

信息粒化模型在水泥质检分析中的应用

刘 谦^{1*}, 杜宝苍^{1,2}, 毛 华^{1#}, 郑雷雷³, 连萌璇¹, 张植明¹

¹河北大学数学与信息科学学院, 河北 保定

²河北金融学院, 河北 保定

³中交第四航务工程局有限公司, 广东 广州

收稿日期: 2022年5月20日; 录用日期: 2022年7月20日; 发布日期: 2022年7月27日

摘 要

通过概念格信息粒化的方法, 对水泥进行质量检测, 即研究水泥样品中不合格试样不合格的指标。给出了计算水泥抗压强度特性的算法、判断水泥试样在抗压强度上是否满足行业标准的算法, 以及分析不合格试样的具体不合格指标的算法, 为后期试样改良, 提供理论依据。研究结果表明: 此方法比传统方法效率高, 并结合实测, 证实了此方法的实用性和有效性。

关键词

信息粒化, 水泥质检分析, 概念格

Application of Information Granulation Model in Cement Quality Inspection Analysis

Qian Liu^{1*}, Baocang Du^{1,2}, Hua Mao^{1#}, Leilei Zheng³, Mengxuan Lian¹, Zhiming Zhang¹

¹College of Mathematics and Information Science, Hebei University, Baoding Hebei

²Hebei Finance University, Baoding Hebei

³CCCC Fourth Harbor Engineering Co., Ltd., Guangzhou Guangdong

Received: May 20th, 2022; accepted: Jul. 20th, 2022; published: Jul. 27th, 2022

Abstract

Through the method of concept lattice information granulation, the quality of cement is tested, that is, the index of unqualified cement sample is studied. The algorithm to calculate the compressive strength of cement, the algorithm to judge whether the compressive strength of cement sam-

*第一作者。

#通讯作者。

ple meets the industry standard, and the algorithm to analyze the specific unqualified index of the unqualified sample is given, which provides a theoretical basis for the later improvement of the sample. The research results show that this method is more efficient than the traditional method, and the practicability and effectiveness of this method are verified by actual measurement.

Keywords

Information Granulation, Cement Quality Inspection Analysis, Concept Lattice

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

水泥质量检测分两部分，一部分是测定水泥的细度、标准稠度用水量、凝结时间、安定性及胶砂强度等主要技术性质以获得在这些方面水泥的特性的试验数据；另一部分是分析处理上面得到的试验数据。水泥质量检测是作为评定水泥性能的主要依据。水泥质量检测中的试验在我国采用 ISO 法，即水泥胶砂强度试验[1] [6]；对后期试验数据处理上目前研究方法有稳健统计技术中中位值、标准化四分位距、稳健变异系数等统计量的方法，对检验数据进行统计分析[7]-[12]，其方法主要以统计对比数据为主，得出检测结果的合格率以及超差项情况，对不合格试样之不合格指标不做处理。若在后期数据量过大，这些方法就会存在各项水泥试验在数据存储和分类的复杂度方面过高的问题，影响分析速度。

信息粒化是一种将复杂问题简单化，将抽象问题具体化的思维方法[13]，目前已经成功运用到很多领域[14] [15] [16]。其中概念格理论被认为是数据分析的有力工具[17] [18]，作为概念格形成所依赖的形式背景恰是这些数据的体现方式。由形式背景生成的格结构中，节点之间是通过泛化 - 例化关系加以连接的，这种连接的结果构成一个格。事实上，每个概念可以视为一个粒，泛化 - 例化关系以分层为结构关系，表现出粒子之间的关系。所以，概念格理论是信息粒化的成功模型之一[19]-[25]。

在多个水泥平行试验当中，可以通过概念格的方式对大量数据进行系统地分析和处理，并且对水泥试验建立因果关系模型，对不符合行业标准的试样进行概括性地总结。概念格信息粒化在数据处理上的优势，恰好对公路工程水泥 ISO 法后期数据处理上有建设性的帮助。

本文主要内容如下：第 1 节介绍后文所需要的内容和试验的预备知识；第 2 节为算法过程和算法分析；第 3 节是水泥材料质量评判的信息粒化的过程，以及工程实例；第 4 节为结论。

2. 预备知识

本节将回顾后期工作中所需的一些基本知识，更详细内容，有关信息粒化知识详见[13]；概念格理论详见[17] [18]；建筑材料相关理论详见[5] [6]。

2.1. 计算公式

下面回顾一下国家规定的计算公式(详情请见参考文献[6])：

1) 计算水泥抗压强度，式(1)：

$$R_c = \frac{F_c}{A} \quad (1)$$

式中: R_c ——抗压强度(MPa);

F_c ——破坏时的最大荷载(N);

A ——受压部分面积(mm^2)

(本文为 $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} = 1600 \text{ mm}^2$)。

2) 计算水泥抗折强度, 式(2):

$$R_f = \frac{1.5F_f L}{b^3} \quad (2)$$

式中: R_f ——抗折强度(MPa);

F_f ——折断时施加的荷载(N);

L ——支撑圆柱之间的距离(mm);

b ——棱柱正方形截面边长(mm)。

2.2. 国家标准

部分通用硅酸盐水泥抗压抗折强度的国家标准, 由表 1 所示。

Table 1. [6]National standards for mechanical strength of some ordinary Portland cement

表 1. [6] 部分普通硅酸盐水泥力学强度的国标

品种	强度等级	抗压强度		抗折强度	
		3 d	28 d	3 d	28 d
普通硅酸盐水泥	42.5	≥ 17.0	≥ 42.5	≥ 3.5	≥ 6.5
	42.5R	≥ 22.0		≥ 4.0	
	52.5	≥ 23.0	≥ 52.5	≥ 4.0	≥ 7.0
	52.5R	≥ 27.0		≥ 5.0	

其中, R 为早强型, 抗压、抗折强度单位为兆帕, 兆帕简记为 MPa。

2.3. 概念格

定义 1 [17] 一个关系是一个三元组 (G, M, I) , 这里 G 和 M 是集合, $I \subseteq G \times M$, G 和 M 的元素相应地被称为对象和属性。通常, 用 gIm 表示 $(g, m) \in I$, 意思是: 对象 g 有属性 y 。

对于 $A \subseteq G$ 及 $B \subseteq M$, 定义:

$$A' = \{m \in M \mid (\forall g \in A), gIm\}; B' = \{g \in G \mid (\forall m \in B), gIm\}.$$

定义 2 [17] 关系 (G, M, I) 的所有概念的集用 $\mathcal{L}(G, M, I)$ 表示。称它为关系 (G, M, I) 的概念格, 对于 $\mathcal{L}(G, M, I)$ 中的概念 (A_1, B_1) 和 (A_2, B_2) , 如果 $A_1 \subseteq A_2$ (等价于 $B_1 \supseteq B_2$), 记为 $(A_1, B_1) \leq (A_2, B_2)$, 称 (A_1, B_1) 是 (A_2, B_2) 的子概念, 或称 (A_2, B_2) 是 (A_1, B_1) 的母概念。

3. 算法

本节以 ISO 法所得数据, 提出一种基于概念格信息粒化的算法。首先, 完成对水泥试验抗压强度的计算。

算法 1: 计算水泥试样抗压强度 R_c 。

Input: $\{F_{cij} | i=1, \dots, n; j=1, \dots, m\}$, 抗压荷载;
 A , 水泥试样的截面面积
Output: $R_c = \{R_{cij} | i=1, \dots, n; j=1, \dots, m\}$, 抗压强度
Step 1 $i=1, R_c = \emptyset$
Step 2 If $i > n$, then go to Step 6;
If $i \leq n$, then go to Step 3
Step 3 $j=1, R_{cij} = \emptyset$
Step 4 If $j \leq m$, then go to Step 5;
If $j > m$, then $i := i + 1$, and go to Step 2
Step 5 $R_{cij} := \frac{F_{cij}}{A}$, $R_c := R_c \cup \{R_{cij}\}$, $j := j + 1$, and go to Step 4
Step 6 Stop

算法主要内容: 将试验过程中试验员记录的水泥试样最大抗压破坏荷载数据, 转化为后期所需的水泥强度数据。

复杂度分析: 先固定 i , 而循环 j , 至多需 m 次。其次, 样品个数为 n 个。故算法复杂度为 $O(nm)$ 。其次, 完成判定抗压强度 R_c 是否符合行业标准, 即表 1。

算法 2: 判断 R_c 是否符合行业标准中的要求。

Input: $R_c = \{R_{cij} | i=1, \dots, n; j=1, \dots, m\}$, 抗压强度; $\{s_j | j=1, \dots, m\}$, 行业标准。
Output: $\mathcal{B} = \{Q_{ij} | i=1, \dots, n; j=1, \dots, m\}$, 判断 R_c 中的元 R_{ij} 是否与行业标准的矩阵中相应一致。
Step 1 $i=1, \mathcal{B} = \emptyset$
Step 2 If $i > n$, then go to Step 6;
If $i \leq n$, then go to Step 3
Step 3 $j=1$
Step 4 If $j \leq m$, then go to Step 5;
If $j > m$, then $i := i + 1$, and go to Ste 2
Step 5 If $R_{cij} \geq s_j$, then $Q_{ij} := 1$, $\mathcal{B} := \mathcal{B} \cup \{Q_{ij}\}$
and $j := j + 1$, then go to Step 4;
If $R_{cij} < s_j$, then $Q_{ij} := 0$, $\mathcal{B} := \mathcal{B} \cup \{Q_{ij}\}$ and $j := j + 1$, then go to Step 4
Step 6 Stop

算法主要内容: 将算法 1 得到的抗压强度和行业标准中的要求进行比较, 用以判断该批水泥试样与相对应行业指标是否一致。

复杂度分析: 先固定 i , 而循环 j 至多 m 次; 其次, 样品个数为 n 个, 算法复杂度为 $O(nm)$ 。

在上述算法中, 若 $R_{cij} \geq s_j$ 则 $Q_{ij} = 1$; 否则 $Q_{ij} = 0$ 。在水泥胶砂试验中即表示, 若水泥试样在国家对普通硅酸盐水泥的抗压强度行业标准之内, 则记为 1; 否则, 则记为 0。

注: 本节算法不仅仅适用于 ISO 法后期数据分析处理, 还适用于水泥细度检测试验(筛析法)、水泥标准稠度用水量、凝结时间以及安定性试验等的数据处理中。只需将算法 1 中的计算公式, 以及算法 2 中相对应的行业标准 s_j 换为所需要的计算公式和目标等级标准即可。

4. 概念格信息粒化方法

在本节中, 用算法 2 中输出的 \mathcal{B} 为形式背景, 利用文献[26]中的方法建立 \mathcal{B} 的概念格模型, 并提出算法 3, 用以判断不合格试样的不合格指标。

4.1. 概念格分析

算法 2 中输出的 \mathcal{B} 为判断 R_c 中的元 R_{cij} 是否满足行业标准的矩阵, 例如式(3)。

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

将矩阵放到表格之中, 并加上表头和横纵坐标, 即横坐标为影响水泥试样质量的指标 a, b, c, d, e, f, g ; 纵坐标为水泥试样 1, 2, 3, 4, 5, 6 如表 2。

Table 2. Judge whether element P_{ij} in R_c meets industry standards

表 2. 判断 R_c 中的元 P_{ij} 是否满足行业标准

	a	b	c	d	e	f	g
1	0	0	0	1	1	1	1
2	0	0	1	0	1	1	0
3	1	0	0	1	0	1	1
4	0	1	1	0	0	1	0
5	1	1	0	1	1	0	1
6	1	1	1	0	1	1	1

由算法 2 可知, 若水泥试样 1 不满足 a 属性, 则记为 0; 若满足, 则记为 1 在表 2 中, 对应第一行和第一列的交叉处即为 0 或 1 表 2 中的(0-1)数据表和概念格中的(0-1)形式背景所表达含义完全一致。即表 2 便是水泥试样质量评判的(0-1)形式背景。

根据文献[26]中生成概念格的方法, 将表 2 的(0-1)形式背景生成概念格, 见附录 1。

在概念格中, 依据一个形式背景得到的概念格, 每一概念可以视为一信息粒子, 每一个信息粒子均为这个概念格的一个特定方面。例如, 概念 (A, B) 表示水泥试样 A 满足影响因素 B 中的每个元素。

在概念格中, 对位于概念 (A, B) 上一层的概念 (C, D) , 则表示 (A, B) 包含 (C, D) 。则在工程试验上的含义为: 水泥试样 C/A 中所含对象在影响水泥试验的因素 B/D 上, 是不符合行业标准的。

4.2. 水泥试验分析

在水泥试验当中, 若一个试样任何一项指标不符合行业标准, 则该水泥试样为不合格。故需分析具体不合格试样的所有不合格指标, 以便为后期试样改良上, 提供理论依据。从形式概念分析的角度, 需通过子概念和父概念之间的偏序关系, 得到父概念 (C, D) 和子概念 (A, B) 中水泥试样 C/A 不满足 B/D 的所有指标。

最后将对一组水泥试样中任一试样, 依据它的抗压荷载和横截面积这些基本数据, 完成对它具体不合格指标的寻找。

算法 3: 判断所有不合格试样的不合格指标。

Input: $\mathcal{L}(G, M, I) = \{(X_i, Y_i) | i = 1, \dots, n\}$, 水泥试验的(0-1)形式背景 (G, M, I) 的概念格
 Output: $Non(G^*, M^*, I^*)$, 所有不合格试样的不合格指标
 Step 1 $i := 1, Non(G^*, M^*, I^*) = \emptyset$
 Step 2 $F(X_i, Y_i) = \{(C_{j_i}, D_{j_i}) | (X_i, Y_i) \leq (C_{j_i}, D_{j_i}) \in \mathcal{L}(G, M, I), j_i = 1, \dots, t_i\}$
 Step 3 $X_{j_i} := C_{j_i} / X_i, Y_{j_i} := Y_{j_i} / D_i$ and $Non(G^*, M^*, I^*) := Non(G^*, M^*, I^*) \cup (X_{j_i}, Y_{j_i})$
 Step 4 If $j_i \leq t_i$, then $j_i := j_i + 1$ and go to Step 2;
 If $j_i > t_i$, then $j_i := j_i$ and go to Step 5
 Step 5 $i := i + 1$
 Step 6 If $i \leq n$, then go to Step 2;
 If $i > n$, then go to Step 7
 Step 7 Stop

算法内容: 分析所得到的概念格层与层之间的包含关系, 根据这种包含关系, 得到父概念 (C, D) 和子概念 (A, B) 中对对象 C/A 不满足的属性 B/D 。

算法复杂度分析: 数据先固定 i , 而循环 j_i 最多需 t_i 次; 样品个数为 n 个。故算法复杂度为 $O(n^2)$ 。

4.3. 实例

本节将通过一个具体实例说明用概念格对 ISO 法所得数据的分析处理过程, 即对 3.1 和 3.2 的内容加以具体实现。

某城市 2019 年 9 月份中某高速公路路段水泥试验的数据表, 见表 3。本试验当中水泥试件的横截面积 $A = 40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} = 160 \text{ mm}^2$ 。

Table 3. Cement compressive load data record
表 3. 水泥抗压荷载数据记录表

	3 天抗压荷载(KN)	28 天抗压荷载(KN)
1	36.01	84.48
2	27.20	67.96
3	24.81	64.48
4	32.52	73.12

通过算法 1, 得到该水泥试样抗压强度的计算。

当 $i = 1, i \leq n; j = 1, j \leq m$ 时, 有 $F_{c11} = 36.01$, 则

$$R_{c11} = \frac{F_{c11}}{A} = \frac{36.01 \times 10^3}{1600} = 22.5.$$

同理, 当 $i > 1; j > 1$ 时, 依次循环, 得到结果, 并将算法 1 输出的集合 R_c 中的数据用表格方式加以表达, 见表 4:

然后, 对表 4 实施算法 2, 用以判断表 3 是否符合强度等级为 42.5 的普通硅酸盐水泥的行业标准。即, 若第 i 组水泥 3 天抗压强度(s_1)和 28 天抗压强度(s_2)均达到国家标准要求, 则对应的 Q_{ij} 为 1, 反之为 0。

操作过程如下,

当 $i = 1, i \leq n; j = 1, j \leq m$ 时, $F_{c11} = 22.5, s_1 = 17.0$, 有 $F_{c11} \geq s_1$, 则 $Q_{11} = 1$;

Table 4. Cement flexural strength data record**表 4.** 水泥抗折强度数据记录表

	3 天抗折强度(KN)	28 天抗折强度(KN)
1	22.5	52.8
2	17.0	40.3
3	15.5	42.5
4	20.3	45.7

同理, 当 $i > 1$; $j > 1$ 时, 依次循环, 得到结果, 并将算法 2 输出的数据放入表格之中, 见表 5。

Table 5. Test results of ISO method**表 5.** ISO 法检测结果表

	3 天抗压强度	28 天抗压强度
1	1	1
2	1	0
3	0	1
4	1	1

表 5 所示结果, 与施工项目组最终试验得到的结论完全相同, 这从实际工业试验上说明算法 1、算法 2 的准确性。

若将表 5 作为生成概念格的形式背景 (G, M, I) , 令对象集 G 为 {水泥试样 1、2、3、4}, 记为 {1, 2, 3, 4}; 属性集 M 为 {3 天抗压强度、28 天抗压强度}, 记为 { a, b }。

对象和属性之间的二元关系 I , 若概念 $(g, m) \in I$ 表示对象 g 具有属性 m , 记为 1; 若概念 $(x, y) \notin I$ 表示对象 g 不具有属性 m , 记为 0。如表 6 所示。

Table 6. (0-1) formal background (G, M, I) **表 6.** (0-1)形式背景 (G, M, I)

	a	b
1	1	1
2	1	0
3	0	1
4	1	1

利用文献[26]中求概念格的方法, 取得 (G, M, I) 所对应的概念格, 如图 1 所示。

对图 1 的概念格 $\mathcal{L}(G, M, I)$ 进行算法 3, 算法操作过程如下:

当 $i = 1$ 时, 有 $(14, ab) \leq (124, a)$, $(14, ab) \leq (134, b)$ 则 $Non(G^*, M^*, I^*) = \{(2, b), (3, a)\}$; 同理, $i > 1$ 时, 依次循环, 仍有 $Non(G^*, M^*, I^*) = \{(2, b), (3, a)\}$ 。

其中表示的工程意义为: 水泥试样 2 不符合行业标准中对 b 指标的要求; 而水泥试样 3 不符合行业标准中对 a 指标的要求。则后续工作只需分别对水泥试样 2 和 3 相对应的 b 指标和 a 部分进行改进即可。

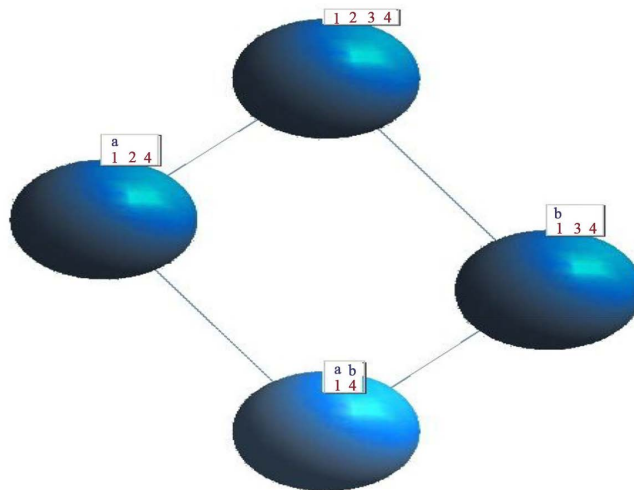


Figure 1. (0-1) concept lattice $\mathcal{L}(G, M, I)$ of formal background (G, M, I)

图 1. (0-1)形式背景 (G, M, I) 的概念格 $\mathcal{L}(G, M, I)$

算法时间复杂度分析如下:算法1是 $O(4n) = O(16)$, 算法2是 $O(4n) = O(16)$, 算法3是 $O(4^2) = O(16)$ 。

现将算法 1、2、3 用 MATLAB 实现的计算时间, 以及某试验员单纯手算的时间, 用折线图的形式进行对比, 如图 2。折线图中, 横坐标为水泥试样的个数; 纵坐标为计算时间。由图可知, 水泥试样个数越多, 人力计算所用时间越长, 而本文所给算法相对计算时间越短。

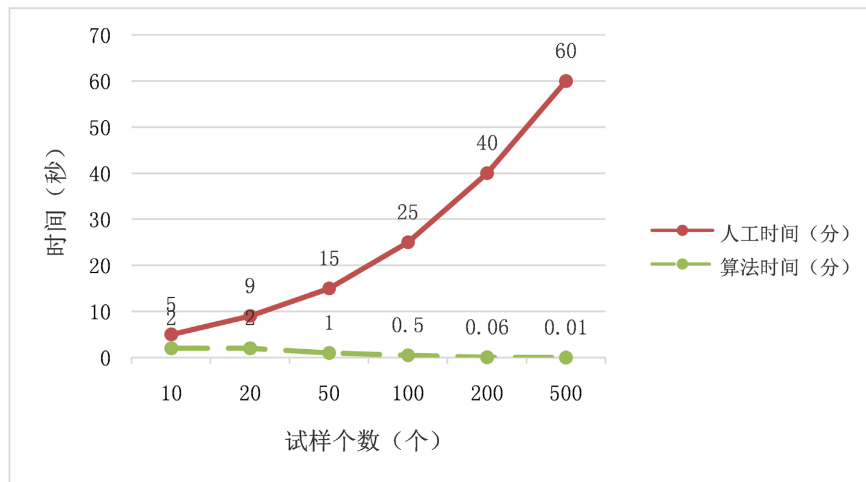


Figure 2. Man-machine time comparison broken line

图 2. 人机时间对比折线

在本文中, 影响水泥力学性能的因素只考虑了部分数据, 但文中算法对较大数据仍适用。

5. 结论

通过概念格信息粒化的方法, 对 ISO 法所得数据分析可快速得到具体不合格试样的所有不合格指标。在试样个数相同的前提下, 本文方法比传统计算方法效率高。本文以 ISO 法数据为例, 取部分试验数据加以说明, 并不表示只针对规模较小的试验, 若对象个数换为 $n \geq 4$ 的水泥试样, 或对象换为其他试验对

象；属性个数换为 $m \geq 2$ 的试验指标，仍适用。在建筑材料中，除水泥质量检测以外，还有对工程围岩、新型材料等的质量检测，都可以尝试用概念格信息粒化的方法，用以加速检测速度，这将在下一步工作中体现。

基金项目

河北大学 2022 年研究生创新资助项目(HBU2022bs028)。

参考文献

- [1] GB/T12573-2009 水泥取样方法[S]. 北京: 中国标准出版社, 2008.
- [2] GB/T1345-2005 水泥细度检验方法筛析法[S]. 北京: 中国标准出版社, 2005.
- [3] GB/T17671-2020 水泥胶砂强度检验方法(ISO 法) [S]. 北京: 中国标准出版社, 2020.
- [4] GB/T1346-2012 水泥标准稠度用水量、凝结时间、安定性检验方法[S]. 北京: 中国标准出版社, 2011.
- [5] 彭红. 建筑材料[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 2018.
- [6] GB175-2007 通用硅酸盐水泥[S]. 北京: 中国标准出版社, 2008.
- [7] 刘相阳, 夏培斋, 徐茜茜, 等. 再生细骨料水泥砂浆力学性能试验研究[J]. 混凝土, 2020(7): 106-108+113.
- [8] 李十泉, 于旭峰, 操乐娟, 等. 粉煤灰改性磷酸镁水泥试验研究[J]. 混凝土, 2019(4): 111-113.
- [9] 张金鑫, 卿龙邦, 王娟, 等. 钢纤维增强水泥基复合材料冲击断裂试验研究[J]. 混凝土, 2021(5): 71-74.
- [10] 王海峰, 严悍东. 混凝土智能骨料及其温度和力学性能研究[J]. 应用基础与工程科学学报, 2018, 26(3): 631-639.
- [11] Ng, D.S., Paul, S.C., Anggraini, V., *et al.* (2020) Influence of SiO₂, TiO₂ and Fe₂O₃ Nanoparticles on the Properties of Fly Ash Blended Cement Mortars. *Construction and Building Materials*, **258**, Article ID: 119627. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.119627>
- [12] Meddah, M.S., Prave, T.R., Vijayalakshmi, M., Manigandan, S. and Arunachalam, R. (2020) Mechanical and Microstructural Characterization of Rice Husk Ash and Al₂O₃ Nanoparticles Modified Cement Concrete. *Construction and Building Materials*, **255**, Article ID: 119358. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.119358>
- [13] Yao, Y.Y. (2004) Granular Computing. *Computer Science*, **10**, 31-35.
- [14] 钱进. 多粒度决策粗糙集模型研究[J]. 郑州大学学报(理学版), 2018, 50(1): 33-38.
- [15] 宋思雨, 苗夺谦. 基于多粒度空间混乱的细粒度图像分类算法[J]. 智能系统学报, 2022, 17(1): 144-150.
- [16] 胡谦, 秦克云. 多粒度近似空间的模糊粗糙集模型[J]. 郑州大学学报(理学版), 2020, 52(4): 60-66.
- [17] Ganter, B. and Wille, R. (1999) Formal Concept Analysis: Mathematical Foundations. Springer-Verlag, New York. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-59830-2>
- [18] 黄天民, 徐杨等. 格、序引论及其应用[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1998.
- [19] 刘博, 杜建强, 刘蕾, 等. 一种面向属性的约束概念格构造算法[J]. 小型微型计算机系统, 2017, 38(11): 2580-2585.
- [20] 高婷婷, 李航, 殷守林. 一种基于面部纹理特征融合的人脸表情识别方法[J]. 河北科技大学学报, 2021, 42(2): 119-126.
- [21] Zou, L., Hong, M., Song, X.Y., *et al.* (2021) Rule Extraction Based on Linguistic-Valued Intuitionistic Fuzzy Layered Concept Lattice. *International Journal of Approximate Reasoning*, **133**, 1-16. <https://doi.org/10.1016/j.ijar.2020.12.018>
- [22] Wu, S.L., Chen, J.H. and Wu, M.Q. (2020) Study on Stability Classification of Underground Engineering Surrounding Rock Based on Concept Lattice—TOPSIS. *Arabian Journal of Geosciences*, **13**, 33-51. <https://doi.org/10.1007/s12517-020-05320-y>
- [23] 张晓鹤, 陈德刚, 米据生. 基于信息熵的对象加权概念格[J]. 智能系统学报, 2020, 15(6): 1097-1103.
- [24] 李克文, 吕萌萌, 邵明文. 面向对象多粒度概念格的构造[J]. 工程数学学报, 2020, 37(5): 591-605.
- [25] 贺晓丽, 刘华丽, 刘瑶瑶. 多粒度数据的区间形式概念分析方法[J]. 计算机工程与应用, 2019, 55(19): 52-57.
- [26] Larim. Lattice Miner. <https://sourceforge.net/projects/lattice-miner/>

