

基于港口封锁作战雷障布设模型的研究

马翠玲, 孙玺菁, 郝树艳, 李沫

海军航空大学, 山东 烟台

收稿日期: 2022年7月18日; 录用日期: 2022年9月22日; 发布日期: 2022年9月30日

摘要

本文针对港口封锁雷障布设模型, 以平均危险带宽度为目标, 使用水雷数量不超过52, 水雷间满足安全距离, 且水雷线数量最多为约束, 构造规划模型, 可确定水雷布设的地理坐标。以舰船毁伤期望最优为目标, 每枚雷的引信次数为决策变量构建整数规划模型, 采用蒙特卡洛模拟算法, 可以计算舰船毁伤期望最优的引信次数布设方案。模型结果表明, 算法具有很高的实效性和可靠性。

关键词

水雷, 舰船毁伤期望, 危险带宽, 规划模型

Research on Mine Obstacle Deployment Model Based on Port Blockade

Cuiling Ma, Xijing Sun, Shuyan Hao, Mo Li

Naval Aviation University, Yantai Shandong

Received: Jul. 18th, 2022; accepted: Sep. 22nd, 2022; published: Sep. 30th, 2022

Abstract

In this paper, aiming at the layout model of mine barriers for port blockade, taking the average width of danger zone as the target, the number of mines used is not more than 52, the safety distance between mines is satisfied, and the maximum number of mine lines is the constraint, this paper constructs a planning model to determine the geographical coordinates of mine layout. The integer programming model is constructed with the optimal expected damage of ships as the goal and the fuze times of each mine as the decision variable. The Monte Carlo simulation algorithm can be used to calculate the deployment scheme of the optimal expected damage of ships. The model results show that the algorithm has high effectiveness and reliability.

Keywords

Mines, Ship Damage Expectation, the Width of the Dangerous Band, Programming Model

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

布雷作战，是以水雷武器达成攻防作战目的的一种海战样式。水雷武器成本低廉、威力巨大、用途广泛，少量水雷得到合理使用即可对敌方产生强大威慑作用。随着科学技术不断发展，新型水雷武器不断涌现，如自航水雷，战斗力发挥更加突出。

在港口封锁作战雷障布设中，目标舰船毁伤概率是衡量作战效能的重要指标之一。以往国内一直沿用几何概率模型或泊松公式计算单舰毁伤概率，虽然方法简单，但实用性和适用性较差[1]。但是自航水雷离开潜艇后仍然具备自行航行能力，在航行误差和潜艇位置误差的影响下，其实际位置与预先设定的位置具有一定的随机误差[2]。在本文中假设自航水雷实际落在水平面上的投影服从以指定位置为中心的二维正态分布，在这种假设下，计算出的水雷的危险带宽和舰船的会上期望，获得了更好的仿真效果，也更符合实际情况。

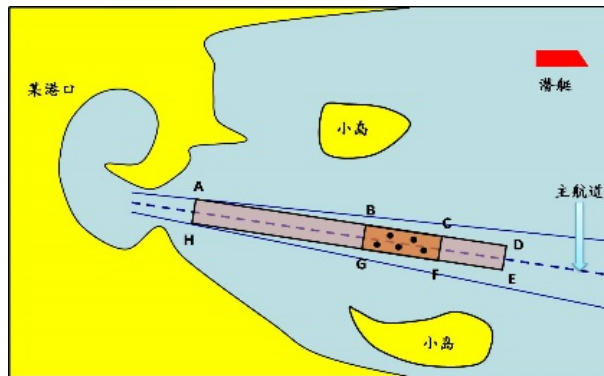


Figure 1. Mine barrier layout

图 1. 雷障布设示意图

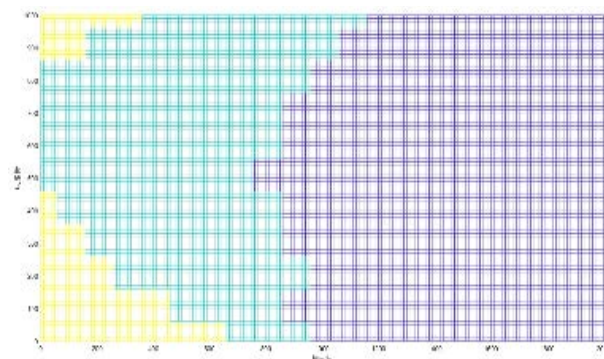


Figure 2. Sediment map of mined area after interpolation

图 2. 插值后布雷区域的底质图

2. 问题的分析

在一场港口封锁作战中,红方决定出动 2 艘潜艇携带 52 枚自航水雷在蓝方港口和相关航道预定水雷障碍区执行隐蔽布雷任务,期间蓝方反水雷兵力未进行作业。雷障布设示意图如图 1 所示。

本文在考虑预定水雷障碍区的深度、底质、地形等条件对布雷的影响下,针对各型水雷携带数量、布雷点位、各枚水雷引信次数等,给出合理的方案,使得水雷障碍区对 4 艘蓝方舰船编队毁伤期望最优。

为方便研究,以 G 点为坐标原点,以平行于主航道的方向为 x 轴方向,以垂直于主航道的方向为 y 轴方向,建立平面直角坐标系。由于原始数据过于粗糙,不满足建模计算需要,用二元函数三次样条插值的方法对插值节点数据进行插值,得插值后的水底地貌图,如图 2 所示。其中黄色部分底质为泥底,绿色部分底质为沙底,蓝色部分底质为石底。

3. 水雷布设策略设计

水雷布设策略设计包括水雷类型的选择和水雷布设样式的设计。

3.1. 水雷类型选择

水雷危险带宽度与水雷的型号、水雷布设障碍区的底质,水雷雷体到水面距离有关,选择布设水雷类型时,优先考虑布设点危险带宽度大的水雷。

1) 泥底区域水雷类型选择

底质为泥底的区域只能布设 II 型水雷。

2) 沙底及石底区域水雷类型选择

沙底及石底区域, I 型及 II 型水雷均可布设。

在满足冲击因子的要求下,以对目标舰船造成“难以应付的麻烦”为前提,非触发水雷爆炸时的水雷的破坏半径 R 、水面破坏半径 R_0 分别为

$$R = 0.4256 \frac{KT^{0.5}}{SF}$$

$$R_0 = \sqrt{R^2 - H^2} = \sqrt{\left(0.4256 \frac{KT^{0.5}}{SF}\right)^2 - H^2}, \quad (1)$$

其中 SF 是冲击因子, T 是水雷装药的 TNT 当量, R 是目标距爆心的距离, K 是反射系数, H 是雷体到水面的距离。

从而水雷的危险带宽度 w_d 为

$$w_d = 2R_0. \quad (2)$$

水雷的危险带宽度 w_d 与冲击因子 SF 及雷体到水面的距离 H 有关, SF 越小, w_d 越大。

可分别计算出沙底及石底区域布设 I 型水雷布设时的最大水深分别为

$$\max H_{\text{沙底}} = 41.03(\text{m}), \max H_{\text{石底}} = 46.11(\text{m})$$

故在沙底,当水深超过 41.03 m 时,选择布设 II 型雷,在石底,当水深超过 46.11 m 时,选择布设 II 型雷。结合插值后的水深数据,对水雷障碍区进行划分,水平面投影区域如图 3 所示。彩色区域既可以布设 I 型水雷,也可以布设 II 型水雷,蓝色区域只能布设 II 型水雷,彩色区域颜色越黄,水深越浅。

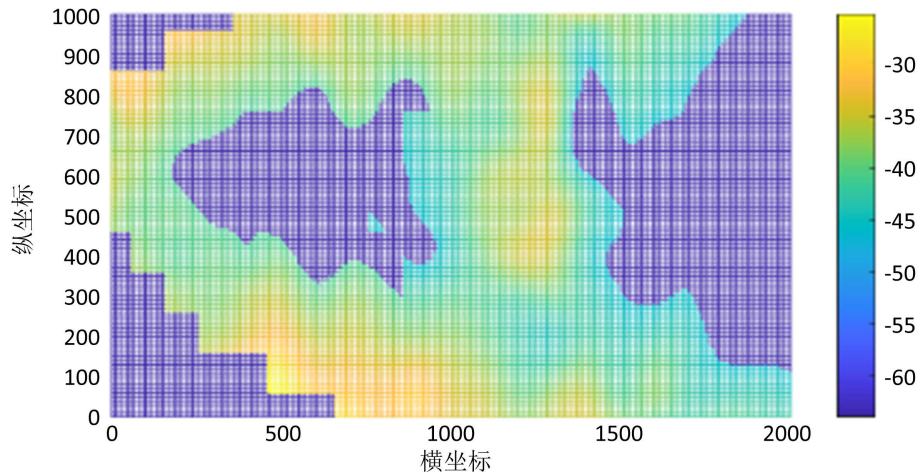


Figure 3. Horizontal projection plan of mine type selection
图 3. 水雷类型选取水平投影平面图

3.2. 水雷布设样式的设计

进行水雷布设样式设计时，以水雷线为基本样式。

1) 单条水雷线的布设方案设计

水雷线的布设主要有两个条件，一是要求敌舰船通过水雷线时，至少保证有一枚水雷爆炸。二是要求相邻两水雷之间的间隔距离应大于安全距离。

假设先不考虑安全距离的要求，将水雷按垂直于舰船航行方向的一条直线 MN 布设，圆圆心为水雷目标落点，半径为该水雷的水面破坏半径，相应的圆形即为该水雷的水面危险区域。为满足敌舰船通过水雷线时，至少保证有一枚水雷爆炸的要求，需使水雷线上所有水雷的危险区域在 MN 方向上的投影能够实现对航道正面宽度(MN 的宽度) W 的全覆盖。

将水深和底质数据代入式(1)和(2)，可分别计算出两个型号水雷在不同底质下的水面破坏半径 R_0 及危险带宽度 w_d ，在沙底水深超过 41.03 m 时，在石底水深超过 46.11 m 时，均不布设 I 型水雷，可得表 1。

Table 1. Surface damage radius and dangerous zone width of mine under different sediments (unit: m)

表 1. 水雷在不同底质下的水面破坏半径及危险带宽度(单位: m)

		水深		水面破坏半径 R_0	危险带宽度 w_d
II 型	石底			55.02853653	110.0570731
	沙底	固定水深	18	47.35485254	94.70970509
	泥底			39.51681485	79.0336297
I 型	石底	最小水深	30.347454	65.08586821	130.1717364
		最大水深	62.924824	—	—
		平均水深	44.181559	56.61385056	113.2277011
I 型	沙底	最小水深	25.125717	57.59455101	115.189102
		最大水深	62.924824	—	—
		平均水深	46.033647	—	—

当 $0 \leq x \leq 950$ 时，水底质以沙底为主，既需要 I 型水雷，也需要 II 型水雷；当 $950 < x \leq 1350$ 时，水

底质以石底为主，可全部选择 I 型水雷；当 $1350 < x \leq 2000$ 时，水底质以石底为主，故水雷布设既需要 I 型水雷，也需要 II 型水雷。分别记这三个区域为一类、二类、三类区域。

先考虑理想状态下建立模型，假定同一型号水雷的水面破坏半径相同。根据这种极端情况，可以估算出每一类区域一条水雷线上所需要的同类型水雷的数量，分别为 12 枚，10 枚，10 枚。由于红方潜艇一共可发射水雷 52 枚，因此预估可在水雷障碍区内布设 4 到 5 条水雷线。

2) 估算水雷线 MN 上水雷目标落点坐标

设水雷线 MN 上水雷数量为 n ，水雷布设过程中，实际落点在以目标落点为中心，边长为 $4\sigma = 12$ 米的正方形区域内的概率达到 95%，假设布设在水雷线 MN 上的水雷坐标为 (x_i, y_i) ，则

$$\begin{aligned} x_i &= x, (i = 1, 2, \dots, n), \\ y_1 &= R_{0\text{估}} - 2\sigma, \\ y_2 &= y_1 + L = y_1 + 2R_{0\text{估}} - 4\sigma, \\ y_3 &= y_2 + L = y_2 + 2R_{0\text{估}} - 4\sigma, \\ &\vdots \\ y_n &= y_{n-1} + L = y_{n-1} + 2R_{0\text{估}} - 4\sigma. \end{aligned}$$

设第 j 枚水雷为偶数序的水雷，将其向右方平移使水雷线形成折线，如图 4，并设其目标落点为 $|PQ| \geq 2R_{0\text{估}}$ ，第 j 枚水雷与第 $j-1$ 枚水雷之间需要达到安全距离，即

$$|PQ| \geq 2R_{0\text{估}},$$

不妨取 $|PQ| = 2R_{0\text{估}}$ ，可得第 j 枚水雷的预估目标落点 (x'_j, y'_j) 为

$$y'_j = y_j, \tag{3}$$

$$x'_j = x_j + 4\sigma + \sqrt{(2R_{0\text{估}})^2 - (L - 4\sigma)^2}. \tag{4}$$

其中 $j = 2, 4, \dots, [n/2]$ ， $[n/2]$ 表示取整。

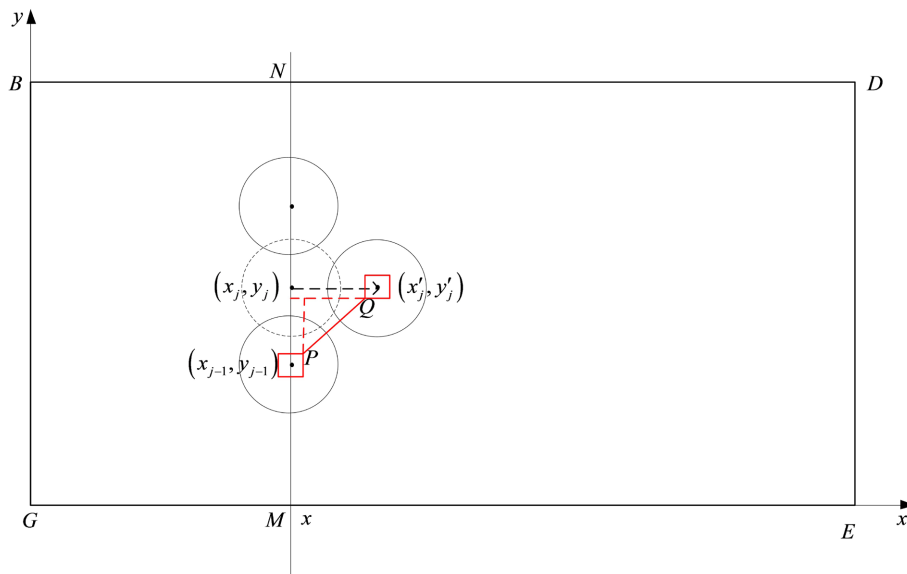


Figure 4. Coordinate estimation of mine target's landing point
图 4. 水雷目标落点坐标估算

同理，第 j 枚水雷与第 $j+1$ 枚水雷之间达到安全距离。

3.3. 单条水雷线上水雷目标落点位置的调整

由于布设 I 型水雷的地方，估算时使用的水面破坏半径和实际情况可能存在较大的差异。可能出现实际水面破坏半径比估计半径大或小两种情况，下面分别就

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_0^j > R_{0\text{估}} \text{ 及 } \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_0^j < R_{0\text{估}}$$

两种情况给出水雷目标落点位置的调整方案。

1) $\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_0^j > R_{0\text{估}}$

水雷如果依旧布设在预估位置，不满足水雷之间安全距离的要求。可以通过调整第 j 个水雷的目标落点坐标 (x'_j, y'_j) 来加以调整。

2) $\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_0^j < R_{0\text{估}}$

水雷如果依旧布设在预估位置，不能保证敌舰船通过水雷线时，至少有一枚水雷爆炸的条件，需要增加水雷线上水雷的数量以及调整水雷的目标落点。

3.4. 多条水雷线的布设方案设计

由于单条水雷线所需要布设的水雷数量与水雷线位置坐标 x 有关。显然，水雷线条数越多，串联排列的封锁线越多，水雷障碍区对 4 艘蓝方舰船编队的拦截次数越多，对蓝方舰船编队毁伤效果越好。

通过数据分析，计算出平均危险带宽度最大的水雷线在 $x = 1230 \text{ m}$ 处，采用搜索算法，以 $x = 1230$ 为中心，分别向两侧搜索，可布设 5 条水雷线，并将 52 枚水雷全部布设到这 5 条水雷线上去，如图 5 所示，其中红色圆、蓝色圆分别表示 I、II 型雷的水面危险区域。将该水雷布设方案叠加到图 3 中，可得到如图 6 所示的水雷布设方案。

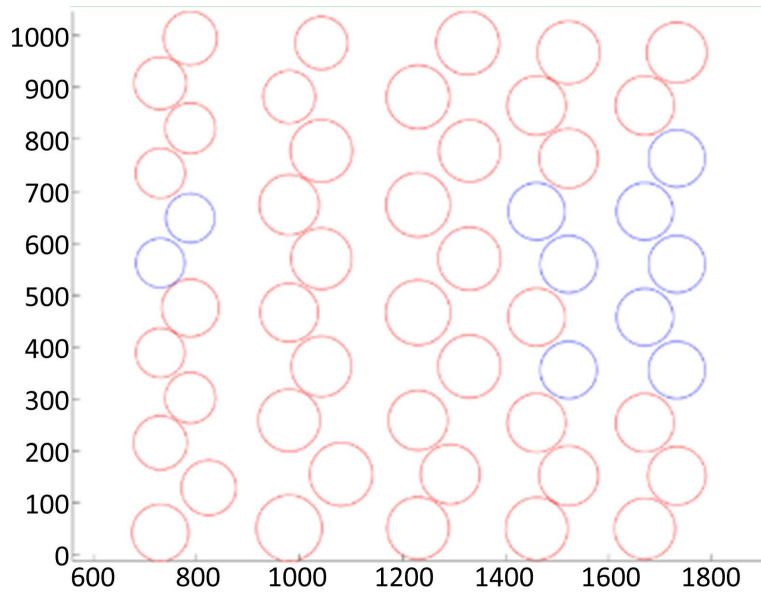


Figure 5. Mine laying scheme
图 5. 水雷布设方案

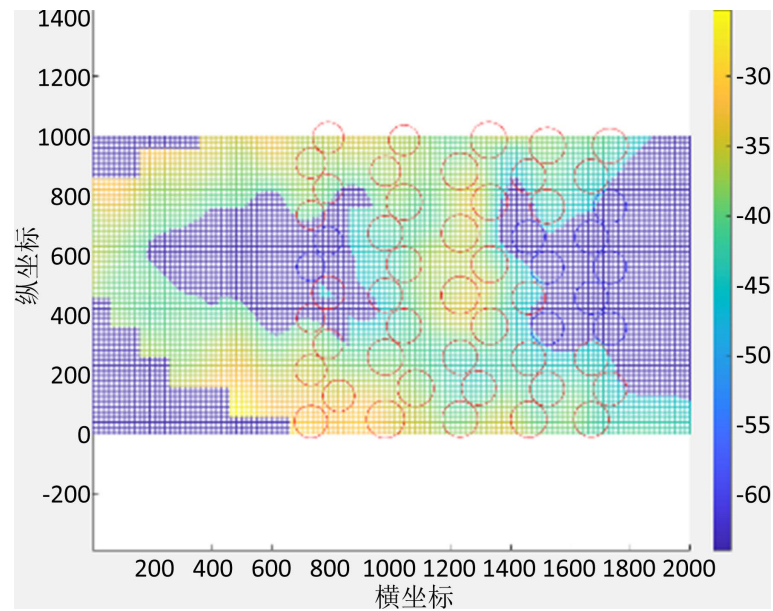


Figure 6. Mine laying scheme in obstacle area
图 6. 水雷障碍区内水雷布设方案

基于上述模型设计的水雷布设方案主要以布设 I 型水雷为主, I 型水雷共 42 枚, II 型水雷 10 枚。主要布设在石底区域内, 同时图 6 颜色匹配也验证了方案的正确性。

4. 水雷障碍区对 4 艘蓝方舰船编队毁伤期望及水雷引信定次的设计

4.1. 舰船编队毁伤期望的计算[3]

假设水雷障碍区内所用水雷引信最大定次数为 4, 引信定次为 $j(1 \leq j \leq 4, j \in Z^+)$ 的水雷数为 N_{mj} , 水雷障碍区正面宽度为 W , 水雷危险带宽度为 w_d 。特别地当障碍区内的水雷类型不同时, w_d 为水雷的危险带宽度的均值。约定定次为 1 时水雷处于危险状态。

假设目标舰船航线沿水雷障碍区正面方向服从均匀分布, 舰船流直航从水雷障碍内经过, 且舰船数量 $N_c = 4$, 于是沿正面方向定次为 j 的水雷的密度 λ_j 为

$$\lambda_j = \frac{N_{mj}}{W}.$$

1) 前导航遭遇水雷障碍时, 有效水雷期望

前导航从水雷障碍区内经过时, 只可能引起位于目标舰船“有效作用区”内初始定次为 1 且具有战斗力水雷对舰船发起攻击。因此, 布设在该区域内的初始定次为 1 的有效水雷期望为

$$EM_1 = Em_1^{(1)} = D_1^{(1)} \lambda_1,$$

式中: $Em_1^{(1)}$ ——前导航从雷区经过时, 其有效作用区内初始定次为 1 的有效水雷期望;

$D_1^{(1)}$ ——前导航从雷区经过时, 对初始定次为 1 的水雷有效作用区的宽度, 而有效作用区的宽度可以看做是水雷危险带宽度[4]。

2) 编队第 2 艘舰船遭遇水雷障碍时, 有效水雷期望

舰队第 2 艘舰船从水雷障碍区经过时, 可能出现 2 艘舰船对有效作用区发生叠加的区域, 即 2 次有效作用区, 也可能出现 2 艘舰船各自对水雷发生有效作用的区域, 即 1 次有效作用区。因此第 2 艘舰船

有效作用区内的有效水雷期望为

$$EM_2 = Em_2^{(1)} + Em_2^{(2)},$$

$$Em_2^{(2)} = D_2^{(2)} \lambda_2 p_d,$$

$$Em_2^{(1)} = [D_2^{(1)} - D_1^{(1)}] \lambda_1 + D_2^{(2)} \lambda_1 (1 - p_d)$$

式中： $Em_2^{(2)}$ 是第二艘舰船遭遇水雷障碍时，处于 2 次有效作用区内初始定次为 2 且当前定次为 1 的有效水雷期望； $Em_2^{(1)}$ 是第 2 艘舰船遭遇水雷障碍时，初始定次为 1 的有效水雷期望。 p_d 是水雷的动作概率， λ_2 是正面方向上定次为 2 的水雷密度， N_{m_2} 是引信定次为 2 的水雷数， $D_2^{(i)}$ 是舰队第 2 艘舰船通过水雷障碍区时， i 次有效作用区的宽度， $i=1,2$ 。

依次类推，可以定义第 3 艘、第 4 艘舰船的有效水雷期望。

3) 编队被水雷毁伤的概率

令

$$\alpha_k^{(2)} = EM_k - [EM_k];$$

$$\alpha_k^{(1)} = 1 - \alpha_k^{(2)};$$

$$n_k(1) = [EM_k];$$

$$n_k(2) = n_k(1) + 1;$$

式中： $[EM_k]$ 表示向下取整，即取不超过 EM_k 的整数， $k=1,2,3,4$ 。

编队第 k 艘舰船遭遇水雷障碍时至少被一枚水雷毁伤的概率为[5]

$$p_h^{(k)} = 1 - \sum_{i=1}^2 \alpha_k^{(i)} (1 - p_d p_m)^{n_k(i)},$$

式中： p_m 是水雷命中概率，I 型水雷与 II 型水雷的命中概率都是 0.95；

p_d 是水雷动作概率，I 型水雷与 II 型水雷的动作概率都是 0.9。

于是，水雷障碍区对 4 艘蓝方舰船编队毁伤期望为

$$EN_{hc} = \sum_{k=1}^4 p_h^{(k)}.$$

4.2. 水雷定次设计及毁伤期望优化

1) 各水雷引信定次的模型

建立如下的非线性整数规划模型

$$\max EN_{hc},$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} N_{m1} + N_{m2} + N_{m3} + N_{m4} = 52, \\ N_{m1}, N_{m2}, N_{m3}, N_{m4} \geq 0, \\ N_{m1}, N_{m2}, N_{m3}, N_{m4} \in Z^+. \end{cases}$$

由于该模型为非线性整数规划模型，可以利用蒙特卡洛随机模拟算法，求解上述模型，求出使目标函数 EN_{hc} 取得最大的各类引信定次的水雷数量。

当模拟次数达到 10,000 次时，取 $N_{m1} = 50, N_{m2} = 1, N_{m3} = 1, N_{m4} = 0$ 时，可得敌方编队舰船毁伤期望

可以达到 3.9993, 毁伤概率达到 99.98%, 即基本可以将 4 艘蓝方舰船编队的舰船全数毁伤。因此在不考虑蓝方扫雷的情况下, 因此引信定次为 1 的水雷数量越多, 对蓝方舰船编队的毁伤期望就会越大。水雷引信次数越高, 对蓝方舰船编队的毁伤期望就会越小。

2) 模型优化

实际上, 当蓝方舰船编队进过水雷障碍区时, 引信次数越低, 越容易引爆, 对蓝方舰船的毁伤期望越大。但是, 若蓝方舰船编队在进入水雷障碍区之前先进行了扫雷作业, 水雷引信次数越低, 越容易被扫爆, 从而造成雷障布设失败, 因此, 舰船编队的损伤期望与扫爆率低是相互矛盾的。但在实际设计布雷方案时, 不能不考虑到敌方扫雷的情况, 因此在实际布设雷障时, 不能以对舰船编队的毁伤期望最大为雷障布设的目标。同时, 蓝方扫雷会导致红方水雷损失, 就需要利用飞机进行补雷。扫雷时, 被扫爆的水雷数量越多, 补雷的数量越多。

因此对非线性整数规划模型进行优化, 设计引信定次时, 要综合考察对蓝方舰船编队的毁伤期望和在蓝方扫雷策略中损失的水雷数量较少两个目标。如果红方飞机可以补充 16 枚水雷, 为此, 在蒙特卡洛随机模拟算法得基础上, 以毁伤概率不小于 90% 为目标, 增加水雷损失不超过 16 枚条件, 同时引信次数为 3 或 4 的水雷数量尽可能多, 可建立如下的非线性整数规划模型:

$$\begin{aligned} & \min EN_{hc}, \\ & \text{s.t.} \begin{cases} EN_{hc} \geq 0.9N_e, \\ N_{m1} + N_{m2} + N_{m3} + N_{m4} = 52, \\ 0 \leq N_{m1} \leq 16, \\ N_{m2}, N_{m3}, N_{m4} \geq 0, \\ N_{m1}, N_{m2}, N_{m3}, N_{m4} \in Z^+. \end{cases} \end{aligned}$$

采用蒙特卡洛随机模拟算法, 求得模型的解

$$N_{m1} = 13, N_{m2} = 10, N_{m3} = 11, N_{m4} = 18$$

此时对蓝方 4 艘舰船的毁伤期望 $EN_{hc} = 3.624652$ 艘。

3) 各水雷引信定次的设计

由于蓝方舰船编队航线沿正面方向服从均匀分布, 因此在设计各水雷引信定次时, 考虑使各引信定次为 1、2、3、4 的雷在水雷障碍区内均匀分布。为此考虑设计各定次水雷的坐标, 使各定次水雷间的平均距离最大, 记 G_1, G_2, G_3, G_4 分别表示引信定次为 1、2、3、4 的水雷目标落点集合, G 表示所有水雷目标落点集合, 构造各水雷引信定次的计算模型如下:

$$\begin{aligned} & \max \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 \frac{1}{C_{N_{mk}}} \sum_{i,j \in G_k} \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \bigcup_{k=1}^4 G_k = G, \\ G_s \cap G_t = \Phi, \quad s, t = 1, 2, 3, 4, s \neq t. \end{cases} \end{aligned}$$

利用蒙特卡洛模拟算法, 可求得模型的解, 不同引信定次水雷布设方案图, 如图 7 所示。图中红色、蓝色、绿色、紫红色分别为引信定次为 1、2、3、4 次水雷的水面危险区域, 其圆心为相应水雷目标落点。

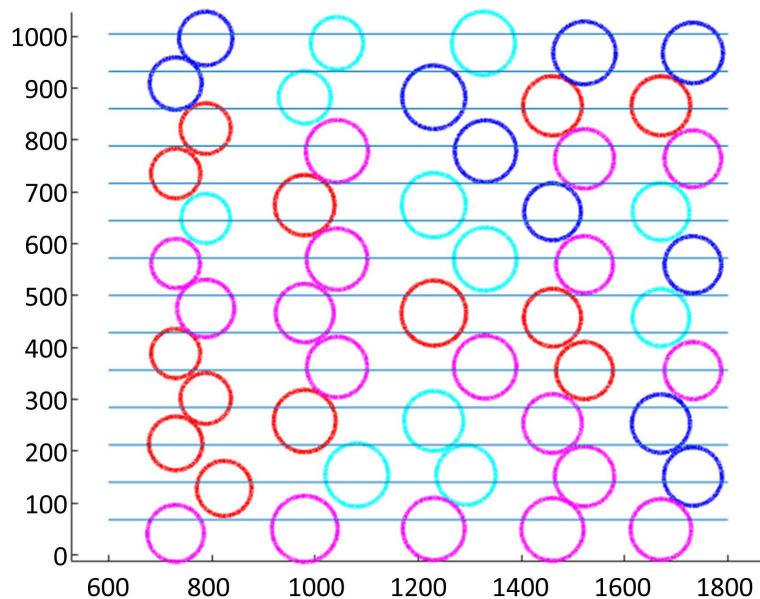


Figure 7. Mine laying scheme after fuze times are determined

图 7. 引信次数确定后水雷布设方案

5. 结束语

本文在研究水雷布设问题时，对问题进行了分解，设计的水雷线上水雷落点的调整模型、思路简洁、便于实现。另外，对于具有“联动”特性的规划问题时，这种水雷线设计模型，可以作为参考和推广。

另外文中研究的雷障布设问题，选取的水雷类型数量较少，并且同一类型下的不同水雷也没有做区分。实际上水雷的类型有很多，落点误差、动作概率、命中概率、装药量等都有差别，如果考虑这些因素，那么在建模时变量数目将会增加，条件增强，可以进一步研究在这种条件下能够快速响应的水雷布设或补雷模型，这具有重要的实战意义。

参考文献

- [1] 张旭, 滕兆新. 水雷封锁作战决策科学化的思考[J]. 军事运筹与系统工程, 2008, 22(2): 59-62.
- [2] 张旭, 冷相文. 自航水雷雷位次序坐标散布特性[J]. 火力指挥与控制, 2004, 29(增): 47-48.
- [3] 朱红波, 张旭, 冷相文. 一种自航水雷障碍毁伤舰船概率计算方法[J]. 鱼雷技术, 2013(8): 313-316.
- [4] 马硕, 马亚平. 混合定次雷区的布雷数量计算方法[J]. 军事运筹与系统工程, 2017, 31(4): 15-18.
- [5] 滕兆新, 张旭. 水雷对舰船的毁伤概率计算模型及仿真[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(16): 4241-4243.