

# 植入NiTi-玄武岩混编纤维增强体的复合材料螺旋弹簧刚度预测模型

张雅婷, 柯俊, 刘利杰, 汪焱

浙江理工大学机械工程学院, 浙江 杭州

收稿日期: 2023年1月17日; 录用日期: 2023年3月2日; 发布日期: 2023年3月9日

## 摘要

为了预测植入NiTi-玄武岩纤维混编纤维增强体的复合材料螺旋弹簧刚度, 基于复合材料细观力学推导了混编织物复合材料单层板的等效剪切模量计算公式, 建立了多层异种纤维混编织物增强复合材料螺旋弹簧的刚度预测模型。制作了多层NiTi丝和玄武岩纤维混编复合材料螺旋弹簧样件。试验刚度与理论计算刚度误差为2.7%, 验证了提出的刚度预测模型的正确性, 这对异种纤维增强复合材料结构刚度性能预测及工程化应用具有参考意义。

## 关键词

复合材料, 混编织物, 螺旋弹簧, 刚度

## Stiffness Prediction Model of Composite Helical Spring Embedded with NiTi-Basalt Hybrid Braided Fiber Reinforcement

Yating Zhang, Jun Ke, Lijie Liu, Yi Wang

College of Mechanical Engineering, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou Zhejiang

Received: Jan. 17<sup>th</sup>, 2023; accepted: Mar. 2<sup>nd</sup>, 2023; published: Mar. 9<sup>th</sup>, 2023

## Abstract

In order to predict the stiffness of composite helical spring embedded with NiTi-basalt hybrid braided fiber reinforcement, the equivalent shear modulus calculation formula of orthogonal hybrid braided composite plate was derived based on composite micromechanics, and the stiffness prediction model of composite helical spring reinforced by multi-layer dissimilar fiber hybrid braided was

established. In addition, the multi-layer NiTi wire and basalt fiber hybrid braided composite helical spring specimen was made. The error between the experimental stiffness and the theoretical calculation stiffness is 2.7%, which verifies the correctness of the proposed stiffness prediction model. This work has reference significance for the stiffness performance prediction and engineering application of dissimilar fiber reinforced composite structures.

## Keywords

Composite, Hybrid Braided, Helical Spring, Stiffness

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

为顺应汽车发展轻量化、智能化以及环保趋势，将具有形状记忆特性的 NiTi 丝和具有环保特性的玄武岩纤维混编织物应用于螺旋弹簧，在温度激励下可以实现变刚度驱动。螺旋弹簧的主动变刚度特性对提高汽车悬架的动力学性能具有重要意义[1] [2]。刚度预测模型是植入 NiTi-玄武岩混编纤维增强体的复合材料螺旋弹簧实现工程应用需要解决的首要问题。

目前对于复合材料螺旋弹簧的刚度预测，从宏观力学角度分析，M. GOBBI [3]、陈潇凯[4]等人通过分析簧丝截面的应力 - 应变关系，建立了复合材料螺旋弹簧刚度预测数学模型。Ke [5]等人用相同方法扩展建立了具有非线性刚度的复合材料螺旋弹簧刚度理论模型。该理论方法能够解决多层材料构成的弹簧刚度计算问题，但公式较为复杂，在实际设计使用中颇为不便。从细观力学角度分析，Choi [6]等人提出用等效剪切模量计算复合材料螺旋弹簧刚度，并通过圆形梁扭转实验验证了等效剪切模量计算模型的正确性。随后，相关学者[7] [8] [9]通过实验和仿真验证了弹簧刚度预测模型的正确性。在设计使用过程中，等效剪切模量预测弹簧刚度的计算方式简单，但目前还局限在使用单一增强纤维单层板的阶段。对于多层含有不同材料组分的织物复合材料单层板组合而成的层合板，现有的刚度预测模型均不适用。多种纤维混杂是丰富性能设计的重要手段，可以弥补单一纤维的性能缺陷[10] [11]。徐欢欢[12]和喻雄[13]通过宏观力学分析得出混编复合材料的柔度矩阵与工程常数之间的关系。在实际使用，特别是在工程设计中，柔度矩阵的计算相对复杂，用基于混合定则的公式计算会更方便。田毅[14]使用混合定则计算了单向混杂复合材料纵向弹性模量。陈庆林[15]对混杂纤维复合材料弹性模量预测模型进行了修正。但目前还没有一套完整混编正交织物复合材料工程弹性常数的计算公式。

本文建立了一种通用的多层异种纤维混编织物增强复合材料螺旋弹簧刚度预测模型。相较于现有的需要求解刚度或柔度矩阵的复合材料弹簧刚度计算模型，本文建立的工程常数计算公式更简便，更适用于工程设计，并且计算所得的工程常数方便用于有限元仿真模型。对于簧丝每一编织层的等效剪切模量，基于细观力学，建立了层内异种纤维混合正交编织的复合材料工程弹性常数计算模型。为了验证所建立预测模型的正确性，通过 NiTi 丝和玄武岩纤维混合编织，并采用真空辅助树脂传递工艺将弹簧样件制作成型。在万能试验机上对弹簧进行压缩试验，测得弹簧刚度与理论预测结果基本吻合，验证了预测模型的正确性。

## 2. 模型建立及刚度预测

本文在建立刚度理论预测模型时，选择理论通用性强的空心螺旋弹簧。若中间芯材使用的材料模量

相较于外层复合材料小很多,对弹簧刚度贡献较小,可以视为空心。若簧丝为实心,则仅需令簧丝内径  $d_0 = 0$ 。空心多层不同纤维混编复合材料螺旋弹簧在轴向力  $F$  下进行压缩,簧丝截面受力情况如图 1 所示。簧丝截面受到扭矩  $T$  和径向力  $F$ 。 $T$  和  $F$  又可分解为绕  $t$  轴回传的扭矩  $T_t$ , 绕  $b$  轴回传的弯矩  $M_b$ , 沿  $t$  轴作用的法向力  $F_t$  和沿  $b$  轴作用的径向力  $F_b$ 。

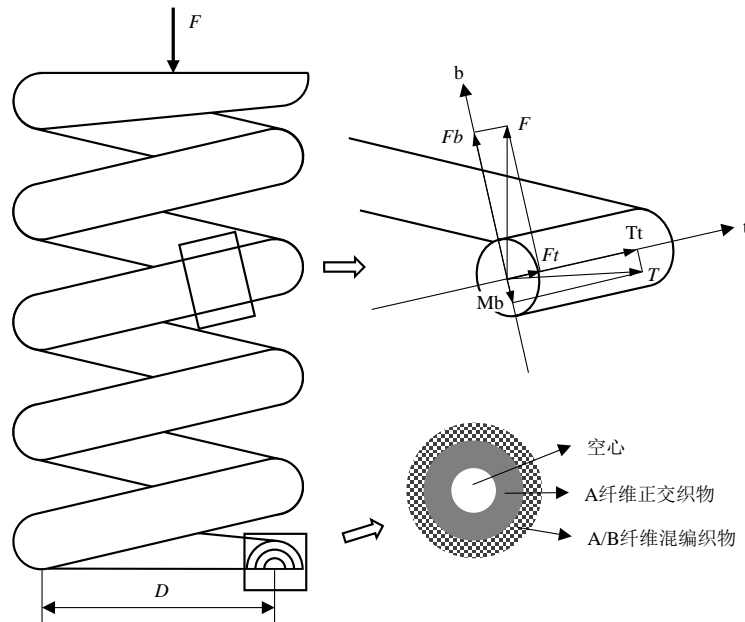


Figure 1. Diagram of spring wire section stress analysis

图 1. 簧丝截面受力分析图

根据材料力学[16]中相关理论,当弹簧螺旋角较小时,由螺旋角引起的相关作用力  $M_b$ 、 $F_t$  可忽略。并且刚度计算中,剪切力  $F_b$  作用较小可忽略。因此,简化后可以发现簧丝主要受扭矩  $T_t$  作用。簧丝截面在扭矩作用下的剪切应力  $\tau$  分布如图 2 所示。图中  $d_0$ 、 $d_k$  分别表示簧丝的内径、外径;  $d_i$  表示第  $i$  层的簧丝直径。剪切应力  $\tau$  表达式为:

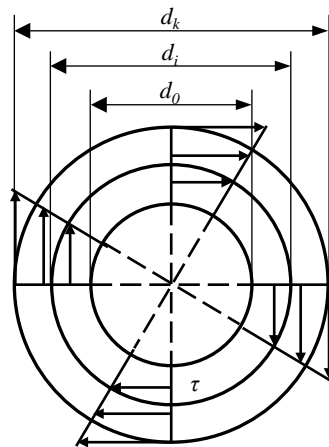


Figure 2. The distribution diagram of  $\tau$  corresponding to  $T_t$

图 2. 与  $T_t$  对应的  $\tau$  分布图

$$\tau = \frac{16FDr}{\pi(d_k^4 - d_0^4)} \quad (1)$$

式中： $r$ —簧丝横截面上应力所在点到圆心的距离； $D$ —弹簧中径。

簧身单位体积变形能：

$$u_i = \frac{\tau^2}{2G_i} \quad (2)$$

式中： $G_i$ —第  $i$  层的等效剪切模量。

弹簧整体的变形能：

$$U = \int_V u dV = \sum_{i=0}^k \int_0^{n\pi D} \int_0^{2\pi} \int_{d_i/2}^{d_{i+1}/2} u_{i+1} r dr d\theta ds \quad (3)$$

式中： $rdrd\theta$ —簧丝截面上的微分面积； $ds$ —沿簧丝轴线的微分长度； $n$ —弹簧有效圈数。

将式(1)(2)代入式(3)，计算结果为：

$$U = \sum_{i=0}^k \frac{4nF^2 D^3 (d_{i+1}^4 - d_i^4)}{G_{i+1} (d_k^4 - d_0^4)^2} \quad (4)$$

在压缩变形  $x$  下，载荷  $F$  对弹簧所做的功  $W$ ：

$$W = \frac{1}{2} Fx \quad (5)$$

根据能量守恒原理，载荷  $F$  对弹簧所做的功  $W$  等于弹簧整体的变形能  $U$ 。由式(4)等于式(5)，可得弹簧刚度表达式为：

$$K = \frac{F}{x} = \frac{1}{\sum_{i=0}^k \frac{8nD^3 (d_{i+1}^4 - d_i^4)}{G_{i+1} (d_k^4 - d_0^4)^2}} \quad (6)$$

由式(6)可知，关键在于得到每层等效剪切模量。对于混编织物复合材料单层等效剪切模量的计算，本文基于细观力学将其分两步进行推导。为简化模型做如下假设：1) 各组分材料间黏结牢固，界面无孔隙。2) 纤维形状和分布是规则的。

首先，单向纤维混杂复合材料工程常数可以通过混合规则进行预测。将单向板置于图 3 所示坐标中，1 方向为纤维轴向，2 方向为纤维径向，3 方向垂直于 1、2 方向构成的平面。

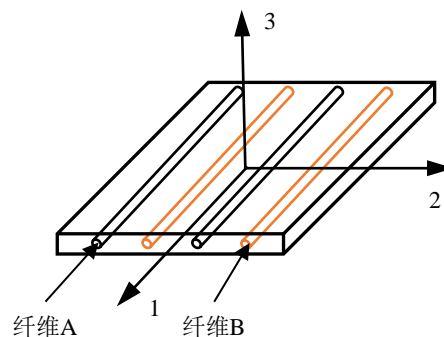


Figure 3. Schematic diagram of unidirectional fiber hybrid composites

图 3. 单向纤维混杂复合材料板示意图

弹性模量:

$$E_1 = k_1 (E_f V_f + E_m V_m + E_s V_s) \quad (7)$$

$$E_2 = E_3 = E_m \frac{1 + \xi \eta (V_f + V_s)}{1 - \eta (V_f + V_s)} \quad (8)$$

其中

$$\eta = \frac{(E_f V_f + E_s V_s) / (V_f + V_s) / E_m - 1}{(E_f V_f + E_s V_s) / (V_f + V_s) / E_m + \xi} \quad (9)$$

剪切模量:

$$G_{12} = G_{13} = (1 - C) \frac{1}{V_f / G_f + V_m / G_m + V_s / G_s} + C (G_f V_f + G_m V_m + G_s V_s) \quad (10)$$

$$G_{23} = \frac{G_m}{1 - \sqrt{V_f + V_s} (1 - G_m (V_f + V_s)) / (G_f V_f + G_s V_s)} \quad (11)$$

泊松比:

$$\mu_{12} = \mu_{13} = \frac{E_2}{E_1} \mu_{21} = \frac{E_2}{E_1} k_2 (\mu_f V_f + \mu_m V_m + \mu_s V_s) \quad (12)$$

$$\mu_{23} = \frac{E_2}{2G_{23}} - 1 \quad (13)$$

式中,  $E_f$ 、 $E_s$ 、 $E_m$  分别为 A 纤维、B 纤维、基体弹性模量;  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  分别为单向板 1 方向、2 方向、3 方向弹性模量;  $V_f$ 、 $V_s$ 、 $V_m$  分别为 A 纤维、B 纤维、基体体积分数;  $\xi$  为纤维增强作用系数(本文算例中取 2);  $G_f$ 、 $G_s$ 、 $G_m$  分别为 A 纤维、B 纤维、基体剪切模量;  $C$  为纤维接触系数(本文算例中取 0.22);  $G_{12}$ 、 $G_{13}$ 、 $G_{23}$  分别为单向板 12 面、13 面、23 面剪切模量;  $\mu_f$ 、 $\mu_s$ 、 $\mu_m$  分别为 A 纤维、B 纤维、基体泊松比;  $\mu_{12}$ 、 $\mu_{13}$ 、 $\mu_{23}$  分别为单向板 12 面、13 面、23 面泊松比;  $k_1$ 、 $k_2$  分别为弹性模量修正系数(本文算例中取 0.9)、泊松比修正系数(本文算例中取 0.975)。

然后, 计算正交纤维混编织物复合材料弹性常数。在分析单层正交织物复合材料弹性力学行为时可以将复合材料织物看作两层单向复合材料按纤维相互垂直的方向叠合在一起。如图 4 所示, 以正交纤维方向为 x 轴(织物经向)和 y 轴(织物纬向), 建立坐标系。

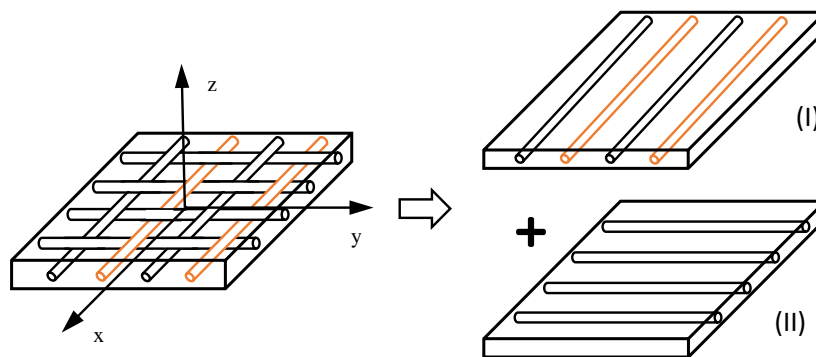


Figure 4. Schematic diagram of orthogonal hybrid braided composite plate  
图 4. 正交混编织物单层板示意图

弹性模量:

$$E_x = k_3 (E_1^I V_x + E_2^I V_y) \quad (14)$$

其中

$$V_x = \frac{n_x}{n_x + n_y}, V_y = \frac{n_y}{n_x + n_y} \quad (15)$$

$$E_y = k_3 (E_1^I V_y + E_2^I V_x) \quad (16)$$

$$E_z = E_3^I V_x + E_3^I V_y \quad (17)$$

剪切模量:

$$G_{xy} = k_3 (G_{12}^I V_x + G_{12}^I V_y) \quad (18)$$

$$G_{xz} = G_{yz} = G_{23}^I V_x + G_{23}^I V_y \quad (19)$$

泊松比:

$$\mu_{xy} = (\mu_{12}^I V_x + \mu_{12}^I V_y) \frac{(E_2^I V_x + E_2^I V_y)}{E_y} \quad (20)$$

$$\mu_{xz} = \mu_{yz} = \mu_{23}^I V_x + \mu_{23}^I V_y \quad (21)$$

式中,  $E_1^I$ 、 $E_2^I$ 、 $E_3^I$ 、 $G_{12}^I$ 、 $G_{23}^I$ 、 $\mu_{12}^I$ 、 $\mu_{23}^I$  分别为 I 层单向板 1 方向弹性模量、2 方向弹性模量、3 方向弹性模量、12 平面内剪切模量、23 平面内剪切模量、12 面泊松比、23 面泊松比;

$E_1^I$ 、 $E_2^I$ 、 $E_3^I$ 、 $G_{12}^I$ 、 $G_{23}^I$ 、 $\mu_{12}^I$ 、 $\mu_{23}^I$  分别为 II 层单向板 1 方向弹性模量、2 方向弹性模量、3 方向弹性模量、12 平面内剪切模量、23 平面内剪切模量、12 面泊松比、23 面泊松比;  $V_x$ 、 $V_y$  分别为单层织物经向纤维含量和纬向纤维含量;  $n_x$ 、 $n_y$  分别表示单位宽度中正交织物经向和纬向相对纤维量;  $E_x$ 、 $E_y$ 、 $E_z$  分别为单层织物 x 方向、y 方向、z 方向弹性模量;  $G_{xy}$ 、 $G_{xz}$ 、 $G_{yz}$  分别为单层织物 xy 面、xz 面、yz 面剪切模量;  $\mu_{xy}$ 、 $\mu_{xz}$ 、 $\mu_{yz}$  分别为单层织物 xy 面、xz 面、yz 面泊松比;  $k_3$  为织物波纹影响系数(本文算例中取 0.9)。

当复合材料板主方向与坐标轴 x 成  $\theta$  角时, 其主方向的剪切模量为

$$G_\theta = \frac{G_{xy}}{1 + \left[ \frac{G_{xy}(1 + \mu_{xy})}{E_x} + \frac{G_{xy}(1 + \mu_{xy})}{E_y} - 1 \right] \sin^2 2\theta} \quad (22)$$

### 3. 实验测试

本文混编复合材料螺旋弹簧簧丝用直径 3 mm 的聚氨酯棒作为芯轴, 中间层正交编织 3 层玄武岩纤维(1200 tex, 金华石金), 最外层使用 NiTi 丝(直径 0.5 mm, 佩尔科技)和玄武岩纤维混合编织。通过真空辅助树脂传递成型工艺, 用环氧树脂(AM-8960A/B)将簧丝浸润, 并制作弹簧成型模具完成试样成型。工艺流程如图 5 所示。

使用 MTS 万能试验台以 2 mm/min 的压缩速率对螺旋弹簧样件进行准静态压缩试验。经过五次重复测试, 获得的力-位移曲线如图 6 所示。在压缩位移约 4 mm 的位置, 弹簧支撑圈与有效圈开始接触, 由于制作误差导致短暂的接触不稳定, 弹簧的力-位移曲线出现一小段波动, 随后便呈正常线性趋势。

### 4. 对比分析

取弹簧压缩的力-位移曲线线性段斜率计算弹簧刚度, 平均值为 8.85 N/mm。实验中弹簧样件使用

的材料参数、弹簧结构参数分别见表 1 和表 2。使用马弗炉在  $650^{\circ}\text{C}$  下燃烧 2 h，测量出的玄武岩纤维体积分数如表 3 所示。根据第 2 节推导的理论模型编写 matlab 程序，计算得到弹簧刚度值为  $8.61\text{ N/mm}$ ，与试验结果对比误差为 2.7%，证明了刚度预测模型的正确性以及计算结果的精确性。

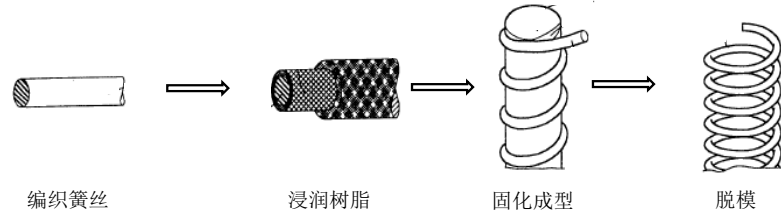


Figure 5. Schematic diagram of spring specimen manufacturing process  
图 5. 弹簧试样制作流程示意图

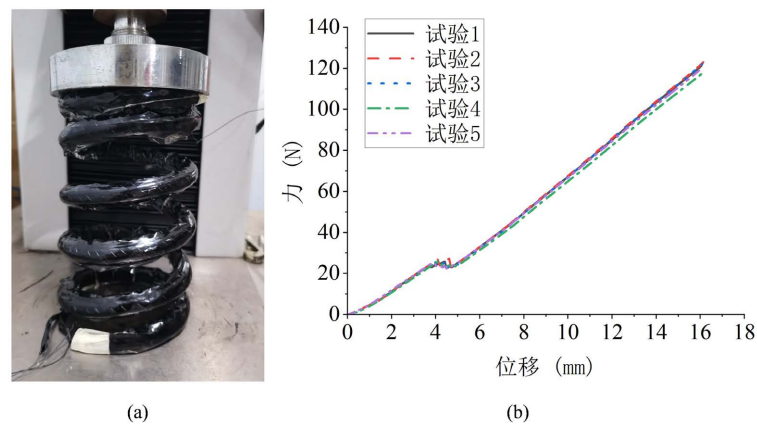


Figure 6. Compression test (a) Test photo; (b) Force-displacement curve  
图 6. 压缩试验(a) 试验照片; (b) 力-位移曲线

Table 1. Material parameters for spring

表 1. 弹簧的材料参数

| 属性             | 树脂   | 玄武岩纤维 | SMA   |
|----------------|------|-------|-------|
| 弹性模量 $E$ (GPa) | 2.60 | 93.10 | 14.34 |
| 泊松比 $\mu$      | 0.30 | 0.26  | 0.33  |
| 剪切模量 $G$ (GPa) | 1.00 | 36.94 | 5.39  |

Table 2. Structural parameters of spring

表 2. 弹簧的结构参数

| 参数/单位                       | 设计值    |
|-----------------------------|--------|
| 最外层线径 $d_2$ (mm)            | 12.00  |
| 中间层线径 $d_1$ (mm)            | 10.00  |
| 聚氨酯芯直径 $d_0$ (mm)           | 3.00   |
| 有效圈数 $n$                    | 3.00   |
| 支撑圈数 $n_0$                  | 2.00   |
| 自由高度 $H$ (mm)               | 156.00 |
| 中径 $D$ (mm)                 | 80.00  |
| 螺旋角 $\alpha$ ( $^{\circ}$ ) | 9.04   |

**Table 3.** Fiber volume fraction of different layers  
**表 3.** 不同层纤维体积分数

| 属性                | 1 方向  | 2 方向  |
|-------------------|-------|-------|
| 中间层玄武岩纤维体积分数(%)   | 18.42 | 18.42 |
| 外层玄武岩纤维体积分数(%)    | 25.40 | 18.62 |
| 外层 NiTi 纤维体积分数(%) | 0.00  | 9.09  |

## 5. 结论

本文基于复合材料细观力学方法,对单向纤维混杂复合材料的工程常数进行理论计算,扩展正交纤维混杂织物复合材料的工程常数计算公式结合传统螺旋弹簧刚度推导方法,最终提出多层不同纤维混编复合材料螺旋弹簧的刚度预测模型。并且制作多层 NiTi 丝和玄武岩纤维混编复合材料螺旋弹簧样件进行压缩试验,通过对比分析,得出理论预测与实验结果误差为 2.7%,表明该理论预测方法的正确性以及计算结果的精确性。

提出的植入 NiTi-玄武岩纤维混编纤维增强体的复合材料螺旋弹簧刚度预测模型不仅为螺旋式混编复合材料结构的刚度计算问题提供了新思路,为多层异种纤维混杂复合材料螺旋弹簧的工程应用奠定了基础,而且为多层异种纤维混杂复合材料管式结构的刚度性能预测提供了参考。

## 基金项目

国家自然科学基金项目(52102430)。

## 参考文献

- [1] 张丽霞,葛小菡,潘福全,刘家琪. 悬架弹簧刚度对汽车操纵稳定性影响仿真研究[J]. 农业装备与车辆工程, 2020, 58(1): 6-11.
- [2] 史小辉. 汽车悬架弹簧现代设计方法研究[D]: [博士学位论文]. 成都: 西南交通大学, 2011.
- [3] Gobbi, M. and Mastinu, G. (2001) On the Optimal Design of Composite Material Tubular Helical Springs. *Meccanica*, **36**, 525-553. <https://doi.org/10.1023/A:1015640909013>
- [4] 陈潇凯,李超. 纤维增强复合材料螺旋弹簧刚度预测模型[J]. 北京理工大学学报, 2020, 40(7): 725-730.
- [5] Ke, J., Xu, J., Wu, Z. and Ying, Z. (2022) A Theoretical Model Used for Stiffness Matching Design and Structure Optimization of Composite Helical Spring with Nonlinear Stiffness. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, **44**, Article No. 142. <https://doi.org/10.1007/s40430-022-03444-8>
- [6] Choi, B.-L. and Choi, B.-H. (2015) Numerical Method for Optimizing Design Variables of Carbon-Fiber-Reinforced Epoxy Composite Coil Springs. *Composites Part B: Engineering*, **82**, 42-49. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2015.08.005>
- [7] 金达锋,熊志远,杨永宝. 复合材料圆柱螺旋弹簧的刚强度分析[J]. 汽车工程, 2013, 35(8): 755-758+722.
- [8] 詹博文,孙凌玉,黄彬城,赵冠博,王倩. 车用复合材料螺旋弹簧的设计与优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(7): 1520-1527.
- [9] 仲济轮. 轿车用纤维织物树脂复合材料悬架弹簧的正向设计及其性能研究[D]: [硕士学位论文]. 吉林: 吉林大学, 2017.
- [10] Ichenihi, A. (2022) Design and Analysis of Thin-Ply Carbon and E-Glass Hybrid Laminates with Pseudo-Ductile Property. Donghua University, Shanghai.
- [11] 苏飞,欧阳晨恺,李纯杰,郑雷,蔡志华. 平纹编织碳纤维/Kevlar 纤维增强混杂复合材料微-宏观切削去除机理研究[J]. 机械工程学报, 2022, 58(21): 331-348.
- [12] 徐欢欢. 玻/碳混杂纤维复合材料的拉伸力学性能研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2014.
- [13] 喻雄. 混编碳纤维与碳化硅纤维增强 SiC 基复合材料的制备及刚度预测[D]: [硕士学位论文]. 长沙: 国防科技



术大学, 2015.

- [14] 田毅. 混杂纤维复合材料的匹配设计和加固结构力学性能的试验研究[D]: [硕士学位论文]. 柳州: 广西工学院, 2011.
- [15] 陈庆林. 混杂纤维复合材料力学性能与仿真应用研究[D]: [硕士学位论文]. 常州: 江苏理工学院, 2018.
- [16] 刘鸿文. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004: 90-93.