition. We simulate the distribution of the temperature in the microwave heating process by means of Matlab. Through analyzing the graphic, we think that choosing the straw's length at 0.5 meter is more appropriate, and heating the straw for 42 minutes can guarantee the heating efficient, and also will not lead to carbonization. The results obtained can be used for reference in engineering practice.

Keywords

Microwave Heating, Heat Conduction Equation, Maxwell Equation Set, Straw

微波加热秸秆的模拟研究

林 增, 韦 维, 廖玉梅

贵州大学理学院数学系, 贵州 贵阳
Email: linzeng822@126.com, wwei@gzu.edu.cn, liaoyumei-1999@163.com

收稿日期: 2015年5月8日; 录用日期: 2015年5月22日; 发布日期: 2015年5月29日

摘 要

本文主要对秸秆料包微波加热过程的升温特性进行了理论研究和数值模拟。该过程可用热传导方程描述,

在利用 Lambert 定律对内热源项进行简化的基础上, 求得了此热传导方程第二边值问题的解析解和数值解。并利用 Matlab 软件模拟其在微波加热中温度的分布情况, 通过对图像的分析我们认为秸秆的长度选为 0.5 米较合适, 对其加热到 42 分钟, 既能保证加热效率, 又不会导致秸秆炭化, 此结论可供工程实际参考。

关键词

微波加热, 热传导方程, Maxwell 方程组, 秸秆

1. 引言

微波加热因其加热时间短、穿透能力强、无污染等优点引起了广泛的关注, 从数学的角度, 主要有加热模型、最优控制理论等方面的研究, 见文献[1]-[3]。

秸秆是成熟农作物茎叶(穗)部分的总称, 通常指小麦、水稻、玉米、薯类、油菜、棉花、甘蔗和其它农作物(通常为粗粮)在收获籽实后的剩余部分。农作物光合作用的产物有一半以上存在于秸秆中, 秸秆富含氮、磷、钾、钙、镁和有机质等, 是一种具有多用途的可再生的生物资源。但在利用过程中存在着一些不利因素, 如堆积密度小、能量密度低, 在收集、运输和存储过程也存在困难, 需要对其进行干燥及加热处理。使用微波加热可以实现秸秆料包的整体直接热解, 从而省却农作物秸秆传统热解、气化前的破绑、粉碎等工序。对其研究主要有热源的表示的研究, 如文献[4] [5]中, 作者结合 Maxwell 方程组对热传导方程的热源项进行了研究, 求得了热源项的精确表示; 文献[6] [7]对 Lambert 定律和由 Maxwell 方程组得到的热源表达式做了比较, 通过实验及数值模拟证明了对于大尺寸物体, Lambert 定律能起到很好的近似作用; 对于 Lambert 定律的适用范围, 文献[8]给出了数学表达式。在计算仿真方面, 山东大学赵希强等人在[9]中使用 Lambert 定律近似内热源, 并采用有限元方法对微波加热过程中秸秆的温度分布进行了数值计算, 最后用实验验证了数值模拟结果。

结合已有的研究结果, 本文构建了微波加热模型, 应用 Lambert 定律, 给出了秸秆料包微波加热过程的温度分布情况可用带有第二边界条件的热传导方程来描述, 并采用分离变量法求得了该问题的解析解。与[9]不同, 我们利用有限差分法求其数值解, 通过 Matlab 软件得到了秸秆料包微波加热过程的温度分布图, 所得结果与文献[9]的结果基本吻合, 但有限差分法在求解方面比有限元法计算简洁, 容易理解。进一步, 我们通过对温度分布图的分析, 发现秸秆加热存在加热不均匀现象, 靠近微波入射面的地方容易烧焦, 而远离微波入射面的地方温度上升缓慢。为了避免烧焦, 我们给出固定长度秸秆的最佳加热时间和不同长度的秸秆的温度分布状况。此研究可供工程技术人员在使用微波干燥秸秆时参考。

2. 预备知识

微波加热时, 微波在物料内部发生耗散, 微波能转换为热能, 物料温度升高, 物料的介电特性、形状、密度等通常会随着温度的变化而变化。因此对微波加热进行模拟可以分为电磁传输和传热两个过程, 其中电磁传输过程可用如下的 Maxwell 方程组来描述[4]:

$$\begin{cases} \nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \end{cases} \quad (1)$$

其中 E 表示电场强度, H 表示磁场强度, B 表示磁感应强度, D 表示电通量密度, J 表示电流密度。

传热过程则用如下的热传导方程来刻画[9]:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k(\nabla^2 T) + P, \quad (2)$$

其中 ρ 表示物料密度, C_p 表示物料的比热容, T 表示物料温度, k 表示物料的导热系数, P 表示加热功率。

引理 1: 微波加热中物料吸收的热量可表示为[5]:

$$P = \frac{1}{2} \omega \varepsilon_0 \kappa'' |E|^2, \quad (3)$$

其中 ω 表示电磁波的角频率, ε_0 表示自由空间中的介电常数, κ'' 表示复电介质。

引理 2: 假设微波加热的物料是线性的, 且电磁场为交变电磁场, 即电磁场强度可表示 $E(t) = \bar{E}e^{-i\omega t}$ 和 $H(t) = \bar{H}e^{-i\omega t}$, 那么热传导方程(2)中的热源项可表示为[4] [5]:

$$P = \frac{1}{2} \omega \varepsilon_0 \kappa'' E_0^2 |T_{1,2}| K, \quad (4)$$

其中:

$$K = \frac{e^{-2\beta_2 x} - 2|R_{2,3}|e^{-2\beta_2 L} \cos(2\alpha_2(x-L) - \delta_{2,3}) + |R_{2,3}|^2 e^{-4\beta_2 L} e^{2\beta_2 x}}{1 - 2|R_{1,2}||R_{2,3}|e^{-2\beta_2 L} \cos(\delta_{1,2} + \delta_{2,3} + 2\alpha_2 L) + |R_{1,2}|^2 |R_{2,3}|^2 e^{-4\beta_2 L}}. \quad (5)$$

注: 由引理 2 得到的热源表达式形式复杂, 需要大量参数。这样计算起来较复杂, 在(5)式中, 我们令 $L \rightarrow +\infty$, 可得 $K = e^{-2\beta_2 x}$ 。因此

$$P(x) = P_0 e^{-2\beta x},$$

其中, x 为物料离微波入射面的深度或距离, $P(x)$ 为在深度 x 处的耗散功率, P_0 为入射功率或表面功率, β 为衰减系数。这就是著名的 Lambert 定律[6], 一般当物料的尺寸大于临界值 $L_{crit} = 2.7/\beta - 0.08$ 时, Lambert 定律就适用。

下面, 我们给出三个热传导方程定解条件的提法。

(1) 第一类边界条件(Dirichlet 边界条件)

如物体的表面温度已知, 则数学形式为:

$$u(x, y, z, t) \Big|_{(x,y,z) \in \Gamma} = g(x, y, z, t),$$

其中 Γ 表示物体的边界曲面, $g(x, y, z, t)$ 是定义在 $(x, y, z) \in \Gamma$, $0 \leq t \leq T$ 上的已知函数。

(2) 第二类边界条件(Neumann 边界条件)

如已知热量在表面各点的流速, 即表面各点单位面积上在单位时间内所流过的热量 Q 是已知的。则数学形式为:

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{(x,y,z) \in \Gamma} = g(x, y, z, t),$$

其中 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 表示 u 沿边界 Γ 上的单位外法线方向 n 的方向导数, 而 $g(x, y, z, t)$ 是定义在 $(x, y, z) \in \Gamma$, $0 \leq t \leq T$ 上的已知函数。

(3) 第三类边界条件(Robbins 边界条件)

如已知与物体接触处的介质温度, 则边界条件为:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial n} + \sigma u \right) \Big|_{(x,y,z) \in \Gamma} = g(x, y, z, t),$$

这里 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 表示 u 沿边界 Γ 上的单位外法线方向 n 的方向导数, 而 $g(x, y, z, t)$ 是定义在 $(x, y, z) \in \Gamma, 0 \leq t \leq T$ 上的已知函数, σ 为已知正数。

3. 计算模型

3.1. 模型构建

3.1.1. 假设条件

在模拟计算过程中, 为了计算简便又不失精度我们采用如下的假设条件:

- (1) 被加热的秸秆是弱磁非敏感(即加热过程中对磁场的影响可忽略不计)、各向同性的连续介质, 且各相处于局部热力学平衡状态。
- (2) 秸秆料包被切成长方体, 并在微波加热过程中体积变化忽略不计。
- (3) 秸秆料包内部初始温度均匀, 秸秆的热特性和介电特性参数会随着温度的变化而变化。
- (4) 秸秆料包的尺寸足够大, 微波电场沿着秸秆表面垂直入射, 内部微波分布呈指数衰减, 符合 Lambert 定律。

3.1.2. 微波加热模型

我们假设各向同性连续均匀的秸秆料包呈长方体的形状, 并在微波加热过程中体积变化忽略不计, 秸秆料包的材料特性如表 1 所示[9]。微波是沿着秸秆的一侧平行入射(见图 1), 加热过程中距离微波入射面的距离是决定秸秆温度的主要因素, 理论上距离微波入射面相等的位置温度应该是一致的, 因此我们可将一个三维模型简化成一个一维模型, 即用一个一维热传导方程来描述秸秆料包的温度分布。

我们将初始条件选为物料所处的环境温度 T_0 , 加热过程中物料的微波入射面升温迅速, 温度较高, 表面出现热对流和热辐射, 将其设定为恒定热流输出条件, 将物料末端考虑成恒温条件。因此秸秆料包微波加热过程的温度分布可用如下带有第二边界条件的一维热传导方程来描述, 见公式(6)。

$$\begin{cases} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + P \\ t = 0: T = T_0 \\ x = 0: \frac{\partial T}{\partial x} = \xi \\ x = L: T = T_0 \end{cases} \quad (6)$$

3.2. 模型求解

微波在物料内部的渗透深度一般在 0.1 米到 0.2 米之间, 取秸秆料包的尺寸长度为 0.6 米, 因其大于临界尺寸, 因此 Lambert 定律适用。在(6)中令 $P = P_0 e^{-2\beta x}$, $a^2 = \frac{k}{\rho C_p}$, $Q_0 = \frac{P_0}{\rho C_p}$, 得:

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + Q_0 e^{-2\beta x} \\ t = 0: T = T_0 \\ x = 0: \frac{\partial T}{\partial x} = \xi \\ x = L: T = T_0 \end{cases} \quad (7)$$

3.2.1. 解析解

定理 1 中我们通过分离变量法求(7)的解析解。

定理 1 热传导方程初边值问题(7)的解为:

$$T(x,t) = \sum_{k=0}^{+\infty} \left[A_k e^{-\left(\frac{(2k+1)\pi}{2L}\right)^2 a^2 t} + 4 \sum_{k=0}^{+\infty} B_k L^2 \frac{1 - e^{-\left(\frac{(2k+1)\pi}{2L}\right)^2 a^2 t}}{(2k+1)^2 \pi^2 a^2} \right] \cos\left(\frac{(2k+1)\pi}{2L} x + \xi(x-L) + T_0\right),$$

其中: $A_0 = \frac{1}{2} \xi L$, $A_k = -\frac{2\xi}{L} \left[(-1)^k \frac{2L^2}{(2k+1)\pi} - \left(\frac{2L}{(2k+1)\pi}\right)^2 \right] + (-1)^k \frac{4\xi L}{(2k+1)\pi}$, $k = 1, 2, 3, \dots$,

$$B_0 = \frac{Q_0}{2\beta L} (1 - e^{-2\beta L}), \quad B_k = \frac{8\beta L^2 + (-1)^k (4k+2)\pi L e^{-2\beta L}}{(2k+1)^2 \pi^2 + 16\beta^2 L^2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

证明: 令 $U = \xi(x-L) + T_0$, 则当 $x=0$ 时 $\frac{\partial U}{\partial x} = \xi$, $x=L$ 时 $U = T_0$ 。

再令 $V = T - U = T - \xi(x-L) - T_0$, 则 V 满足如下带有齐次边界条件的方程

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = Q_0 e^{-2\beta x} \\ t=0: V = -\xi(x-L) \\ x=0: \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \\ x=L: V = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Table 1. Material properties of straw bale
表 1. 秸秆料包材料特性

参数名称	符号	数值	单位
堆积密度	ρ_0	75	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
空隙率	δ	0.22	
含水量	m_1	2.025	kg
热解吸热量	Δq	854	$\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

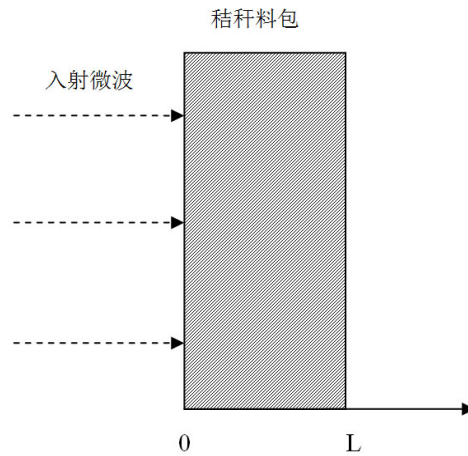


Figure 1. The model of microwave heating straw material bale

图 1. 微波加热秸秆料包的模型

利用分离变量法和齐次化原理可求得(8)的解为:

$$V(x,t) = \sum_{k=0}^{+\infty} \left[A_k e^{-\left(\frac{(2k+1)\pi}{2L}\right)^2 a^2 t} + 4 \sum_{k=0}^{+\infty} B_k L^2 \frac{1 - e^{-\left(\frac{(2k+1)\pi}{2L}\right)^2 a^2 t}}{(2k+1)^2 \pi^2 a^2} \right] \cos\left(\frac{(2k+1)\pi}{2L} x\right),$$

$$\text{其中: } A_0 = \frac{1}{2} \xi L, \quad A_k = -\frac{2\xi}{L} \left[(-1)^k \frac{2L^2}{(2k+1)\pi} - \left(\frac{2L}{(2k+1)\pi} \right)^2 \right] + (-1)^k \frac{4\xi L}{(2k+1)\pi}, \quad k=1,2,3,\dots,$$

$$B_0 = \frac{Q_0}{2\beta L} (1 - e^{-2\beta L}), \quad B_k = \frac{8\beta L^2 + (-1)^k (4k+2)\pi L e^{-2\beta L}}{(2k+1)^2 \pi^2 + 16\beta^2 L^2}, \quad k=1,2,3,\dots.$$

进而可得(7)的解为:

$$T(x,t) = U(x,t) + V(x,t) = \sum_{k=0}^{+\infty} \left[A_k e^{-\left(\frac{(2k+1)\pi}{2L}\right)^2 a^2 t} + 4 \sum_{k=0}^{+\infty} B_k L^2 \frac{1 - e^{-\left(\frac{(2k+1)\pi}{2L}\right)^2 a^2 t}}{(2k+1)^2 \pi^2 a^2} \right] \cos\left(\frac{(2k+1)\pi}{2L} x\right) + \xi(x-L) + T_0.$$

3.2.2. 数值解

由定理 1 知, 热传导方程初边值问题(7)的解析解是级数, 较为复杂。下面我们利用有限差分法求其数值解。首先将求解区域 Ω 用两组平行于 x 轴和 t 轴的直线构成的网格覆盖, 网格边长在 x 方向为 Δx , 表示空间步长, 在 t 方向上为 Δt , 表示时间步长, 网格线的交点称为网格的结点。对于初边值问题(7), 设 $\Omega = \{(x,t) | 0 \leq x \leq L, 0 \leq t \leq T\}$, 则网格是

$$t_n = n\Delta t \quad \left(n = 0, 1, 2, \dots, N; N = \left\lceil \frac{T}{\Delta t} \right\rceil \right),$$

$$x_j = j\Delta x \quad (j = 0, 1, 2, \dots, M; M\Delta x = L),$$

对二元函数 $T(x,t)$ 定义 $T_j^n = T(x_j, t_n)$, 对于时间变量我们采用向前差分, 空间变量采用中心差分, 那么(7)的第一式可用如下差分方程来近似:

$$\frac{T_j^n - T_j^{n-1}}{\Delta t} = a^2 \frac{T_{j+1}^n - 2T_j^n + T_{j-1}^n}{(\Delta x)^2} + Q_0 e^{-2\beta \Delta x \cdot j}, \quad (9)$$

利用泰勒展开式得:

$$\frac{T_j^n - T_j^{n-1}}{\Delta t} - \frac{\partial T(j\Delta x, (n-1)\Delta t)}{\partial t} = \frac{\Delta t}{2!} \frac{\partial^2 T(j\Delta x, (n-1)\Delta t)}{\partial t^2} + \dots,$$

因此时间方向上的截断误差为 $O(\Delta t)$, 在空间方向上同样利用泰勒展开式可得其截断误差为 $O((\Delta x)^2)$ 。

令 $r = \frac{a^2 \Delta t}{(\Delta x)^2}$, 由(9)可得:

$$(1+2r)T_j^n - rT_{j+1}^n - rT_{j-1}^n = T_j^{n-1} + \Delta t \cdot Q_0 \cdot e^{-2\beta \Delta x \cdot j}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, M.$$

结合(7)中的边界条件, 当 $j=0$ 时, 有:

$$\begin{cases} \frac{T_1^n - T_{-1}^n}{2\Delta x} = \xi \\ (1+2r)T_0^n - rT_1^n - rT_{-1}^n = T_0^{n-1} + \Delta t \cdot Q_0 \end{cases},$$

上述两式可推出：

$$(1+2r)T_0^n - 2rT_1^n = T_0^{n-1} - 2r\xi\Delta x + \Delta t \cdot Q_0.$$

当 $j=1,2,\dots,M-1$ 时，有：

$$(1+2r)T_j^n - rT_{j+1}^n - rT_{j-1}^n = T_j^{n-1} + \Delta t \cdot Q_0 \cdot e^{-2\beta \cdot \Delta x \cdot j},$$

当 $j=M$ 时， $T_M^n = T_0^n$ 。

将上面式子写成矩阵形式得：

$$\begin{pmatrix} 1+2r & -2r & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -r & 1+2r & -r & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -r & 1+2r & -r & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -r & 1+2r & -r \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -r & 1+2r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_0^n \\ T_1^n \\ T_2^n \\ \vdots \\ T_{M-2}^n \\ T_{M-1}^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_0^{n-1} \\ T_1^{n-1} \\ T_2^{n-1} \\ \vdots \\ T_{M-2}^{n-1} \\ T_{M-1}^{n-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2r\xi\Delta x + \Delta t \cdot Q_0 \\ \Delta t \cdot Q_0 \cdot e^{-2\beta \cdot \Delta x} \\ \Delta t \cdot Q_0 \cdot e^{-2\beta \cdot \Delta x \cdot 2} \\ \vdots \\ \Delta t \cdot Q_0 \cdot e^{-2\beta \cdot \Delta x \cdot (M-2)} \\ T_0 \cdot r + \Delta t \cdot Q_0 \cdot e^{-2\beta \cdot \Delta x \cdot (M-1)} \end{pmatrix}$$

我们将秸秆的加热过程分为四个阶段，各项参数都是温变函数，不同阶段具有不同的表达式，见表 2 [10]。

秸秆料包的长度取为 0.6 米，微波加热装置的额定功率 $P_r = 9000$ 瓦，物料表面的功率 $P_0 = \frac{2\beta P_r}{1 - e^{-2\beta L}}$ [3]，

令 $M = 100$ ， $\Delta x = \frac{L}{M}$ ， $\Delta t = 60$ 秒，利用 Matlab 软件得到秸秆升温的时域过程，见图 2，再根据表 2 不同阶段的温度范围，得到秸秆加热四个阶段的温度分布图，如图 3 所示，该结果与文献[9]所得结果基本吻合。

3.2.3. 模拟分析

由上述四个阶段的温度分布图得知，秸秆料包的温度随着与微波入射面的距离的增大而减小，以时间变量为横坐标，取秸秆五个不同位置，得到温度分布图 4。

由图 4 可知，靠近微波入射面的位置升温迅速，而远离微波入射面的位置升温较慢。加热到 42 分钟左右秸秆最高温度就达到了 475℃，再继续加热靠近微波入射面的地方就开始炭化，而远离微波入射面的地方的温度还比较低。因此可知，加热时间应控制在 42 分钟，而且实验秸秆的长度选择得不够合理。

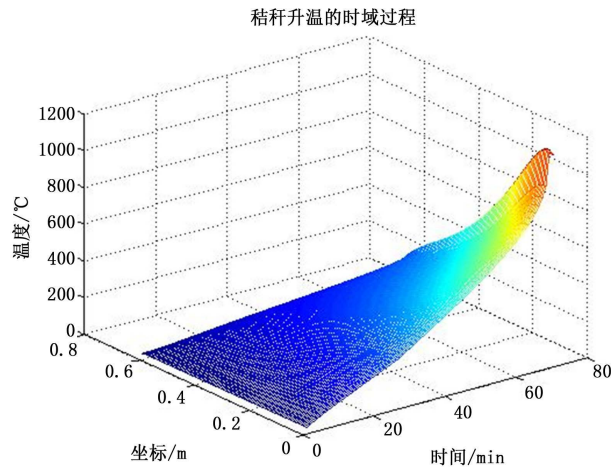


Figure 2. The time domain process of straw heating up
图 2. 秸秆升温的时域过程

Table 2. Expression of the parameters at different stages
表 2. 不同阶段各项参数的表达式

阶段名称	参数名称	符号	假设值或表达式
干燥段 120°C~160°C	物料密度	ρ	$77.76 - 0.1104T$
	导热系数	k	$0.0423 + 0.000124T$
	比热容	C_p	$1112 + 4.85T$
	穿透厚度	D_p	$1 + 0.0031T$
预热段 160°C~275°C	物料密度	ρ	$75.151 - 0.08415T$
	导热系数	k	$0.0378 + 0.000088T$
	比热容	C_p	$1112 + 4.85T$
热解和燃烧段 275°C以上	穿透厚度	D_p	$1.4 - 0.0015T$
	物料密度	ρ	$72.86 - 0.07143T$
	导热系数	k	$0.0333 + 0.000052T$
	比热容	C_p	$1057.6 + 3.47T$
	穿透厚度	D_p	$0.8 - 0.00034T$

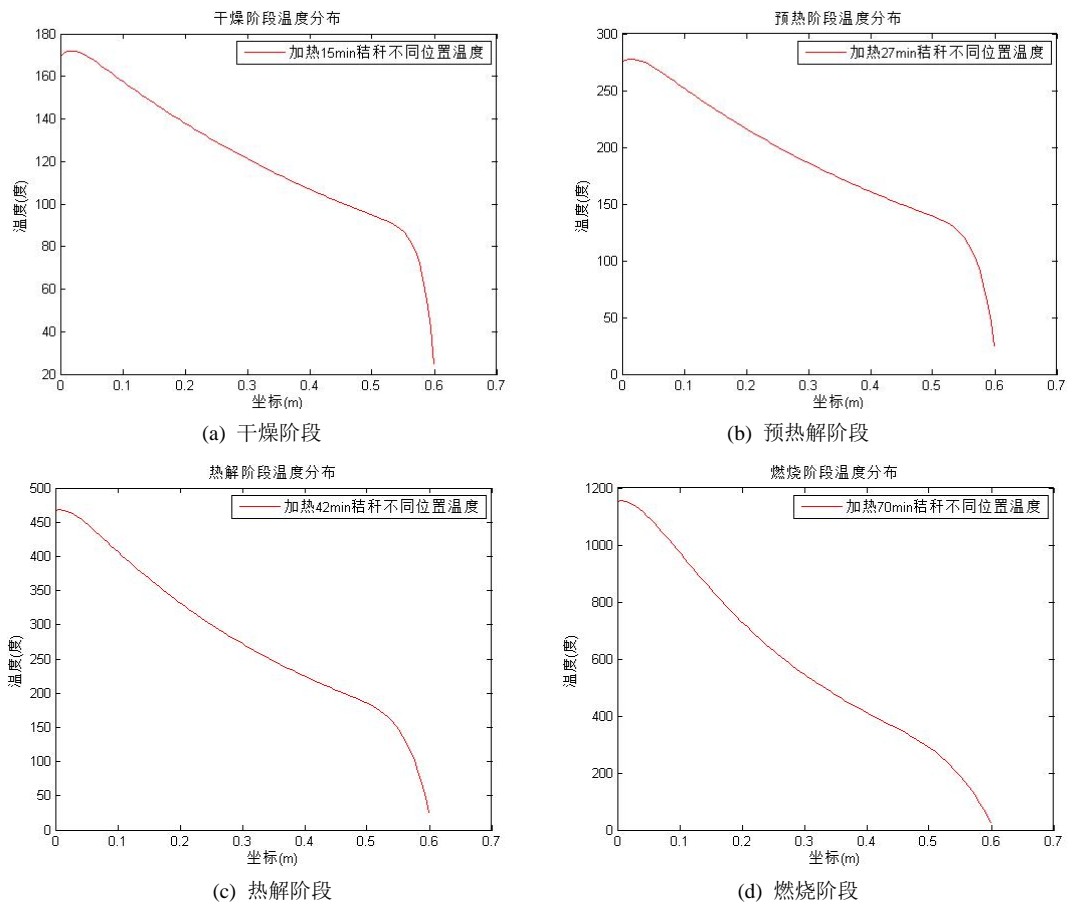


Figure 3. Temperature distribution at different heating stage
图 3. 不同升温阶段温度分布

我们观察图 5，发现加热到 42 分钟，0.5 米位置右边部分的温度还低于 175℃，靠近秸秆右端的部分温度甚至还在 50℃ 以下，为了提高加热效率，应缩短秸秆的长度。

为此，我们将秸秆的长度设定为四个不同的值，加热时间取为 42 分钟，得到各个不同长度的秸秆所对应的温度分布图，见图 6，由图可知若秸秆长度选得太长，当秸秆左端温度达到燃烧阶段的温度时，秸秆右端部分的温度还比较低，这样就造成加热不均匀。若秸秆长度选得太短，秸秆左端温度较高，容易烧焦，因此我们认为秸秆的长度选为 0.5 米较合适，对其加热到 42 分钟，此时能保证加热效率，又不

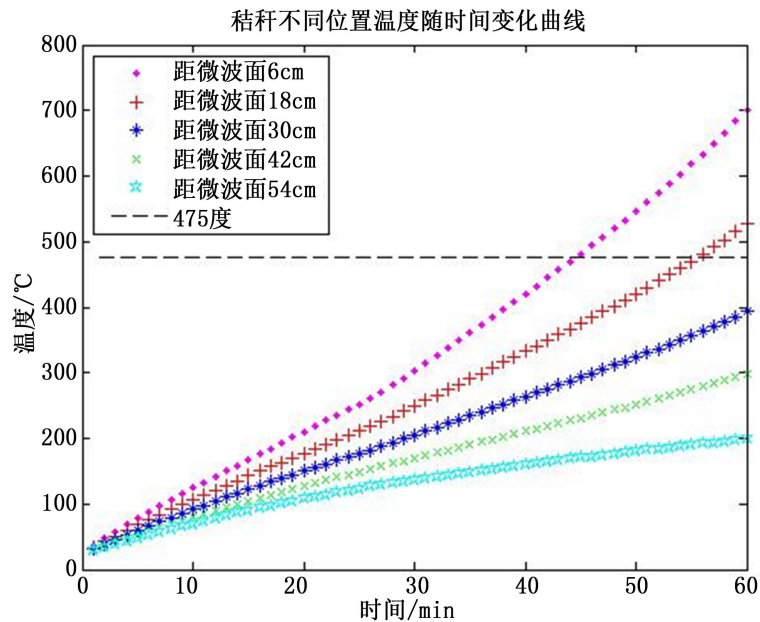


Figure 4. Temperature distribution at different heating stage

图 4. 不同升温阶段温度分布

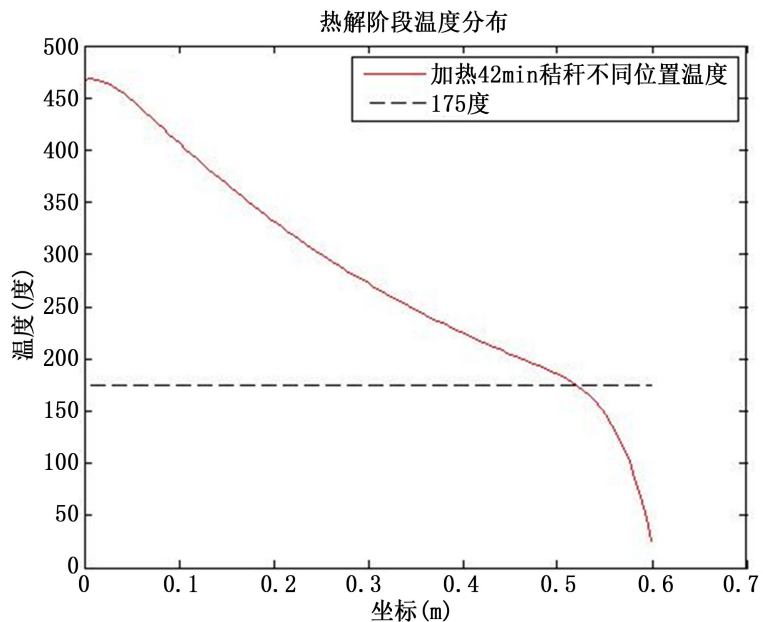


Figure 5. Temperature distribution after heating 42 minutes

图 5. 加热到 42 分钟时的温度分布

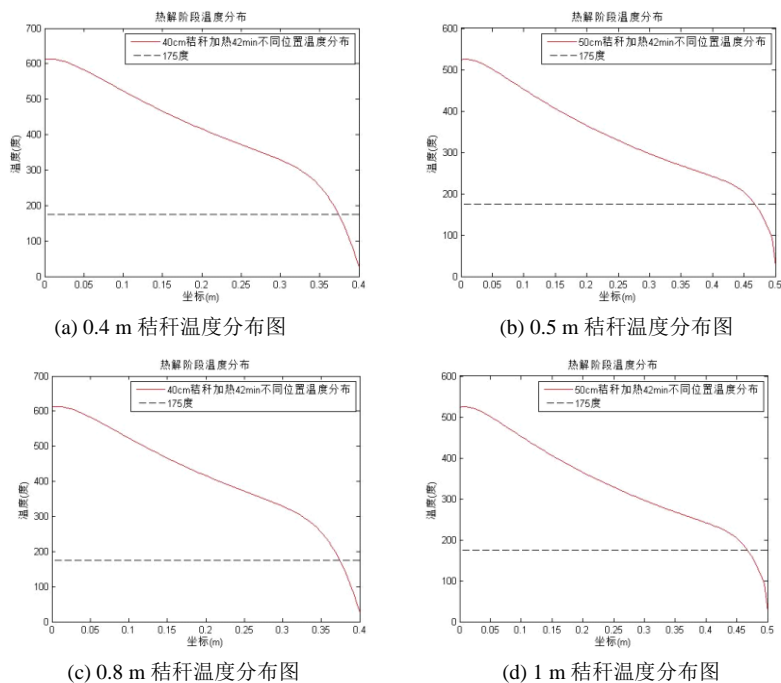


Figure 6. Different length straw's temperature distribution after heating 42 minutes
图 6. 不同长度的秸秆加热到 42 分钟的温度分布

会导致秸秆炭化。

4. 结论

本文在利用 Lambert 定律对内热源项进行简化的基础上，用一个带有第二边界条件的热传导方程来描述秸秆料包微波加热过程的升温特性，求得了此热传导方程的解析解和数值解。并利用 Matlab 软件进行数值模拟，得到了秸秆升温的时域过程，再根据不同的温度范围得到秸秆加热四个阶段的温度分布图，由该图可知秸秆料包在靠近微波入射面的位置升温迅速，而远离微波入射面的位置升温较慢，并且若秸秆长度太长会导致加热不均匀，若长度太短又容易烧焦。为此我们将秸秆的长度设定为四个不同的值，得到各个不同长度的秸秆所对应的温度分布图，通过对图形的分析我们认为秸秆的长度选为 0.5 米较合适，对其加热到 42 分钟，此时能保证加热效率，又不会导致秸秆炭化，此结论可供工程实际参考。

进一步，我们可以考虑秸秆温度的升高会对周围的电磁场产生影响，而描述秸秆升温特性的热传导方程的热源项受电场强度的影响，因此需要求解 Maxwell 方程组和热传导方程的耦合系统，耦合系统求出的解能更精确的描述秸秆的升温过程。

基金项目

感谢国家自然科学基金项目(批准号：11261011)和贵州大学研究生创新基金(基金编号：研理工 2015058)对本研究的支持。

参考文献 (References)

- [1] James, M.H. and Timothy, R.M. (1996) Modelling microwave heating. *Applied Mathematical Modelling*, **20**, 3-15.
- [2] Gregory, A.K. and Jonathan, H.C.L. (2001) Microwave joining of two long hollow tubes: An asymptotic theory and numerical simulations. *Journal of Engineering Mathematics*, **39**, 63-78.

-
- [3] Wei, W., Yin, H.M. and Tang, J.M. (2012) An optimal control problem for microwave heating. *Nonlinear Analysis TMA*, **75**, 2024-2036.
- [4] Ayappa, K.G. and Davis, H.T. (1991) Microwave heating: An evaluation of power formulations. *Chemical Engineering Science*, **46**, 1005-1016.
- [5] Budd, C.J. and Hill, A.D.C. (2011) A comparison of models and methods for simulating the microwave heating of moist foodstuffs. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **54**, 807-817.
- [6] Barringer, S.A., Davis, E.A., Gordon, J., Ayappa, K.G. and Davis, H.T. (1995) Microwave heating temperature profiles for thin slabs compared to Maxwell and Lambert law predictions. *Journal of Food Science*, **60**, 1137-1142.
- [7] Datta, A.K., Prosetya, H.M. and Hu, W. (1994) Mathematical modeling of batch heating of liquids in a microwave cavity. *Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy*, **1**, 325-327.
- [8] Cheng, Y., Sakay, N. and Hanzawa, T. (1997) Effects of dielectric properties on temperature distributions in food model during microwave heating. *Food Science Technology International*, **3**, 324-328.
- [9] 赵希强, 王敏, 张建, 李龙之, 马春元, 宋占龙 (2011) 秸秆料包微波加热过程的温度分布的数值模拟. *农业工程学报*, **27**, 308-312.
- [10] 袁振宏, 吴创之, 马隆龙 (2004) 生物质能利用原理与技术. 化学工业出版社, 北京.