

# Research on Prediction Model of Oil Elastic Modulus with Pressure Change Based on Error Compensation

Xingzhi Chen, Feixiang Huang, Daiwen Wang, Naiyao Liu, Wentao Le

School of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang Sichuan

Email: 1451025961@qq.com

Received: Oct. 31<sup>st</sup>, 2019; accepted: Nov. 13<sup>th</sup>, 2019; published: Nov. 20<sup>th</sup>, 2019

---

## Abstract

Hydraulic systems are widely used in various engineering manufacturing. Elastic modulus is an important physical parameter of hydraulic oil, which accurately measures the elastic modulus and variation of oil. It is of great significance to the development of hydraulic systems in the industry. In this paper, the law of oil elastic modulus with pressure change is studied, and the prediction model of oil elastic modulus with pressure change based on error compensation is established. Based on the relationship between the elastic modulus and pressure of a certain oil, the prediction model of the oil elastic modulus based on the error compensation and the prediction model of the oil elastic modulus with the pressure change prediction model are compared and analyzed, and effectiveness and accuracy of the model are further verified. The model is used to predict and analyze the elastic modulus with pressure change data, and the simulation results show that the elastic modulus increases with the increase of pressure. And the growth rate is getting bigger and bigger. The model established in this paper can better fit and predict the change of data, and accurately obtain the change of elastic modulus with pressure. It provides a theoretical basis for the application and research of hydraulic system hydraulic oil.

## Keywords

Elastic Modulus, Pressure Change, Error Compensation, Simulation, Average Relative Error Absolute Value (MAPE)

---

# 基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型研究

陈兴志, 黄飞翔, 王代文, 刘乃瑶, 乐文涛

西南科技大学理学院, 四川 绵阳

Email: 1451025961@qq.com

收稿日期: 2019年10月31日; 录用日期: 2019年11月13日; 发布日期: 2019年11月20日

**文章引用:** 陈兴志, 黄飞翔, 王代文, 刘乃瑶, 乐文涛. 基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型研究[J]. 建模与仿真, 2019, 8(4): 170-177. DOI: 10.12677/mos.2019.84020

## 摘要

液压系统广泛应用于各个工程制造之中。弹性模量是液压油的一个重要物理参数，精确地测量油液的弹性模量值和变化规律。对液压系统在工业中的发展具有十分重要的意义。本文通过对油液弹性模量随压强变化的规律进行研究，建立了基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型。利用某油液弹性模量和压强关系数据，将基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型和油液弹性模量随压强变化预测模型进行预测结果误差比较分析，进一步验证了模型的有效性和精确性。再利用该模型对弹性模量随压强变化数据进行预测分析，通过计算机模拟仿真实现，结果表明，弹性模量随压强的增加而呈现增加的趋势。并且增速越来越大。本文所建立的模型能够较好地拟合和预测数据的变化，精准地获取了弹性模量随压强的变化值。为液压系统液压油的应用和研究提供了理论依据。

## 关键词

弹性模量，压强变化，误差补偿，模拟仿真，平均相对误差绝对值(MAPE)

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

液压系统广泛应用于工程制造中，目前我国液压技术缺少技术交流，液压产品大部分都是用国外的液压技术加工回来的，随着振兴国产液压系统技术的发展近几年国内液压技术有很大的提高。弹性模量是液压油的一个重要物理参数，它随压力、温度、含气量以及油液的类型的变化而变化，是一个很难确定的变化量，一直以来是液压系统建模分析的软参数。在液压系统的设计研究中，油液体积弹性模量直接影响液压固有频率和阻尼比，即影响系统的快速性和稳定性。在实际设计分析中通常将液压油有效体积弹性模量视为一个常量，对于分析要求不高的场合，这种简化对分析结果的影响并不显著，但对于高精度、高动态响应和高稳定性的电液控制系统，将产生误差得不到准确的结果，从而影响液压系统设计及其参数的确定[1]。因此，精确地测量获取油液的体积弹性模量值、揭示液压油体积弹性模量的变化规律、分析弹性模量对系统特性的影响规律已经成为进一步提高液压系统性能的基础。对液压系统在工业中的发展和经济社会的发展具有十分重要的意义[2]。

本文通过对油液弹性模量与压强变化关系的研究，建立了一种基于带参数的油液弹性模量随压强变化预测模型，精确地测量获取油液的弹性模量、揭示液压油弹性模量随压强变化的变化规律。通过对原始数据进行拟合，并对其进行预测精度检验，再对油液弹性模量随压强变化进行预测分析，从而获得其变化规律的精准预测的实用方法。

## 2. 基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型建立

### 2.1. 油液弹性模量随压强变化预测模型

燃油的压力变化量和密度变化量成正比。比例系数为  $\frac{E(P)}{\rho}$  [3][4]。弹性模量  $E$  有关。本文通过对压力变化量和密度变化量的分析，建立弹性模量随压强变化模型如下：

$$E(p) = ke^{\lambda p} \quad (1)$$

由此关系建立压力变化量  $\Delta P$  与密度变化量  $\Delta \rho$  关系模型:

$$dP = kd\rho = \frac{E(P)}{\rho} d\rho \quad (2)$$

又比例系数为  $\frac{E(P)}{\rho}$ , 进而推导出压力变化量和密度变化量的关系式:

$$\left\{ \begin{array}{l} E(P) = ke^{\lambda p} \\ dp = kd\rho \\ kd\rho = \frac{E(P)}{\rho} d\rho \\ \frac{dp}{E(P)} = \frac{d\rho}{\rho} \\ \frac{dP}{ke^{\lambda P}} = \frac{d\rho}{\rho} \\ -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda P} = k \ln \rho + D \\ e^{-\lambda P} = -\lambda k \ln \rho - \lambda D \\ -\lambda P = \ln(-\lambda k \ln \rho - \lambda D) \\ P = \frac{\ln(-\lambda k \ln \rho - \lambda D)}{-\lambda} \end{array} \right. \quad (3)$$

最终得出压强  $P$ -密度  $\rho$  模型为:

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \frac{\ln(-\lambda k \ln \rho - \lambda D)}{-\lambda} \\ \rho = \exp\left(\frac{e^{-\lambda P} + \lambda D}{-\lambda k}\right) \end{array} \right. \quad (4)$$

## 2.2. 基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型

通过对上文油液弹性模量随压强变化预测模型的研究以及对压力变化量和密度变化量的分析, 针对于不带参数的压力变化与弹性模量预测模型的拟合程度差、预测效果差等问题进行修正, 引入误差项, 建立带参数的压力变化与弹性模量预测模型如下, 其余部分与上文模型相同。

$$E(p) = ke^{\lambda p} + \varepsilon \quad (5)$$

## 3. 模型检验

### 3.1. 油液弹性模量随压强变化预测模型检验

本文通过微分方程的数值解法和利用 MATLAB 软件模拟仿真分别对本文模型进行有效性和精确性的检验。根据 2019 高教社杯全国大学生数学建模竞赛 A 题的数据[5], 对所给出的弹性模量与压力关系变化数据进行模拟仿真和预测分析, 得到如图 1 所示:

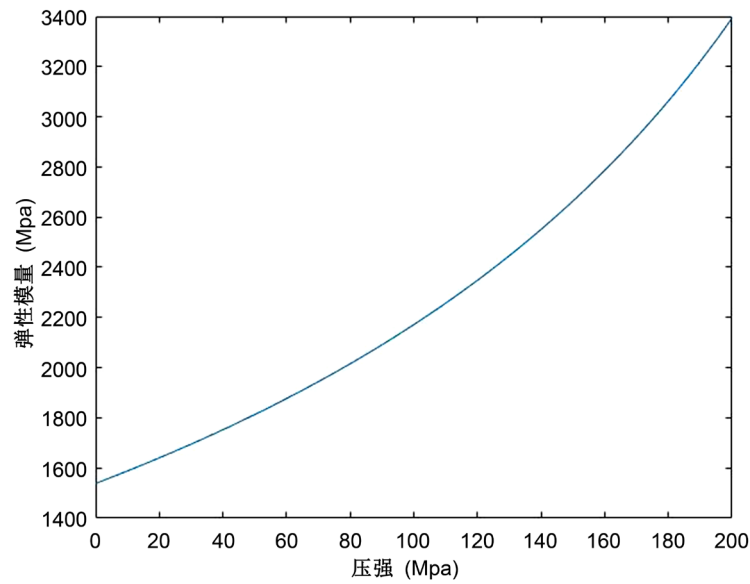


Figure 1. Curve of elastic modulus as a function of pressure

图 1. 弹性模量随压强变化的曲线图

由图 1 可知，弹性模量随压强变化的趋势是一个递增指数型函数，与本文所建立的弹性模量与压力模型  $E(p) = ke^{\lambda p}$  的指数增长趋势和效果相似。两者均为指数递增的趋势。做出模型拟合拟合函数曲线图像和原始数据拟合曲线图像对比，得到的图像效果如图 2 所示：

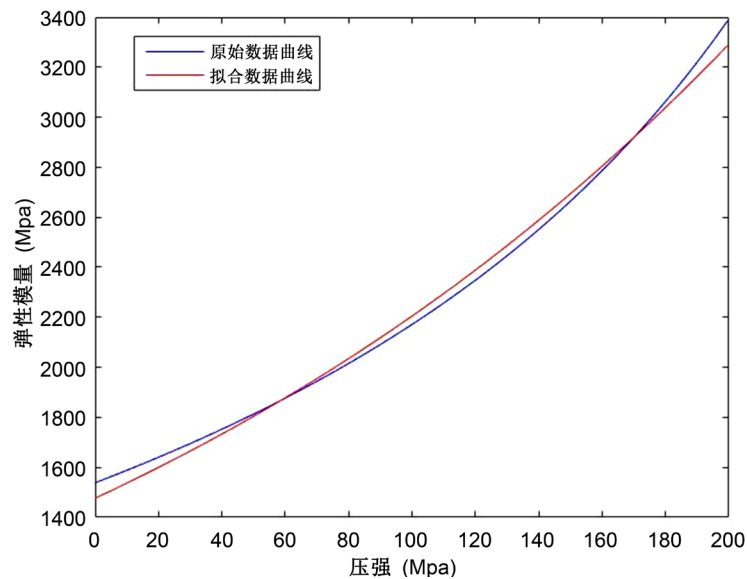


Figure 2. Comparison of function fitting and original image

图 2. 函数拟合与原图像的对比图

从图中的拟合效果来看，拟合函数图像和原始数据图像几乎重合，所以  $E(p)$  函数的表达式由此可以确定为一个指数型递增函数，对其进行非线性函数的拟合，得到模型中的  $k = 1476.3877$ ， $\lambda = 0.00401$ ，所以更新模型为：

$$E(p) = 1476.3877 * e^{0.00401 * p} \quad (6)$$

通过对压强密度模型进行求解,利用计算机模拟仿真画出模型所得到的压强  $P$  和时间  $t$  的变化图像,如图 3 所示:

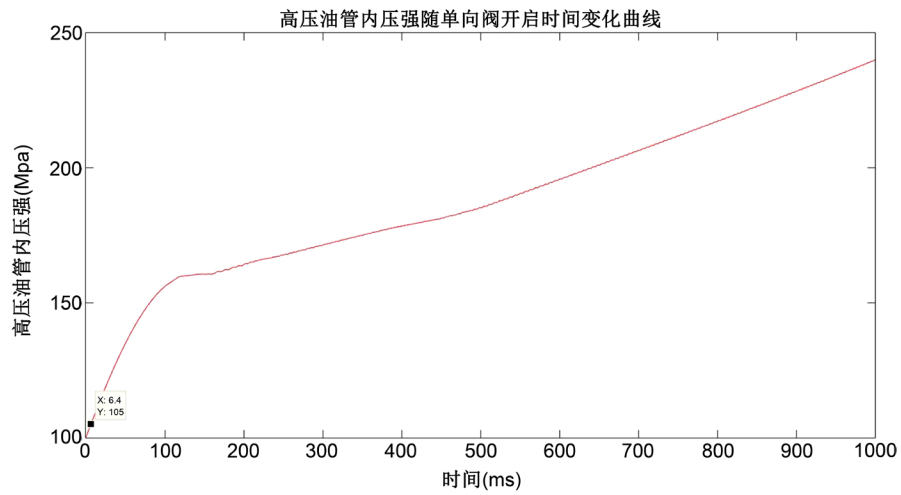


Figure 3. Pressure vs. time image  
图 3. 压强随时间变化图像

由图可知,本文选择压强为 105 MPa 的上限波动最大值,根据油液弹性模量随压强变化预测模型为基础得到的压强时间关系能够较好的刻画出压强随时间的变化过程,但是随着时间的推移,压强的变化出现的偏差,与现实中的理论情况相差较大。

### 3.2. 基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型检验

针对于不带参数的压力变化与弹性模量预测模型,为了使拟合函数  $E(p)$  时可以达到更加精准的效果。精准的刻画油液弹性模量随压强变化的关系,本文将函数表达式修改为  $E(p) = ke^{2p} + \varepsilon$  时进行函数拟合,得到的函数拟合对比图像如下图 4 所示:

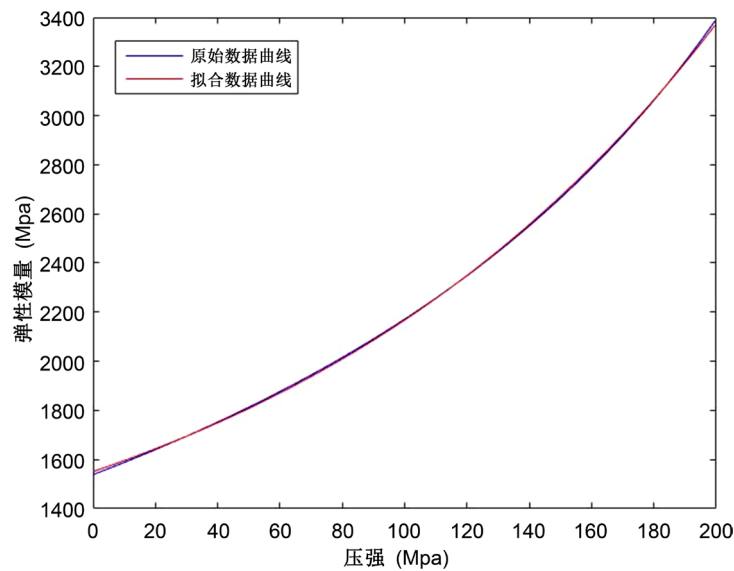


Figure 4. Comparison of original data curve and fitting curve  
图 4. 原数据曲线和拟合曲线对比图

由图像可知, 拟合函数图像和原始数据图像完全重合, 表达式  $E(p) = ke^{\lambda p} + \varepsilon$  的函数拟合效果非常接近原数据, 相比于不带误差补偿项的油液弹性模量随压强变化预测模型, 基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型  $E(p) = ke^{\lambda p}$  有了很大的改进。所以  $E(p)$  函数的表达式可以确定为一个带误差补偿项的指数型单调递增函数, 对其进行非线性函数的拟合, 得到模型中的  $k = 645.37783$ ,  $\lambda = 0.00671$ ,  $\varepsilon = 905.596$  所以更新模型如下:

$$E(p) = 645.37783 * e^{0.00671 * p} + 905.596 \quad (7)$$

通过对压强密度模型进行求解, 利用计算机模拟仿真画出模型所得到的压强  $P$  和时间  $t$  的图像, 如图 5 所示:

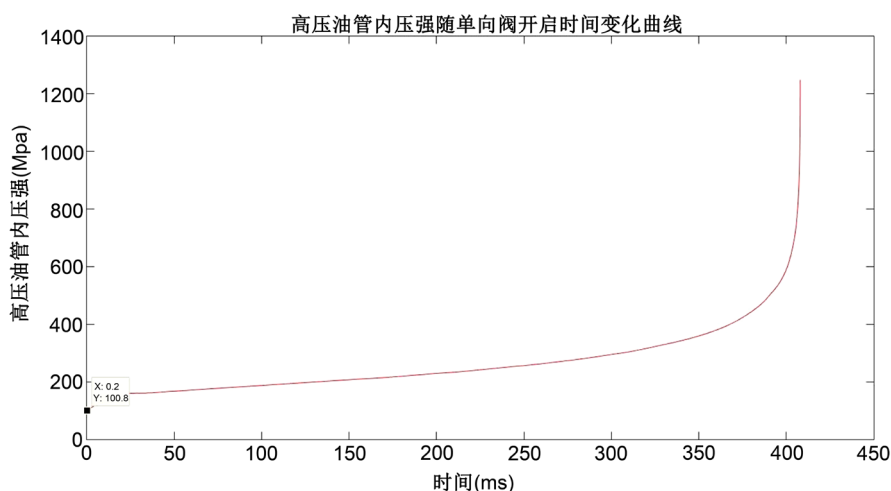


Figure 5. Time curve of pressure after improvement

图 5. 改进之后压强的时间变化曲线

由图可知, 本文选择压强为 105 MPa 的上限波动最大值, 根据带参数的压力变化与弹性模量预测模型为基础推到得到的压强时间关系能够更好的刻画出压强的变化过程, 随着时间的推移, 压强的变化与现实中的理论情况吻合。因此进一步说明了本文所建立的基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型的有效性和准确性。

综上所述, 当引入误差项  $\varepsilon$  以后, 弹性模量随压强变化的预测数据图像与原始数据图形几乎重合并处处吻合, 油液的压强变化更稳定, 与现实情况中相似。所以本文所建立基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型能够更加精确地对油液弹性模量随压强变化进行预测, 并且有较好的预测效果。进一步验证了模型的有效性和精确性。

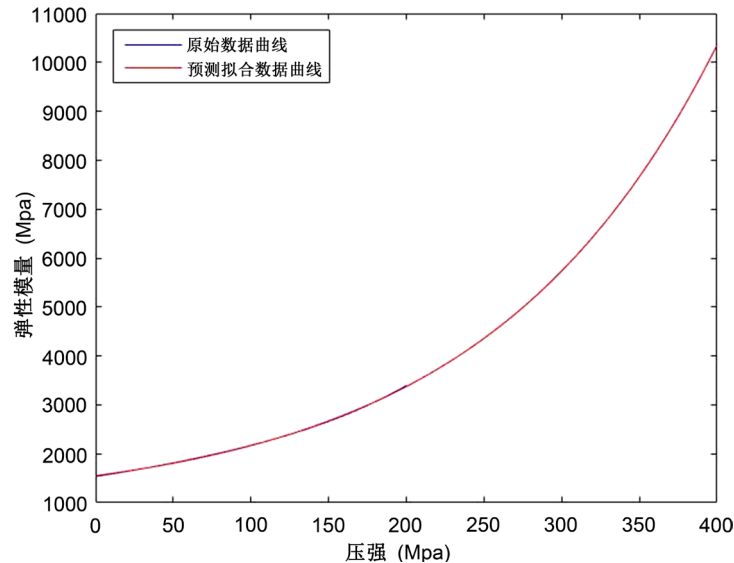
#### 4. 压强变化预测分析

针对 2019 高教社杯全国大学生数学建模竞赛 A 题[5]模量与压强变化关系数据, 通过基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型对弹性模量随压强变化进行预测, 利用压强 0~149 Mpa 的共 300 个点建模, 压强 149.5~200 Mpa 的 100 个点进行检验。并利用模型预测了压强在 200~400 Mpa 的 400 个点的弹性模量随压强变化数据。首先利用油液弹性模量随压强变化预测模型预测得到相对误差, 在通过基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型对其进行误差补偿, 得到最终预测的相对误差, 返回求得最终预测值。由于数据过大, 为展示结果其部分数据如下表 1 所示:

**Table 1.** Predicted modulus of elastic modulus with pressure  
**表 1.** 弹性模量随压强变化预测量

	油液弹性模量随压强变化预测模型	基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型
<b>MAPE</b>	1.395549	0.225764

其中，利用计算机模拟仿真，画出基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型预测数据图如下图 6 所示：



**Figure 6.** Predicting the trend of oil elastic modulus with pressure based on error compensation  
**图 6.** 基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化趋势预测图

图中，蓝色表示原始数据，红色表示模拟预测数据。由图 6 可知，本文所建立的基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型有效地模拟了压强 0~200 Mpa 的原始数据的变化趋势，并预测出了压强 200~400 Mpa 的弹性模量随压强变化数据。根据表 1 中数据，油液弹性模量随压强变化预测模型的 MAPE 为 1.395549。基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型 MAPE 为 0.22576。说明后者所建立的模型的误差更小，能够更加有效地对弹性模量随压强的变化进行预测，验证了模型的准确性，说明对于弹性模量随压强变化数据，使用基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型对其进行模拟预测，具有更高的精确度与可信心。

由预测数据结果显示，随着压强的不断增加，油液弹性膜量呈指数型持续增加趋势。并且增速不断加快。

## 5. 总结

本文通过所建立的基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型对 2019 高教社杯全国大学生数学建模竞赛 A 题[5]弹性模量随压强变化数据处理和预测，并对其进行结果分析，总结如下：

1) 通过检验比较图和误差数据，可以看出，相对于油液弹性模量随压强变化预测模型，基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型的补偿作用明显，平均相对误差 MAPE 较小，其误差收敛，曲线波动大小更加稳定和合理化。

2) 由油液弹性模量随压强变化趋势预测图可知，基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型

精准地模拟了原始数据的变化趋势，有效地预测了弹性模量随压强的变化趋势。随着压强的不断增加，油液弹性模量呈指数型持续增加趋势。并且增速不断加快。

3) 合理地掌握弹性模量对系统特性的影响规律将进一步提高液压系统的性能，本文通过基于误差补偿的油液弹性模量随压强变化预测模型精准地模拟和预测了弹性模量随压强的变化趋势。在今后可将此模型用于油液弹性模量随压强变化的问题之中。为液压机的研究和发展提供了理论依据。

## 基金项目

西南科技大学大学生创新基金项目(项目编号: CX19-061)。

## 参考文献

- [1] 徐巨华. 油液体积弹性模量对电液伺服系统动态特性影响研究[D]: [硕士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2013.
- [2] 程帅. 液压油体积弹性模量综合实验台设计与实验研究[D]: [硕士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2011.
- [3] 刘琦, 刘云生, 陈新传, 等. 超高压喷射条件下非常态燃油缸内喷雾特性[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2019(2): 480-486.
- [4] 王静. 大流量液压源恒温恒压控制及油液弹性模量研究[D]: [硕士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2008.
- [5] 高教杯全国大学生数学建模竞赛官网. 2019年A题“高压油管压力控制”[Z]. [http://www.mcm.edu.cn/html\\_cn/node/b0ae8510b9ec0cc0deb2266d2de19ecb.html](http://www.mcm.edu.cn/html_cn/node/b0ae8510b9ec0cc0deb2266d2de19ecb.html)