

# 基于集对分析的SARS传染病模型

张传芳, 杨春玲

广东石油化工学院理学院, 广东 茂名

收稿日期: 2022年1月10日; 录用日期: 2022年3月7日; 发布日期: 2022年3月15日

## 摘要

本文应用集对分析方法讨论了SARS传染病模型。结果表明: 该模型较好地反映了SARS的传播过程, 与实际情况基本保持一致, 为预防和控制传染病的传播提供了一个有效的途径和研究方法。

## 关键词

集对分析, 联系数, 传染病

# A SPA Model for the Spreading of SARS

Chuanfang Zhang, Chunling Yang

School of Science, Guangdong University of Petrochemical Technology, Maoming Guangdong

Received: Jan. 10<sup>th</sup>, 2022; accepted: Mar. 7<sup>th</sup>, 2022; published: Mar. 15<sup>th</sup>, 2022

## Abstract

This paper studies a transmission model of SARS based on SPA. Simulation results show that this model fairly reflects the behaviors on the spreading of SARS, and it is almost consistent with real data. This model provided theoretical basis for preventing and controlling the propagation of the epidemic.

## Keywords

SPA, Connection Number, Infectious Disease

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

传染病是危及人类身体健康的重要因素之一, 长期以来一直受到世界各国的关注[1]。2003年, SARS的暴发和蔓延给我国的经济发展和人民生活带来了很大影响, 我们从中得到了许多重要的经验和教训, 认识到定量地研究传染病的传播规律、为预测和控制传染病蔓延创造条件的重要性[2]。为此许多学者提出了很多预防和控制 SARS 传播的模型和方法。石耀霖建立了 SARS 传播的系统动力学随机模型, 结果表明: 感染率及其随时间的变化是影响 SARS 传播的最重要因素[3]。针对降低感染率, 切断传播途径。通常采取的有效措施主要有两种: 第一种措施是隔离, 例如 YICANG ZHOU 等建立了描述 SARS 传播与控制的离散的 SEQIJR 模型, 结果表明: 尽早隔离是控制 SARS 传播的重要手段[4]; 邹宇庭等建立了 SARS 传播的负反馈差分方程模型, 结果表明: 实施隔离政策是控制 SARS 传播的有效途径[5]; 王议锋等将疫情分为三个阶段: 控制前、过渡期、控制后等, 分别建立了三组微分方程模型。结果表明: 隔离措施有效地阻止了疫情的传播[6]; 肖红江等建立了微分差分方程组合模型、基于低通滤波理论的系统控制模型、基于神经网络系统模型以及基于分支过程的 Monte Carlo 仿真模型等四种模型, 结果表明: 通过隔离控制传染源, 使接触率降低, 能够很好地控制疾病的传播[7]。另外, 媒体报道可以促进人们对疾病的防护意识, 进而降低传染率[8]。第二种措施是接种疫苗, 例如李贝等考虑了自愈的微分方程模型和 Small-World Network 模拟模型, 结果表明: 自愈现象在 SARS 传播中是普遍存在的, 并且接种疫苗能够从根本上杜绝 SARS 的大范围传播[9]; 在缺乏特效治疗药物的背景下, 开发疫苗、治疗性抗体等生物治疗手段对疾病的预防及治疗具有重要的价值[10]。此外, 孙刚[11]等讨论了病毒的生态特性以及施药救治最佳时机。

## 2. 集对模型

集对分析是我国学者赵克勤创立的一种系统理论分析方法[12]。同异反联系度  $\mu$  表达式。

$$\mu = \frac{S}{N} + \frac{F}{N}i + \frac{P}{N}j \quad (1)$$

式中  $N$  为集对特性总数;  $S$  为两集合共有的特性个数;  $P$  为两个集合相互对立的特性个数;  $F = N - S - P$  为差异特性个数。令  $a = S/N, b = F/N, c = P/N$  分别为同一度、差异度、对立度, 则(1)式可表示为:

$$\mu = a + bi + cj \quad (2)$$

确定不确定系统是一个动态系统, 不仅在某个时刻具有不确定性(由  $i$  来承载), 且在不同时刻其确定不确定程度也不一样( $a, b, c$  的变化来刻画)。当系统的确定不确定程度主要由  $i$  变化引起时, 可根据  $\mu$  的变化求  $i$  的值, 但当  $i$  的取值超出区间  $[-1, 1]$  时, 说明  $\mu$  的变化并不完全是  $i$  在起作用, 还有“ $cj$ ”这部分所起的转化作用[10], 即此时联系度中  $a, b, c$  值的变化是由  $i, j$  共同作用的结果。基于这种思想本文考虑用集对分析的方法处理传染病问题, 将人群分为三类: 未感染者比例为  $a$ , 疑似感染者比例为  $b$ , 感染者比例为  $c$ 。此时可建立如(2)式的模型, 三类人群的变化正是由于  $i, j$  的变化引起的。

## 3. 模型的应用

数据来源于 2003 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛 A 题, 下表 1 列出了部分数据。

**Table 1.** Data of epidemic situation in Beijing

**表 1.** 北京市疫情的数据

日期	已确诊病例累计	现有疑似病例	死亡累计	治愈出院累计
4月20日	339	402	18	33

Continued

4月21日	482	610	25	43
4月22日	588	666	28	46
4月23日	693	782	35	55
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
6月22日	2521	2	191	2257
6月23日	2521	2	191	2277

据: [http://www.mcm.edu.cn/html\\_cn/node/0e34562479b6d6d47af380e96fb188f9.html](http://www.mcm.edu.cn/html_cn/node/0e34562479b6d6d47af380e96fb188f9.html)。

假设 2003 年北京市人口为 1400 万。如前所述, 人群分为三类: 未感染者, 疑似感染者, 感染者。其中未感染者是除确诊病例、疑似病例、死亡病例、治愈病例之外的人; 感染者包括确诊病例、死亡病例和治愈病例等。设  $a$  为未感染者在人群中所占的比例,  $b$  为疑似感染者在人群中所占的比例,  $c$  为感染者在人群中所占的比例。则由表 1 可得  $a, b, c$  的计算公式如下:

$$c = \frac{\text{已确诊病例} + \text{死亡累计} + \text{治愈出院累计}}{14000000}$$

$$b = \frac{\text{现有疑似病例}}{14000000}$$

$$a = \frac{14000000 - \text{已确诊病例} - \text{现有疑似病例} - \text{死亡累计} - \text{治愈出院累计}}{14000000}$$

由此建立如下的联系系数模型

$$\mu = a + bi + cj \quad (3)$$

为考虑  $a, b, c$  的变化趋势, 首先考虑  $i, j$  取值的变化。设模型 (3) 中在  $t_{n-1}$  时刻联系系数  $\mu(t_{n-1}) = a_{n-1} + b_{n-1}i(t_{n-1}) + c_{n-1}j(t_{n-1})$ , 在  $t_n$  时刻联系系数  $\mu(t_n) = a_n + b_n i(t_n) + c_n j(t_n)$ , 现需要根据  $\mu(t_n)$  求出  $\mu(t_{n-1})$  中  $i(t_{n-1}), j(t_{n-1})$  的取值。由文献[12]中的计算取值法, 建立如下方程组

$$\begin{cases} a_{n-1} + b_{n-1}i(t_{n-1}) = a_n \\ b_{n-1}i(t_{n-1}) + c_{n-1}j(t_{n-1}) = c_n \end{cases} \quad (4)$$

由方程组中的第一式解出  $i(t_{n-1})$ , 然后带入第二式中即可解得  $j(t_{n-1})$ , 即

$$\begin{cases} i(t_{n-1}) = \frac{a_n - a_{n-1}}{b_{n-1}} \\ j(t_{n-1}) = \frac{c_n - b_{n-1}i(t_{n-1})}{c_{n-1}} = \frac{c_n - a_n + a_{n-1}}{c_{n-1}} \end{cases}$$

由此依次逐项计算  $i(t_{n-1}), j(t_{n-1})$  的取值, 可得如图 1 所示  $i, j$  取值的变化趋势。由于第 55 天以后  $i$  的取值与前面的取值差异较大, 认为是奇异值予以舍弃, 且为了得到更好的拟合效果, 将 4 月 20 日的数也剔除, 用 4 月 21 日后的数据进行计算, 所以下面的拟合函数中时间变量的取值为  $t \in [2, 55]$ 。

根据  $i$  值和  $j$  值的变化特点, 对于  $i$  值选用三次曲线拟合, 拟合函数为

$$i(t) = 0.00001669t^3 - 0.00153481t^2 + 0.04430803t - 0.43154881, t \in [2, 55].$$

对于  $j$  值选择用指数函数拟合, 拟合函数为

$$j(t) = 0.75e^{-0.15t} + 1, t \in [2, 55].$$

拟合结果如图 1 所示, 从图形上看拟合效果较好, 特别是  $j$  的值从 20 天后基本稳定在 1 附近, 没有太大变化。由上述的两个拟合函数结合方程(4)可以计算出 54 天的疑似病例和确诊病例的变化情况如图 2 所示。

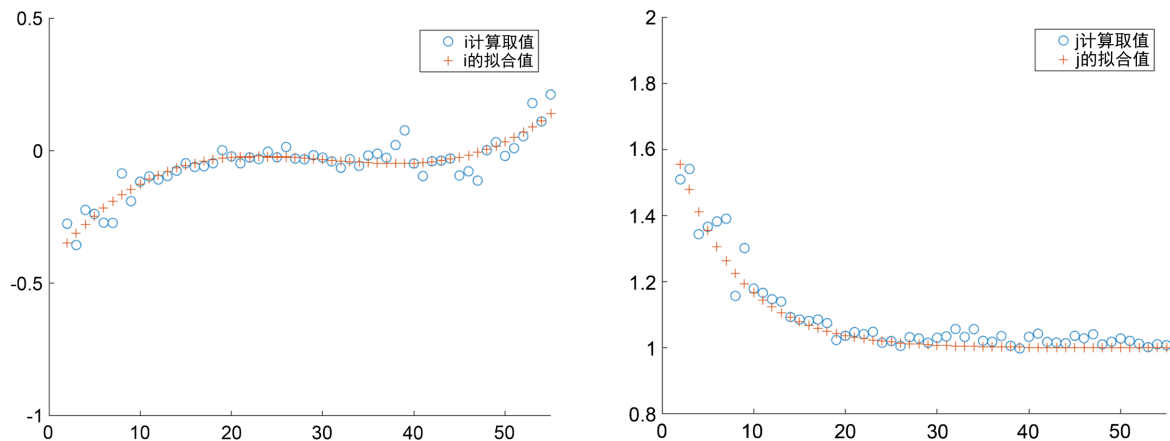


Figure 1. Calculation and fitted values of  $i$  and  $j$

图 1.  $i$ 、 $j$  的计算取值及拟合值

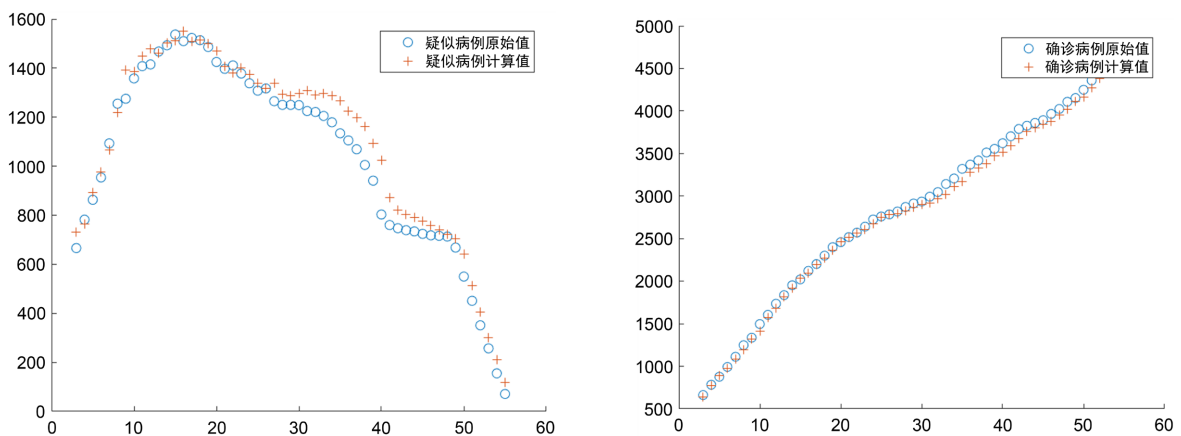


Figure 2. Original and fitted values of suspected and confirmed cases

图 2. 疑似病例和确诊病例的原始数值与拟合数值

从预测的结果来看效果较好, 特别是确诊病例预测较准确, 只是在疑似病例中第 30 到 50 天这段时间的预测值和真实值比较有点偏高, 因此, 模型构造、参数拟合等方面仍需改进。

#### 4. 结束语

本文利用集对分析方法讨论了 SARS 传染病模型, 为定量分析传染病的传播规律提供了一个有效的研究途径和方法。该模型较好地反映了 SARS 的传播过程, 与实际情况基本保持一致。病人数在 4 月 24 日至 5 月 3 日左右增长最快, 即疫情达到高峰期。5 月 3 日至 5 月 30 日增长趋势放缓, 疫情进入平台期。5 月 30 日后, 病人数下降最快, 疫情最终得到有效控制。

2003 年爆发的“非典”疫情与 2020 年新冠肺炎疫情, 均给我国带来了不同程度的经济损失[13], 同时也显示出公共卫生领域财政支出的重要性[14]。SARS 疫情经历显著增强了人们的危机意识, 提高了人

们抗疫的紧迫感、主动性和配合度,也有助于人们对此次疫情进行科学的属性认知和危害评估[15]。有作者建议重新审视我们的科学防疫教育,总结抗击疫情的过程中吸取的经验教训,重视“非典”内容的教学,将其写入教科书[16]。

## 基金项目

广东石油化工学院科研基金人才引进项目,项目编号:2019rc101。

## 参考文献

- [1] 杨玉华. 传染病模型的研究及应用[J]. 数学的实践与认识, 2007(14): 179-184.
- [2] 2003 高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目[EB/OL].  
[http://www.mcm.edu.cn/html\\_cn/node/0e34562479b6d6d47af380e96fb188f9.html](http://www.mcm.edu.cn/html_cn/node/0e34562479b6d6d47af380e96fb188f9.html)
- [3] 石耀霖. SARS 传染扩散的动力学随机模型[J]. 科学通报, 2003, 48(13): 1373-1377.
- [4] Zhou, Y., Ma, Z. and Brauer, F. (2004) A Discrete Epidemic Model for SARS Transmission and Control in China. *Mathematical and Computer Modelling*, **40**, 1491-1506. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2005.01.007>
- [5] 邹宇庭, 郑晓练, 缪旭晖, 等. SARS 传播的数学原理及预测与控制[J]. 工程数学学报, 2003, 20(7): 29-34.
- [6] 王议锋, 田一, 杨倩, 等. 非典数学模型的建立与分析[J]. 工程数学学报, 2003, 20(7): 45-52.
- [7] 肖红江, 吴彤, 李名科, 等. SARS 传播的研究[J]. 工程数学学报, 2003, 20(7): 35-44.
- [8] 罗航, 李桂花. 考虑斑块间染病者数量影响疾病传染率的 SIS 模型性态分析[J]. 中北大学学报(自然科学版), 2022(1): 35-39.
- [9] 李贝, 徐海譞, 郭佳佳. 考虑自愈的 SARS 的传播模型[J]. 工程数学学报, 2003(7): 24-32+48.
- [10] 张国林, 景荣先, 邢以文, 等. 从 SARS、MERS 到 COVID-19 爆发谈高级别生物安全实验室及其应用[J]. 实验室研究与探索, 2021, 40(3): 291-296. <https://doi.org/10.19927/j.cnki.syyt.2021.03.063>
- [11] 孙刚, 王振堂, 李跃, 房岩. 透过两个“非典”病历探讨病毒的生态特性[J]. 井冈山大学学报(自然科学版), 2021, 42(2): 44-49.
- [12] 赵克勤. 集对分析及其应用[M]. 杭州: 浙江科学技术出版社, 2000.
- [13] 刘媛媛, 曹太云, 酒莉莉. 重大疫情与上市公司信息环境——基于 2003 年 SARS 疫情的实证检验[J]. 金融评论, 2021, 13(5): 39-57+124.
- [14] 白彦锋, 张钰玲, 李泳禧. 2003 年“非典”以来中国医疗卫生支出情况分析[J]. 经济研究参考, 2021(13): 32-48. <https://doi.org/10.16110/j.cnki.issn2095-3151.2021.13.003>
- [15] 吴义东, 陈卓, 陈杰. 历史记忆与居民风险忧患意识——基于非典疫情对新冠疫情防控的长期影响[J]. 产业经济评论, 2021(3): 19-33. <https://doi.org/10.19313/j.cnki.cn10-1223/f.2021.03.002>
- [16] 肖龙海, 叶德伟. 教科书上的“非典”——科学课程中的防疫教育[J]. 上海教育科研, 2021(5): 48-52. <https://doi.org/10.16194/j.cnki.31-1059/g4.2021.05.009>