

不同材质气动探针跨音速流场内形变及模态分析

裘德馨¹, 杨帆^{1,2}, 王蒙¹, 陈启明¹, 龚旺¹

¹上海理工大学能源与动力工程学院, 上海

²上海市动力工程多相流动与传热重点实验室, 上海

收稿日期: 2021年11月17日; 录用日期: 2021年12月29日; 发布日期: 2022年1月6日

摘要

为研究气动探针在测量跨音速流场时的形变和模态, 并考虑材质的影响, 采用单向流固耦合方法, 对不锈钢、氧化锆和氧化铝三种材质的锥形探针进行数值计算。使用 Q 准则对流场中涡结构进行分析, 对探针进行结构分析获取探针总形变量及顶部位移。同时对探针进行模态分析, 以获取其固有频率和模态振型。结果表明: 流场中涡结构分布将影响探针形变量及偏移方向。较其他两种材质, 氧化铝材质的最大偏移位移和顶部位移均为最小, 但固有频率最高。材质差异对固有频率有一定的影响, 但不改变模态振型。

关键词

气动探针, 跨音速流场, Q 准则, 流固耦合, 模态分析, 材质影响

Deformation and Modal Analysis of Pneumatic Probes with Different Materials in Transonic Flow

Dexin Qiu¹, Fan Yang^{1,2}, Meng Wang¹, Qiming Chen¹, Wang Gong¹

¹School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

²Shanghai Key Laboratory of Multiphase Flow and Heat Transfer in Power Engineering, Shanghai

Received: Nov. 17th, 2021; accepted: Dec. 29th, 2021; published: Jan. 6th, 2022

Abstract

In order to study the deformation and mode of the aerodynamic probe in the transonic flow field,

文章引用: 裘德馨, 杨帆, 王蒙, 陈启明, 龚旺. 不同材质气动探针跨音速流场内形变及模态分析[J]. 建模与仿真, 2022, 11(1): 1-16. DOI: 10.12677/mos.2022.111001

and to consider the influence of material, the unidirectional fluid-structure interaction method was used to calculate the conical probe of stainless steel, zirconia and alumina. The Q -criterion is used to analyze the vortex structures in the flow field, and the probe structure is analyzed to obtain the probe general type variable and top displacement. Furthermore, modal analysis was performed to obtain the natural frequency and mode shape of the probe. The results show that the distribution of vortex structures in the flow field will affect the probe shape variable and the migration direction. Compared with the other two materials, the maximum displacement and top displacement of alumina material are the smallest, but the natural frequency is the highest. The material variance has an influence on the natural frequency to some extent, but does not change the mode shape.

Keywords

Pneumatic Probe, Transonic Flow, Q -Criterion, Fluid-Solid Interaction, Modal Analysis, Material Influence

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着科技水平的飞速发展,汽轮机和航空发动机等透平机械设备越来越多涉及到跨音速气流流动。跨音速气流顾名思义,包括亚音速、音速和超音速三种不同形式的流动。考虑到跨音速流动的复杂性,对流场各参数的准确测量始终是一项极为困难且重要的工作。目前流场测量技术可分为两类[1]:接触式测量和非接触式测量,其中接触式测量包括热线探针及气动探针等方式,非接触式测量包括激光多普勒测速仪、粒子成像测速仪和热线风速仪等。在众多测量方式方法中,气动探针以其价格低廉、设备精简、使用简单、精确度高、对环境要求低并可实现三维流场测量等优点,获得了广泛运用[2]。

目前,结合空气动力学,对气动探针外形设计的研究相对成熟。蔡小舒等[3]研制了一种由气动和光学探针组成的楔形探针。张有等[4]对应用于超音速流场测量的5孔圆锥形气动探针进行了改进。李井洋等[5]发展了一种楔顶圆柱双孔探针测量三维流场的方法。汪进文等[6]使用L型球头五孔压力探针进行了试验。同时,对于气动探针的校准也在不断发展成熟。早在1982年,NASA的K. N. Everett等[7]就对七孔探针的校准提供了详细的算法。英国萨里大学Samantha Shaw-Ward [8]使用19孔探针研究的校准算法使角度测量精度更高。黎石竹等[9]对四孔楔形气动探针的灵敏度进行了验证。

在上述的研究工作中,通常假定探针在使用时是完全静止不动的,然而在实际测量中,气动探针要受到气流的冲击,在压差、气流激波等因素的影响下产生形变和振动,探针的形变与振动对测量结果的精度有着显著的影响,同时当探针的振动频率与固有频率相接近时,也极有可能发生共振现象。因此,研究探针形变与振动,对流场的测量及探针结构安全具有重要意义。

针对探针的形变与振动,相关学者做了一定的研究,汪进文等[6]研究了压力探针强迫振动对压力测量结果的影响。胡展豪等[10]对平均流速为200 m/s的湿蒸汽流场中介入式探针振动情况进行了数值模拟,得到了探针振动频率与固有频率偏离较大,不会发生共振现象。高强等[11]探究了气流速度为20~80 m/s时探针的形变情况对于测量精度的影响。上述研究只针对亚音速中探针的形变与振动进行了试验,但对于跨音速气流中探针的形变与振动仍有待进一步分析。

探针的形变、振动、模态振型和固有频率等特性，与探针材质的材料密度、弹性模量及泊松比等物性密不可分[12]。因此，开展材质物理特性影响形变和模态的研究，对于探针在流场测量中的形变与振动情况具有重要的意义。

综上，为研究气动探针在测量跨音速流场时的形变，同时探究材质对于形变和模态的影响，根据实际实验要求选取不锈钢、氧化锆和氧化铝三种不同材质的圆锥形探针为研究对象，利用 ANSYS Workbench 软件中流动求解模块[Fluid Flow (Fluent)]及结构分析模块(Static Structural)，进行跨音速流场内探针的单向流固耦合计算，进而使用模态分析模块(Modal)得出不同材质的模态频率，探究不同材质对同阶固有频率的影响。本研究的结果可为测量跨音速流场的探针设计提供一定的参考。

2. 研究内容与方法

2.1. 研究对象

本文选取圆锥形探针[13]为研究对象。使用 SolidWorks 建立圆锥形探针杆组合体三维模型，杆长为 200 mm，探针组合体三维模型如图 1 所示。由于探针杆在实际使用过程中需要放置测量元件，故将其设计为外径为 8 mm，内径为 4 mm 的空心圆柱。由于探针杆与直径 4 mm 的圆锥形探针头部需过渡连接(连接部分为实心)，所以杆末端采用高为 20 mm 的实心圆台。

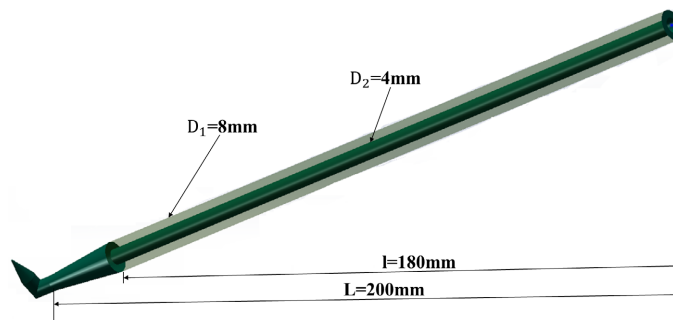


Figure 1. Three-dimensional model of probe assembly
图 1. 探针组合体三维模型

探针头部为圆锥形，测压头几何模型如图 2 所示。分析中忽略测压孔的位置，并将顶部中心位置定义为 O 点，对其位置进行追踪。

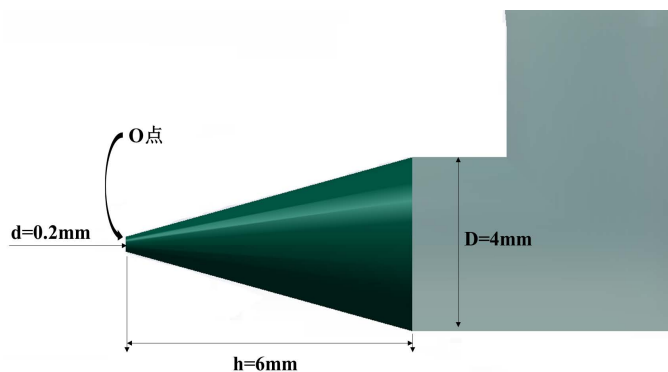


Figure 2. Geometric model of pressure tap
图 2. 测压头几何模型

由于探针在流场中类似于悬臂梁,故以探针杆顶端固定位置为坐标原点建立直角坐标系,如图3所示,此时O点坐标为(-13, -207, 0)。

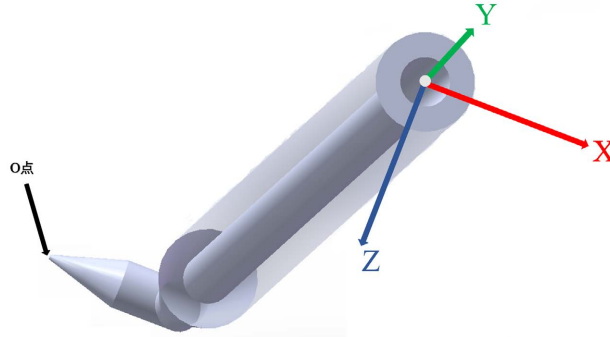


Figure 3. Schematic diagram of Cartesian coordinate system
图3. 直角坐标系示意图

为方便分析问题,引入球坐标系。球坐标系是一种三维坐标系,以坐标原点为参考点,根据坐标系变换关系可知,O点在球坐标系中坐标为(207.4078, 90, 266.4064)。

2.2. 研究方案

2.2.1. 单向流固耦合

采用基于单向流固耦合的数值模拟方法,研究跨音速气流对探针形变的影响。

1) 流体控制方程

流体运动遵守质量守恒、能量守恒和动量守恒三大定律。根据三大守恒定律,可得流体控制方程(纳维斯托克斯方程),如下所示:

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla(\rho_f v) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla(\rho_f v - \tau_f) = f_f \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_f E}{\partial t} + \nabla(\rho_f v E - \tau_f v) + q_f = f_f + q_f \quad (3)$$

式中: t 为时间; f_f 为体积力; ρ_f 为流体密度; v 为流体速度矢量; τ_f 为剪切力张量; E 为单位质量内能; q_f 为单位体积热量损失。

2) 固体控制方程

依据牛顿第二定律可知,固体的控制方程为:

$$\rho_s \ddot{d}_s = \nabla \delta_s + f_s \quad (4)$$

式中, ρ_s 为固体密度; δ_s 为柯西应力张量; f_s 为体积力矢量; \ddot{d}_s 为固体域当地加速度矢量。

3) 流固耦合方程[14]

根据守恒定律,在流固耦合的接触交界面位置处,流体和固体的应力、形变都应一一对应守恒:

$$\tau_f n_f = \tau_s n_s \quad (5)$$

$$d_f = d_s \quad (6)$$

式中： τ_f 为流体的应力； τ_s 为固体的应力； n_f 为流体的单位方向向量； n_s 为固体的单位方向向量； d_f 为流体的位移； d_s 为固体的位移。

2.2.2. 模态分析

模态分析是计算结构振动特性的数值技术，结构振动特性包括固有频率和振型。可以帮助设计人员确定结构的固有频率和振型，以避免结构因设计不当而产生共振，并指导预测在不同载荷作用下结构的振动形式。

由平衡方程、物理方程和几何方程可以导出结构的有限元基本方程[15]：

$$\ddot{\hat{M}}\hat{u} + C\bar{u} + Ku = F(t) \quad (7)$$

式中： M 为总体质量矩阵； C 为总体阻尼矩阵； K 为总体刚度矩阵； $F(t)$ 为结构所受外力； \hat{u} 为节点加速度矩阵； \bar{u} 为节点速度矩阵； u 为节点位移矩阵。

在求解探针结构自由振动的固有频率和振型的过程中，由于结构阻尼对探针结构固有频率的影响较小，故可忽略不计，由此可得结构的无阻尼自由振动的运动微分方程为：

$$M\hat{u} + K\bar{u} = 0 \quad (8)$$

弹性的自由振动可以分解为一系列简谐振动的叠加：

$$(K - \omega^2 M)L = 0 \quad (9)$$

式中， ω^2 和 L 分别为满足该式的广义特征值和广义特征向量，其中 ω 为振动的固有振动频率， L 为相应的振型。

2.3. 计算区域与网格划分

选择球形区域为探针外部流场区域，对其进行网格划分，并在探针表面区域添加边界层网格进行局部加密来提高网格质量和计算精度，外部流场网格如图 4 所示。

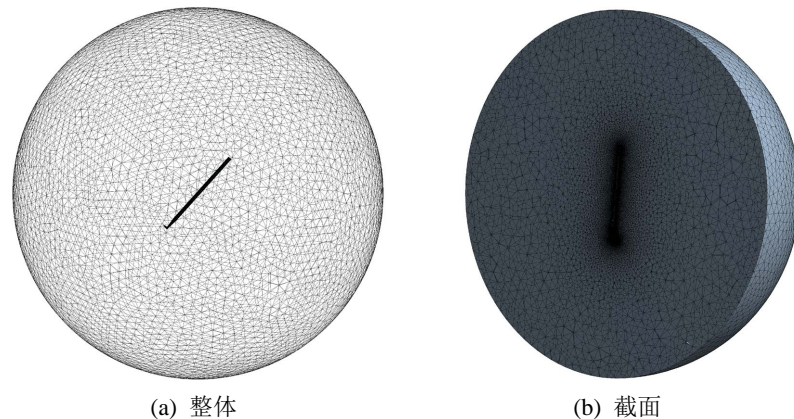


Figure 4. External flow grid
图 4. 外部流场网格

为了进行静力分析，需要将流场区域抑制后，对固体区域及探针进行网格划分，探针固体域网格如图 5 所示。根据探针实际尺寸，对相应的边和面进行了不同程度的网格加密，最终网格质量均在 0.39 以上，达到求解器的标准。

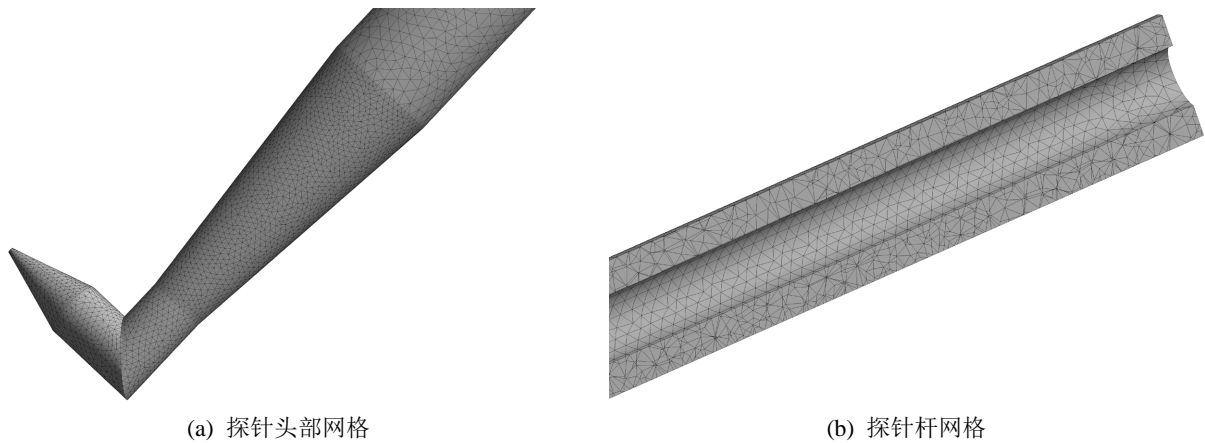


Figure 5. Solid domain grid of probe
图 5. 探针固体域网格

2.4. 边界条件与初始条件

压力远场边界条件是一种为边界处减弱激波、膨胀波的反射而设计的边界条件，可以看作物体在无限大的流场中与流体进行能量交互，适用于模拟在无穷远处指定了马赫数的可压缩流动。在超音速流场的模拟中使用该边界条件，物体产生的激波、膨胀波，将不会被反射，从而保证了模拟的精确度。

探针对称放置于 xoy 平面，外部流场区域设置为压力远场边界条件，来流方向沿 x 轴正方向，定义来流偏转角 α 为来流与 xoy 平面的夹角，如图 6 所示。来流偏转角 α 分别选取为 0° 、 10° 、 20° 、 30° 、 40° 、 50° ，马赫数分别设置为 0.8、0.9、1.0、1.1 和 1.2，探针表面为流固耦合交界面。

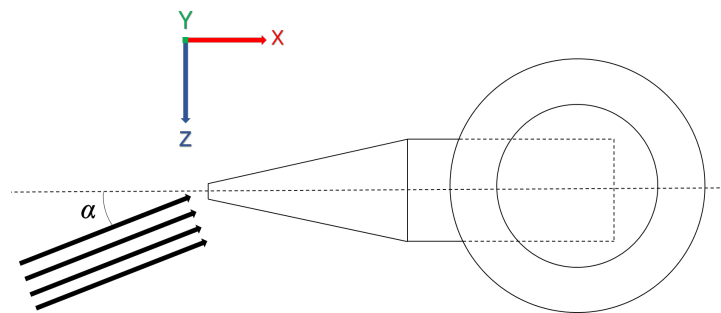


Figure 6. Diagram of flow deflection angle α
图 6. 来流偏转角 α 示意图

3. 流固耦合分析

3.1. 流场分析

单向流固耦合分析，首先要对流场进行计算。来流风速为 1.0 Ma 时流场截面压力分布云图如图 7 所示，可以看出球形边界的流场压力是均衡的，探针周围的流场并没有受到流场边界返射气流的影响。

$\alpha = 0^\circ$ 时不同马赫数来流条件下的探针表面压力分布云图如图 8 所示。由图中可知，当马赫数为 0.8 和 0.9 时，探针表面应力分布类似于圆柱绕流，最大应力位于探针正对来流处，最小应力位于探针边缘两侧；当马赫数为 1.0、1.1 和 1.2 时，探针表面最大应力与低马赫数时类似，均位于正对来流处，同时背对来流方向的负压区逐渐增大，故最小应力处随着马赫数的增大，沿探针表面后移。

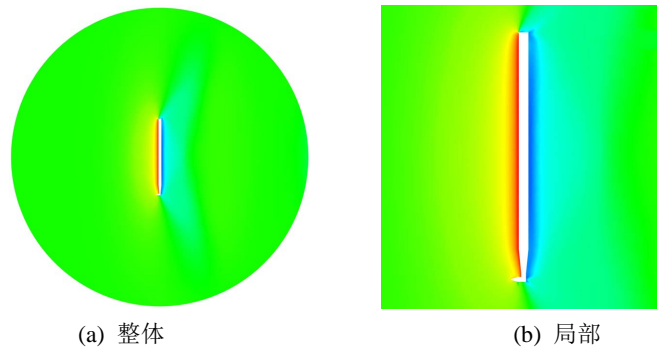


Figure 7. 1.0 Ma flow field section pressure distribution
图 7. 1.0 Ma 流场截面压力分布

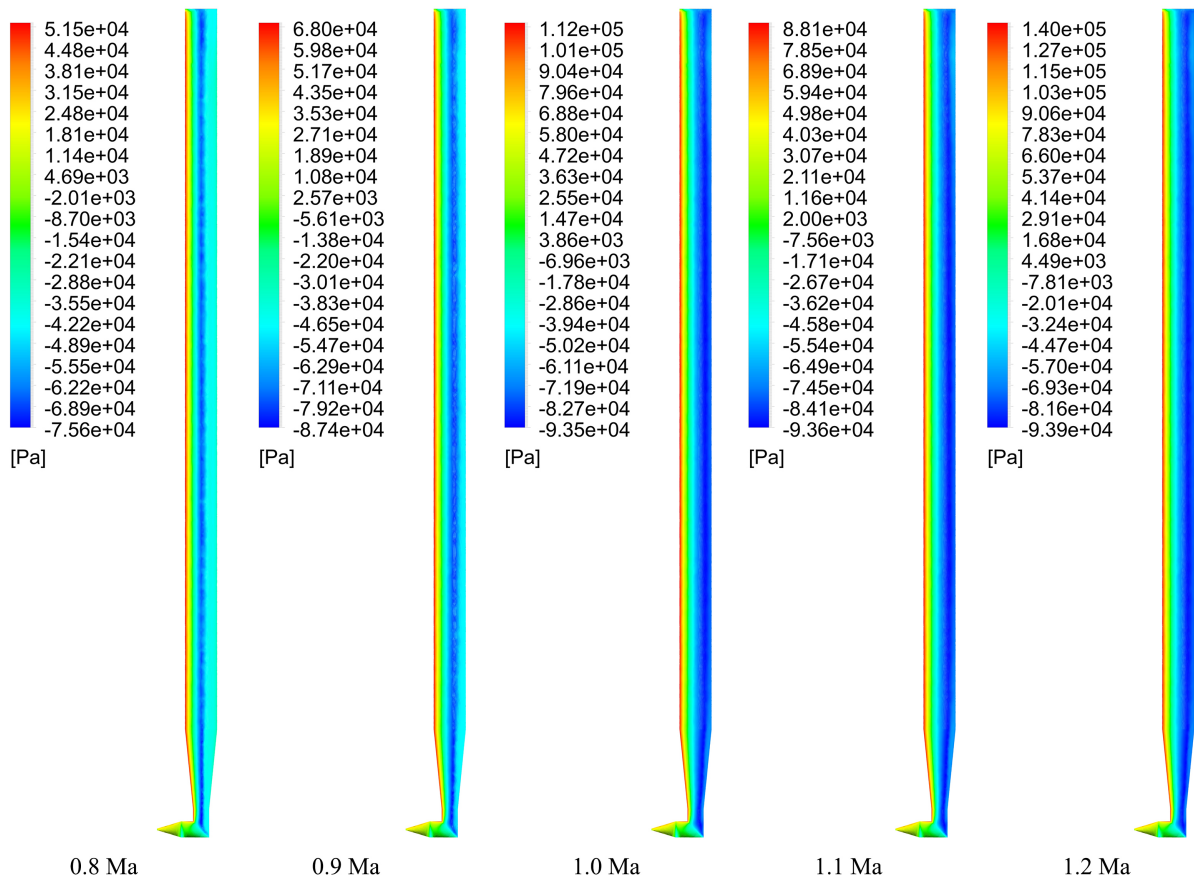


Figure 8. The pressure distribution cloud chart of probe surface under different Mach numbers at $\alpha = 0^\circ$ deflection angle
图 8. 偏转角 $\alpha = 0^\circ$ 不同马赫数下探针表面压力分布云图

本次模拟中，探针固体区域置于流场中，在来流冲击下将造成流动分离，在流场中产生涡，涡结构的分布不仅影响流场速度及压力，同时探针结构受力和应变也将受到影响。对流场涡进行分析，将有助于直观地理解探针在跨音速流场中形变的原因。本文选取目前广泛使用的 Q 准则[16]对涡结构进行识别。

不同马赫数来流条件下， $\alpha = 0^\circ$ 和 $\alpha = 50^\circ$ 时流场中涡结构如图 9 所示。由图可知，涡主要分布在探针头部同时位于吸力面。产生该现象的原因，是由于探针头部为直角结构(由图 2 可知)，相较于探针杆光滑曲面的对称结构，对于跨音速流场产生的流动分离现象更为剧烈。结合图 8 分析可知，随着来流马赫数

增加, 涡结构范围变窄, 将在探针头部吸力面愈加聚集, 造成负压区域压强随之减小。同时由图 9 可知, 涡结构随着来流马赫数增加有减小趋势, 来流速度增大将加速涡脱落, 由此可知, 探针结构在高速来流条件下更加容易产生振动。

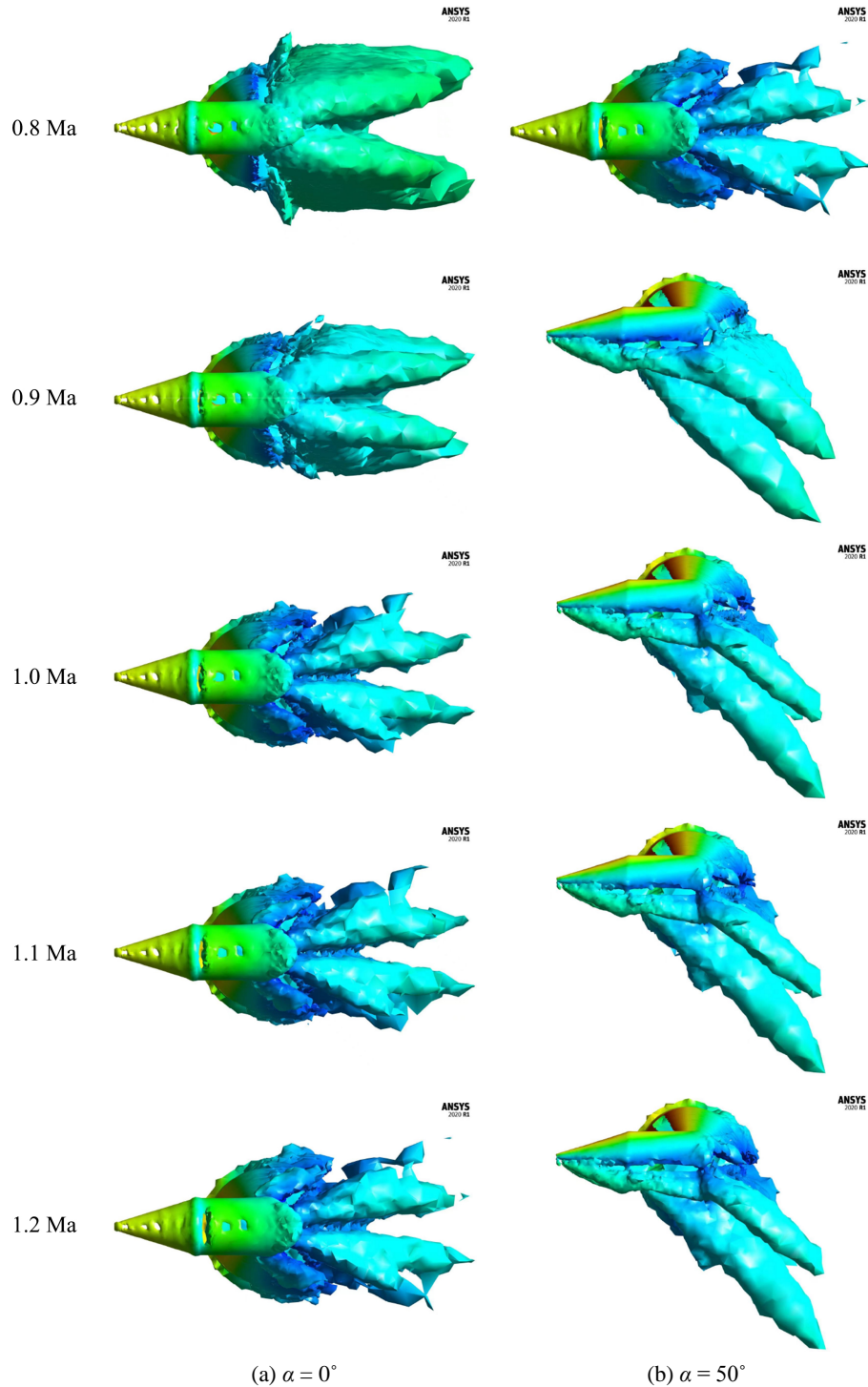


Figure 9. Vortex structures in $\alpha = 0^\circ$ and $\alpha = 50^\circ$ flow fields
图 9. $\alpha = 0^\circ$ 和 $\alpha = 50^\circ$ 流场涡结构

来流马赫数 1.2 Ma，偏转角为 $\alpha = 0^\circ$ 和 $\alpha = 50^\circ$ 时涡结构三视图如图 10 所示。由图可知，探针头部吸力面涡结构方向在三维空间中并非与来流方向重合，而是有一定角度偏移。由此可知，探针头部直角结构造成的流动分离现象不但对涡分布有作用，而且对于涡脱落方向也有影响。涡结构分布位置与压强分布有密切联系，将对探针结构的受力造成影响，从而影响探针的形变大小及方向。

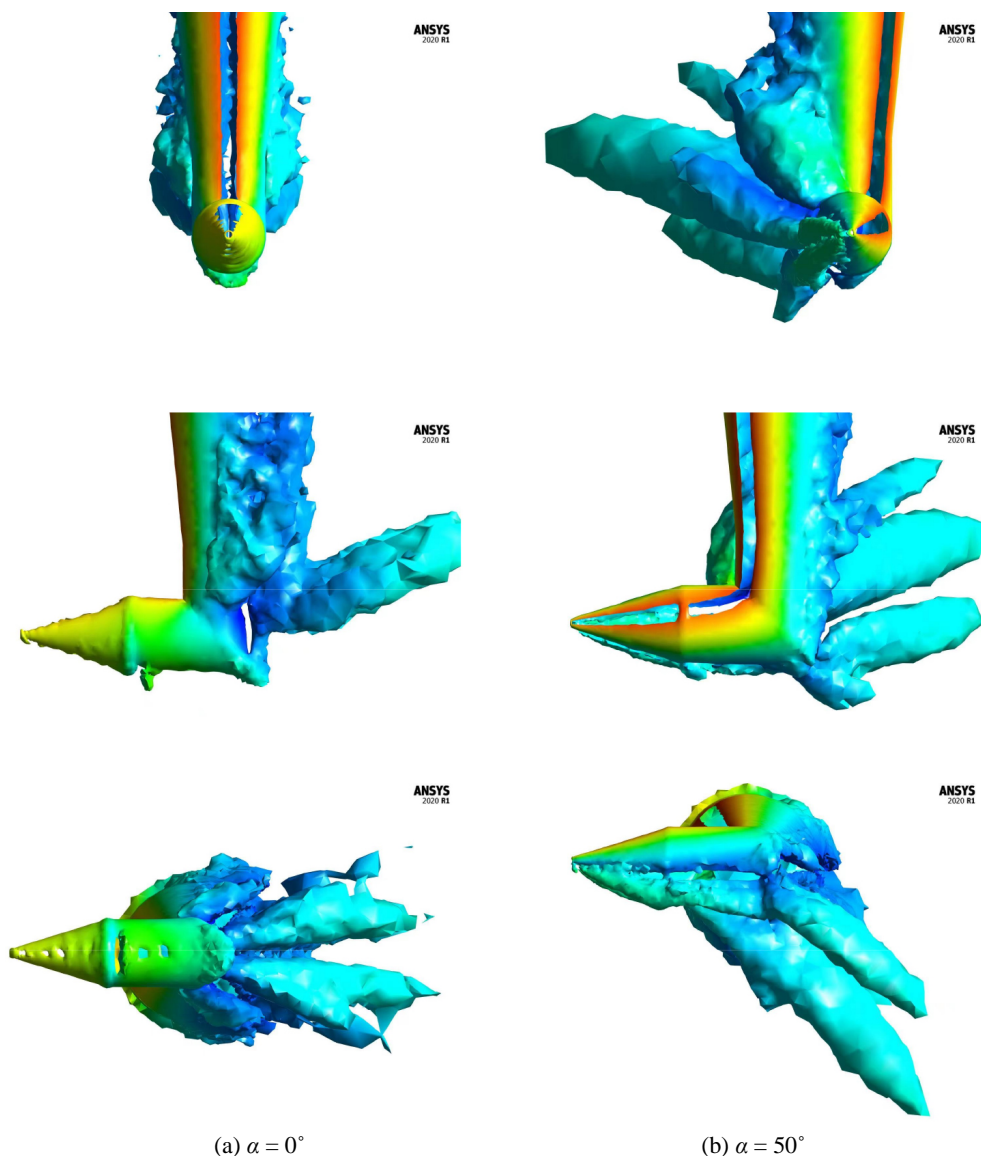


Figure 10. Three views of vortex structures of 1.2 Ma with different incoming flow deflection angles
图 10. 1.2 Ma 不同来流偏转角涡结构三视图

3.2. 静力分析

将流场结果导入 Static Structural 中，进行结构静力学分析。对流场进行抑制后设置探针材质，分别为：不锈钢、氧化锆、氧化铝，三种材质的属性参数值如表 1 所示。

由于探针在流场中类似于悬臂梁结构，故在探针杆顶部设置固定约束。分别计算六个偏转角、五个马赫数和三种材质条件下探针的形变，其中氧化铝材质探针的总形变数据如表 2 所示。

Table 1. Properties of probe materials
表 1. 探针材质属性

材质	杨氏模量/Mpa	泊松比/ μ	密度/kg/mm ³
不锈钢	1.93×10^5	0.310	7.75×10^{-6}
氧化锆	1.38×10^5	0.259	6.09×10^{-6}
氧化铝	3.30×10^5	0.238	3.70×10^{-6}

Table 2. Total shape variable of alumina probe/mm
表 2. 氧化铝探针总形变量/mm

马赫数	来流偏转角 α					
	0°	10°	20°	30°	40°	50°
0.8	0.896	0.901	0.907	0.920	0.938	0.958
0.9	1.439	1.442	1.454	1.468	1.493	1.525
1.0	2.088	2.092	2.103	2.124	2.154	2.191
1.1	2.377	2.381	2.394	2.419	2.452	2.494
1.2	2.716	2.723	2.738	2.767	2.806	2.854

氧化锆和不锈钢探针的总形变量与氧化铝探针总形变量的比值如图 11 和图 12 所示。可以看出，氧化锆材质的探针总形变量最大，不锈钢材质次之，氧化铝材质总形变量最小。

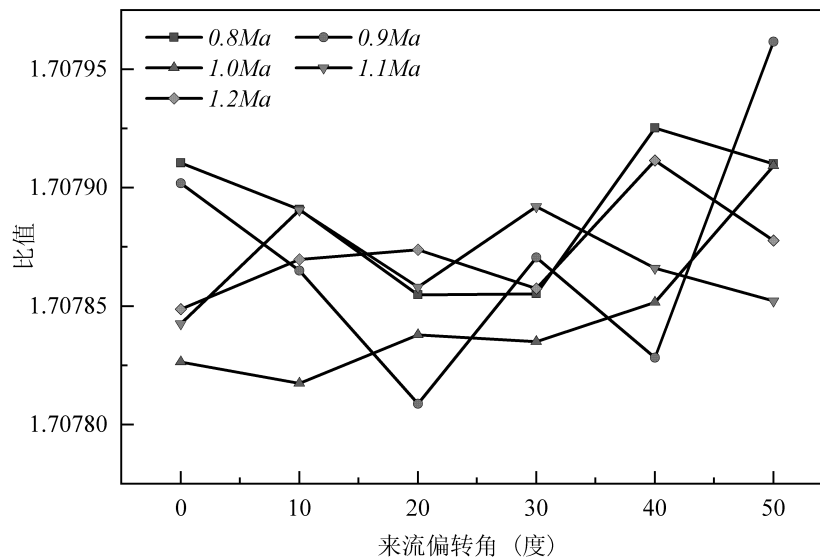


Figure 11. Ratio of total deformation of stainless steel to alumina probe
图 11. 不锈钢与氧化铝探针总形变量之比

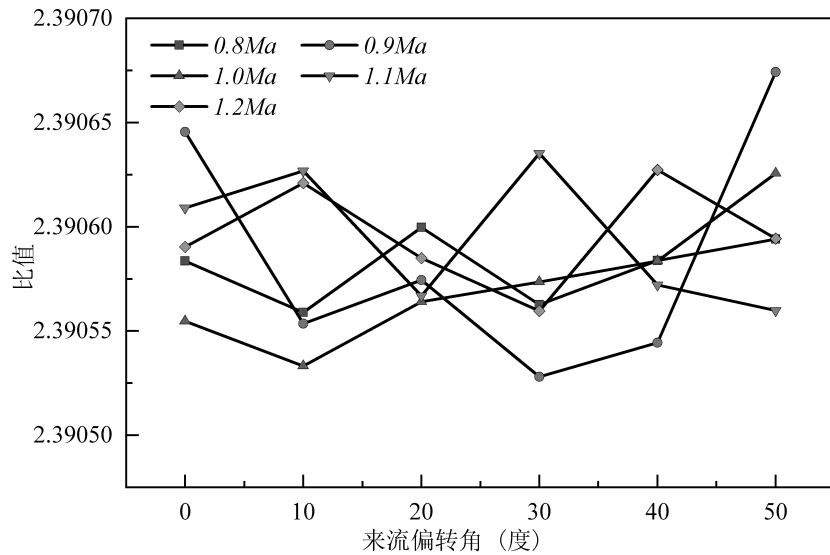


Figure 12. Ratio of total deformation of zirconia to alumina probe
图 12. 氧化锆与氧化铝探针总形变量之比

当偏转角 $\alpha = 0^\circ$ 时，不锈钢材质探针在不同马赫数下的形变状况如图 13 所示。可以看出，随着来流马赫数的增大，探针头部出现较为明显的形变，变形趋势与在流场中探针所受到的表面压力是基本吻合的，靠近探针头部形变量最大，越靠近设置固定约束的探针顶部，形变量越小。

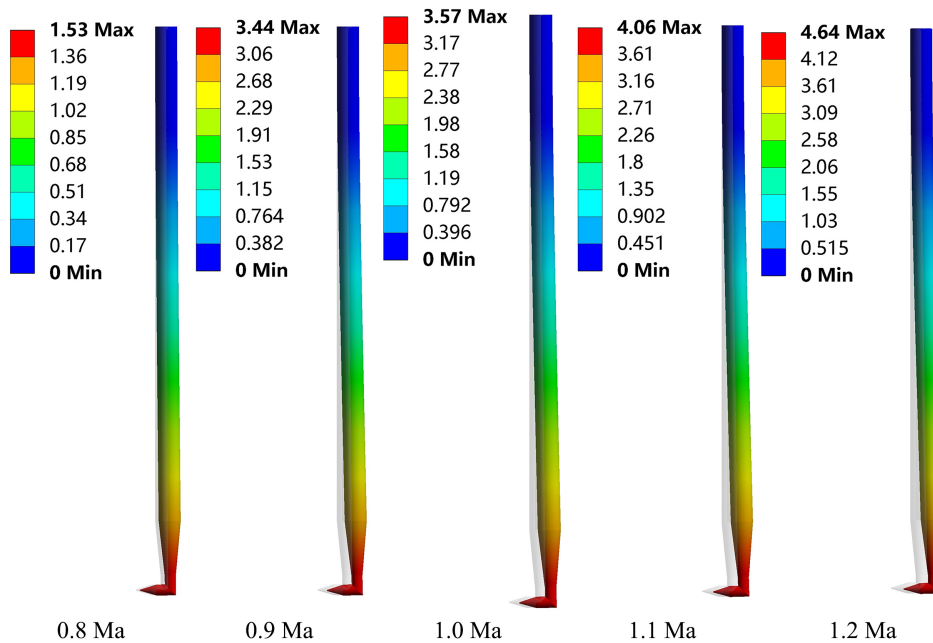


Figure 13. The deformation of stainless steel probe at different Mach numbers $\alpha = 0^\circ$
图 13. $\alpha = 0^\circ$ 时不锈钢探针在不同马赫数下的形变

探针的形变对于探针测量的精确度有着重要的影响，对于圆锥形探针，圆锥顶部的测压孔对于流场测量有着重要的作用，故本次模拟，对 O 点进行了位移变化的监测。

如表 3 所示为 $\alpha = 0^\circ$ ，不同材质和马赫数下 O 点的位移变化，同时计算出位移所对应的夹角，即 O 点的偏转角。由数据可知，氧化铝材质 O 点的偏转角范围介于 $0.2445^\circ \sim 0.7415^\circ$ ，在跨音速流场中相差约 0.5° ，不锈钢材质的 O 点偏转角度约是它的 1.7 倍，而氧化锆材质的 O 点偏转角度约是它的 2.4 倍。

Table 3. O point displacement/mm and deflection angle/ $^\circ$
表 3. O 点位移/mm 和偏转角度/ $^\circ$

马赫数	氧化铝		不锈钢		氧化锆	
	位移	偏转角	位移	偏转角	位移	偏转角
0.8	0.885	0.245	1.512	0.418	2.121	0.586
0.9	1.422	0.393	2.428	0.671	3.407	0.941
1.0	2.063	0.570	3.523	0.973	4.932	1.362
1.1	2.349	0.649	4.011	1.108	5.627	1.555
1.2	2.684	0.742	4.584	1.266	6.417	1.773

探针在流场中类似于悬臂梁，故以坐标原点与 O 点的连线为半径 r ，建立球坐标系，由于探针形变造成 O 点产生位移，其方位角及仰角变化量为 $\Delta\varphi$ 和 $\Delta\theta$ ，O 点球坐标变化示意图如图 14 所示。

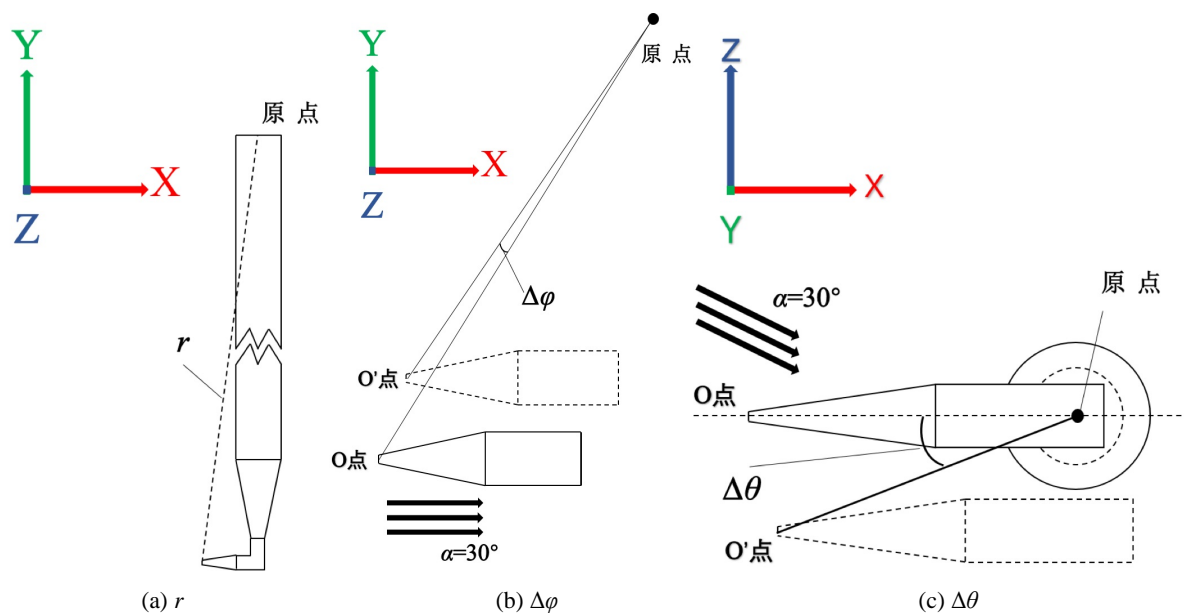


Figure 14. Diagram of coordinate system change of O point ball in flow field
图 14. 流场中 O 点球坐标系变化示意图

在不同工况下，O 点的位移变化仅与球坐标系下 θ 和 φ 的变化有关，故取变形后 O 点所对应的 θ 和 φ 值与初始位置的相对比值来描述 O 点的位移变化情况，三种材质探针 O 点位移如图 15~17 所示。

由流场特性可知，来流马赫数增加，探针承受的气动力随之增大，又由于探针头部并非对称结构，随

随着来流偏转角 α 的增大，探针受力面也在增大，探针受力随之增大。同一材质物体受力越大产生形变的能力就越大，杨氏模量作为材质产生弹性变形难易程度的指标，其值越大，材质抗弯曲能力越大，即材质发生一定弹性变形的应力也越大。由表 1 可知，三种材质中氧化铝杨氏模量最大，在不同工况的流场中探针总形变量和 O 点的位移变化，相较于不锈钢和氧化铝均为最小。O 点位移变化数据可为跨音速流场气动探针的研制、校准和标定，提供数据参考。

数据显示探针形变结果与流场中涡结构分布位置和材质抗弯曲特性相吻合。本次模拟实验采用单向流固耦合方法在稳态条件下进行，瞬态条件下涡结构对于探针振动的重要影响，需后续进一步研究。

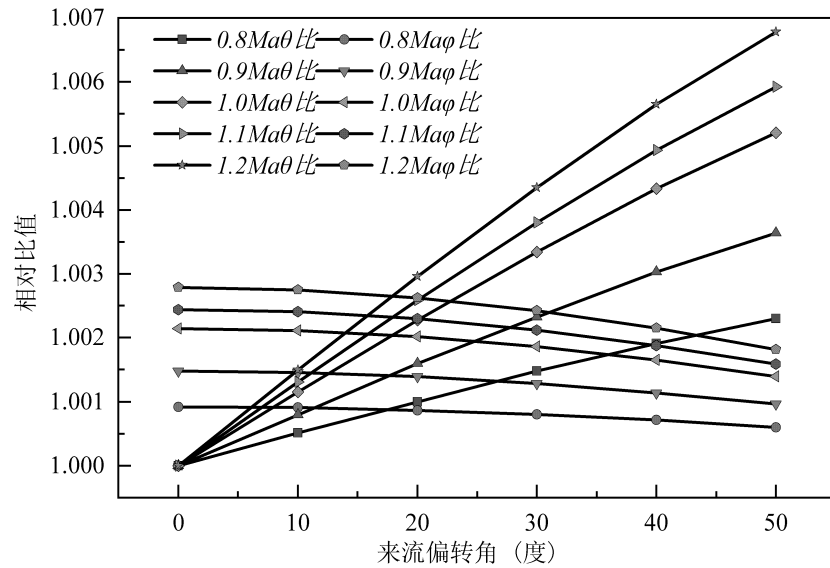


Figure 15. Displacement of point O of alumina probe
图 15. 氧化铝探针 O 点位移

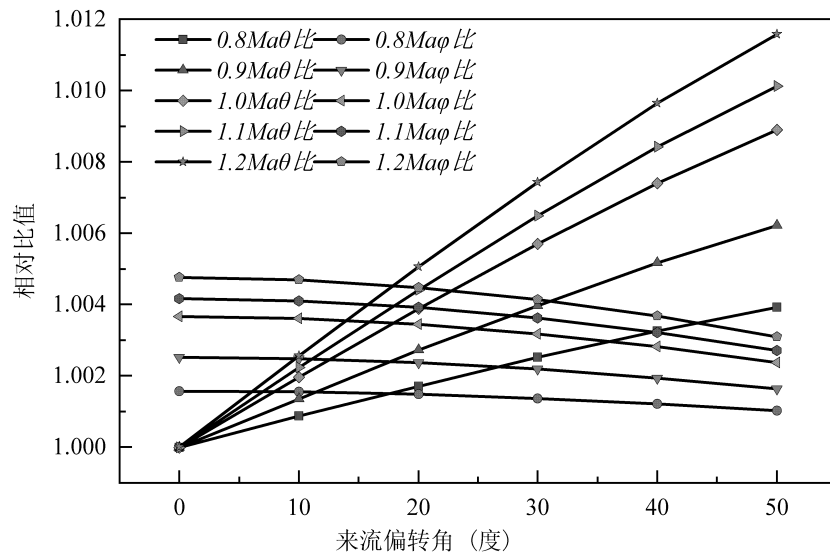


Figure 16. Displacement of point O of stainless steel probe
图 16. 不锈钢探针 O 点位移

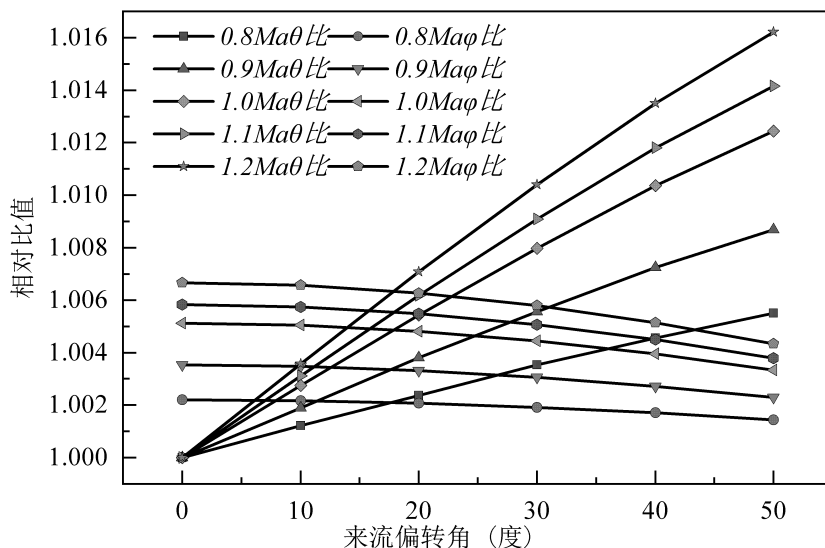


Figure 17. Displacement of point O of zirconia probe
图 17. 氧化锆探针 O 点位移

4. 模态分析

在满足跨音速测量的条件下，防止探针自振频率与所测流场频率重合产生共振，其结构设计必须考虑探针固有频率。为了获取实验所需不同材质的探针模态频率，为实际使用中避开固有频率，避免发生共振以至于损坏结构提供数据参考，同时探究不同材质对于探针性能的影响，对探针结构进行模态分析。在探针根部施加固定支撑后，分别对三种材质的探针前 6 阶模态进行提取，所获得固有频率值如表 4 所示。

Table 4. The first six modal natural frequencies of probes made of three materials/Hz
表 4. 三种材质的探针前 6 阶模态固有频率值/Hz

模态阶数	氧化铝	不锈钢	氧化锆
一阶	295.23	156.11	148.84
二阶	295.24	156.11	148.84
三阶	1815.00	959.43	914.95
四阶	1815.30	959.58	915.10
五阶	4946.30	2613.20	2493.00
六阶	4947.70	2614.30	2493.80

由于探针为对称结构，所以相邻两阶模态振型相同，但方向不同。前六阶模态振型图如图 18 所示，随着模态阶数的增加探针模态振型的节点也依次递增，一阶振型为探针在 xoy 面的一阶偏转，二阶振型为 yoz 面的一阶偏转，三、四阶振型分别为 xoy 和 yoz 面的二阶偏转，五、六阶模态出现 3 个节点，五阶振型为 yoz 面的三阶偏转，六阶振型为 xoy 面的三阶偏转。

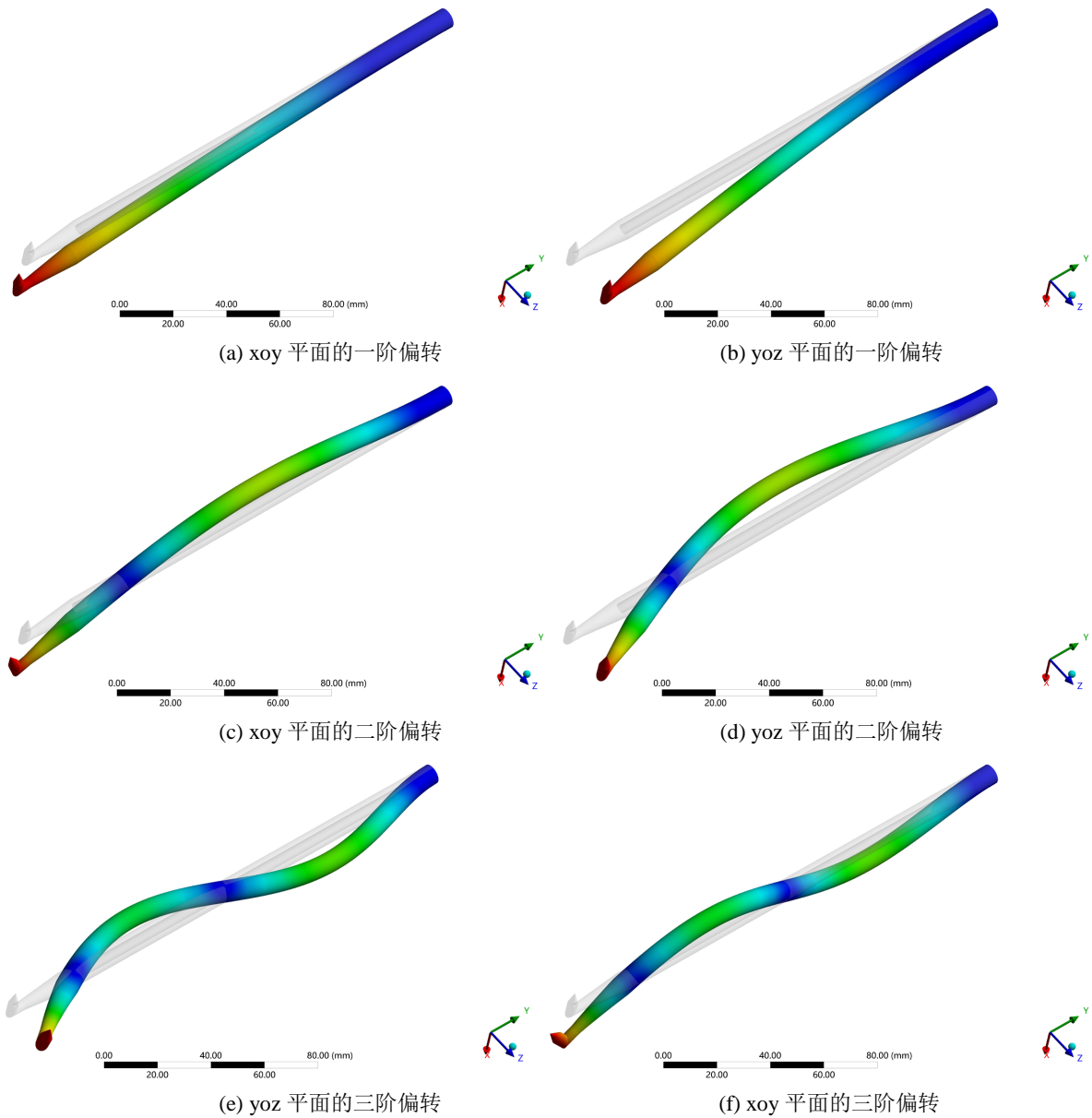


Figure 18. First six order modals and vibration patterns of the probe

图 18. 探针前 6 阶模态振型

由表 4 可知, 探针的材质对于探针的固有频率有一定的影响, 由于探针为对称结构, 所以相邻两阶模态频率相近, 固有频率从大到小依次为氧化铝、不锈钢、氧化锆, 氧化锆与不锈钢材质探针的前 6 阶固有频率相差均为 5%, 而与氧化铝材质各阶频率几乎相差 1 倍。在该探针结构中, 氧化锆模态频率最低, 在实际使用过程中相较于其他两种材质更容易被外界激励, 氧化铝材质可有效提高探针的前 6 阶固有频率。

5. 结论

1) 本次模拟实验, 选取 Q 准则方法对流场中涡结构进行识别分析。随马赫数增大, 流场涡结构分布范围逐渐缩小, 同时有加速涡脱落的趋势。涡结构方向受来流偏转角影响, 同时也与探针几何结构有密

切联系。

2) 由于涡结构分布位置与压强分布有密切联系, 由计算数据可知, 探针偏移方向与探针表面涡结构分布方向基本吻合。探针形变结果与材质抗弯曲特性相符, 氧化铝材质杨氏模量最大, 其总形变量和 O 点相对位移在各来流条件下均为最小, 故采用氧化铝材质可有效降低探针挠度。

3) 模态分析结果显示, 材质的差异会对探针模态固有频率造成不同程度的影响, 但不会改变探针结构的模态振型, 氧化铝可有效提高探针固有频率, 相较于其他两种材质更难被外界激励, 在实际应用中, 应根据流场工况选取与固有频率相差较远的材质, 从而避免探针的共振。相关数据可为探针的结构优化提供参考和指导。

基金项目

国家科技重大专项(2017-V-0016-0069)及上海理工大学学位点引导布局与建设培育项目(XWDA2021104)资助。

参考文献

- [1] Lenherr, C., Kalfas, A.I. and Abhari, R.S. (2011) High Temperature Fast Response Aerodynamic Probe. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, **133**, 011603. <https://doi.org/10.1115/1.4001824>
- [2] 李新年, 周骛, 蔡小舒. 高频响气动探针研究综述[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(19): 6246-6256.
- [3] 汪丽莉, 蔡小舒, 苏海林. 集成探针号动部分的风洞标定[J]. 上海汽轮机, 2002(4): 27-31+54.
- [4] 张有, 吴锋, 冯旭栋, 等. 1 种副孔正交型超声速 5 孔探针的设计与应用[J]. 航空发动机, 2018, 44(5): 65-72.
- [5] 李井洋, 马宏伟, 贺象. 楔顶双孔探针测量跨声多级压气机转子出口三维动态流场的方法[J]. 航空动力学报, 2012, 27(10): 2262-2268.
- [6] 汪进文, 马宏伟. 压力探针低频振动对测量结果影响的实验研究[C]//中国航天第三专业信息网. 中国航天第三专业信息网第三十八届技术交流会暨第二届空天动力联合会议. 大连, 2017.
- [7] Everett, K.N., Durston, D.A. and Gerner, A.A. (1982) Theory and Calibration of Non-Nulling Seven-Hole Cone Probes for Use in Complex Flow Measurement. <https://doi.org/10.2514/6.1982-232>
- [8] Shaw-Ward, S., Titchmarsh, A. and Birch, D.M. (2014) Calibration and Use of n-Hole Velocity Probes. *AIAA Journal*, **53**, 336-346.
- [9] 黎石竹, 蔡小舒, 徐呈泽, 等. 四孔楔形气动探针标定与灵敏度分析[J]. 热力透平, 2013, 42(3): 161-164.
- [10] 胡展豪, 冯俊涛, 盛德仁, 等. 湿蒸汽流场下介入式探针振动数值模拟[J]. 浙江大学学报(工学版), 2019, 53(6): 1157-1163.
- [11] 高强, 田夫, 王晓放, 等. 五孔探针形变与振动对透平机械复杂流场测量精度的影响[J]. 测试技术学报, 2017, 31(3): 196-200.
- [12] 杜鹏程. 风轮叶片材料属性对模态性能影响的研究[D]: [硕士学位论文]. 呼和浩特: 内蒙古工业大学, 2018.
- [13] Wildmann, N., Ravi, S. and Bange, J. (2014) Towards Higher Accuracy and Better Frequency Response with Standard Multi-Hole Probes in Turbulence Measurement with Remotely Piloted Aircraft (RPA). *Atmospheric Measurement Techniques*, **7**, 1027-1041. <https://doi.org/10.5194/amt-7-1027-2014>
- [14] 关新, 马骁, 陈旭. 风力机叶轮单向流固耦合工程分析方法研究[J]. 沈阳工程学院学报(自然科学版), 2021, 17(1): 1-4+20.
- [15] 方绍寒, 穆塔里夫·阿赫迈德, 苏阳阳, 等. 离心式风机叶轮流固耦合下的模态振型分析[J]. 机床与液压, 2021, 49(1): 104-107.
- [16] 赵斌娟, 谢响彤, 廖文言, 等. 第二代涡识别方法在混流泵内部流场中的适用性分析[J]. 机械工程学报, 2020, 56(14): 216-223.