

基于声子晶体振动机理的周期结构梁的带隙特性研究及ANSYS优化

于志献

上海理工大学机械工程学院, 上海

收稿日期: 2023年2月16日; 录用日期: 2023年3月14日; 发布日期: 2023年3月21日

摘要

为研究精密高精密加工中的振动影响因素, 通过把微观晶体结构应用到宏观结构梁上, 以欧拉梁的理论模型为基础, 采用欧拉-伯努利梁方程(Euler-Bernoulli Beam Theory)进行理论分析。使用ANSYS进行建模、仿真和误差分析, 对宏观周期结构振动带隙产生的关键因素、阶数和幅值的决定因素进行研究及优化。结果表明, 在不同材料、截面、阻尼等要素的周期结构中, 可以很容易地发现: 改变周期结构参数和振子种类可以有效减振, 并且在一定频带区间可以获得频率低、衰减大的局域带隙。根据理论分析和仿真结果得出, 一组元变截面和短梁周期结构的振动幅值从 $1e-4$ 降低到 $1e-6$ 左右, 同时在匹配固有频率 $150\sim 240$ Hz之间时易出现突变的局域振动带隙。因此对于精密和高精密加工设备可以选择合适的变截面周期机构设计、周期数、阻尼和泊松比, 以降低加工过程中的动态误差。

关键词

局域共振, 动力学, 周期结构, 有限元仿真, 减振

Study on Band Gap Characteristics of Periodic Structure Beams Based on Phononic Crystal Vibration Mechanism and ANSYS Optimization

Zhixian Yu

School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Feb. 16th, 2023; accepted: Mar. 14th, 2023; published: Mar. 21st, 2023

Abstract

In order to study the vibration influencing factors in precision and high-precision machining, the Euler-Bernoulli beam theory is used for theoretical analysis by applying micro-crystal structure to macro-structure beam and based on the theoretical model of Euler beam. ANSYS is used for modeling, simulation and error analysis to study and optimize the key factors, order and magnitude of vibration band gap of macro-periodic structure. The results show that in the periodic structure of different materials, sections, dampers and other elements, it is easy to find that changing the periodic structure parameters and oscillator types can effectively damp the vibration, and a local band gap with low frequency and large attenuation can be obtained in a certain frequency band range. According to theoretical analysis and simulation results, the vibration amplitude of a variable cross-section unit and short beam periodic structure is reduced from $1e-4$ to about $1e-6$, and abrupt local vibration band gap is prone to occur when matching the natural frequency between 150~240 Hz. Therefore, for the precision and high-precision machining equipment, the appropriate variable section periodic mechanism design, cycle number, damping and Poisson ratio can be selected to reduce the dynamic errors in the process of machining.

Keywords

Local Resonance, Dynamics, Periodic Structure, Finite Element Simulation, Damping

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

机械振动在精密加工中对于加工误差的影响非常显著，尤其对于一些具有周期结构的装置和设备在加工过程中更容易产生振动，甚至引发共振，导致加工精度急剧下降，这就对其减振降噪提出了非常高的要求。随着近些年对于声子晶体局域振动带隙的研究的增加，声子晶体的局域振动带隙机理在低频减振中具有很大价值。然而，局域振动带隙机理的影响因素很多，本文主要分析在各种工程周期结构算例中其带隙的影响因素。理论分析可以发现，在一定的频率范围内，通过适当改变材料的种类、阻尼、刚度和横截面积等可以降低振动频率和振幅。

声子晶体带隙机理现在有布拉格(Bragg)散射机理和局域共振(Locally Resonant)机理。近年来，许多学者在理论上对局域共振机理进行了很多研究，使其在减振方面的应用有了可能。刘正猷教授等人[1] [2]把包覆了硅橡胶材料的铅球按简单的立方晶格结构排列在环氧树脂基体中，形成了一种三维三组元的声子晶体。该声子晶体带隙对应的波长远大于晶格常数，突破了布拉格散射机理限制。在特定频率的弹性波激励下，各个散射体产生共振，并与弹性波长波相互作用，从而阻碍其传输由于局域共振带隙的产生取决于散射体自身共振特性与基体中长波行波的相互作用，因此其带隙频率与单个散射体固有振动特性密切相关，其在减振降噪方面有了新思路[3] [4]。

本文以欧拉梁的理论模型为基础，采用欧拉-伯努利梁方程(Euler-Bernoulli Beam Theory)进行理论分析，把微观晶体结构应用到宏观结构梁上，通过建模和仿真分析及误差分析，对宏观周期结构振动带隙产生的关键因素、阶数和幅值的决定因素进行研究及优化。同时，为了检验仿真分析的误差进行了频响实验来验证其相对误差，证明本文工程周期结构仿真分析结果的可行性和可靠性。

2. 周期材料梁单元理论模型的建立

2.1. 机床主轴滑枕结构

以 DS-6E 精密数控车床为例，其中机床主轴的滑枕结构具有一定的周期结构，如图 1 所示为龙门加工中心滑枕结构图。滑枕机构是为了保证机床主轴或刀具加工延伸时的机械刚性和精度。因为一般主轴或刀具过长时，机械刚性下降，扭矩不集中，容易抖动。为了分析类似周期结构零部件对加工精度的影响，首先要根据描述力 F 和位移 u 之间关系的运动微分方程、描述力位移 u 和应变之间关系的几何方程和描述描述应力和应变之间关系的运动物理方程建立其仿真单元模型。在微小单元理论分析基础上，针对宏观梁的横向振动进行分析，由于细直梁做垂直与 Z 方向振动时，发生的主要变形是弯曲变形，或者称为横向振动或弯曲振动。

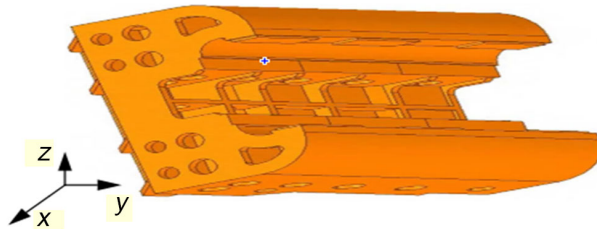


Figure 1. Diagram of periodic structure ram of gantry machining center

图 1. 龙门加工中心周期结构滑枕图

2.2. 声子晶体的基本结构模型

声子晶体周期结构的最小周期尺度成为晶格常数，也称晶格尺寸或周期尺寸。理想的声子晶体模型一般认为在非周期方向上具有无限尺寸，这种说法只在波长远小于非周期方向尺寸时才符合实际[5]。

如图 2 给出了的二组元周期结构图，即两种材料分别充当振子和弹性体，当弹性波在梁上传播时，两者之间形成耦合作用，出现局域共振带隙，从而达到减振的目的[6] [7] [8] [9]。基本参数和前三阶固有频率如表 1 所示。

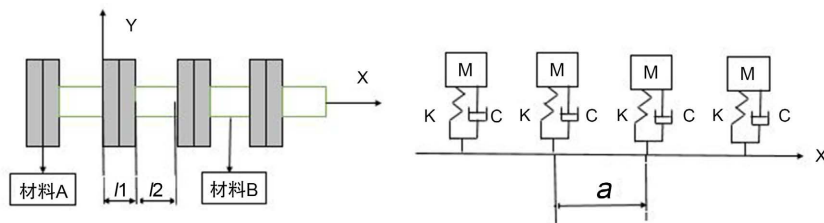


Figure 2. Structural beam with two-component periodically distributed vibration absorbing element

图 2. 二组元周期分布吸振单元的结构梁

Table 1. Basic parameters and theoretical natural frequency of cantilever beam

表 1. 悬臂梁基本参数和理论固有频率

弹性模 E (Gpa)	一阶频(Hz)	二阶频(Hz)	三阶频(Hz)
72	25	156.7	438.75
密度 ρ (Kg/m ³)	长度(mm)	截面宽(mm)	截面高(mm)
7850	200	6	2

3. 简单梁和周期结构梁模型的建立

3.1. 简单梁模型频响分析

通过理论分析可以在 ANSYS 有限元仿真软件中建立简单梁结构模型，通过增加约束和施加动载荷等操作进行仿真分析，得到一阶节点位移云图如图 3 所示。

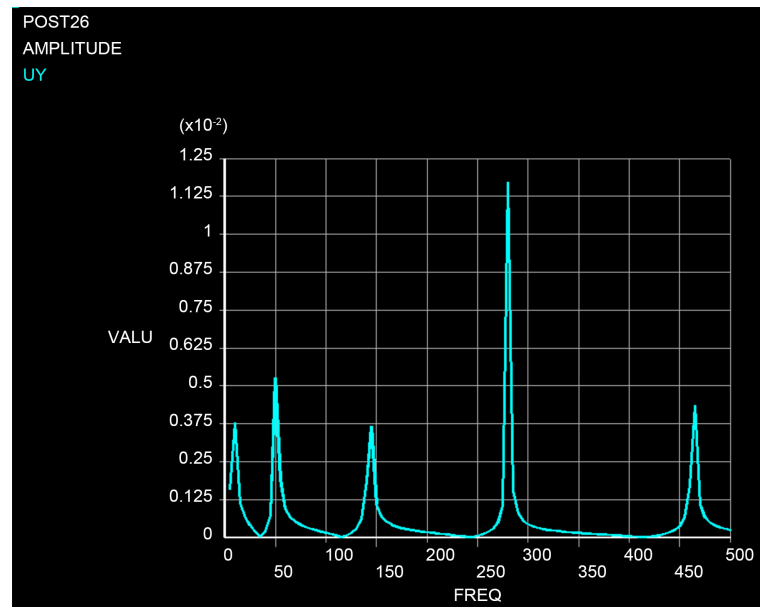


Figure 3. Simple beam frequency response curve

图 3. 简单梁频响曲线

如表 2 所示，得到理论和仿真的前三阶频率，误差在允许范围之内。通过对普通悬臂梁的分析，产生了若干振动频率及波峰第一个和第二个峰值分别为 $8e-3$ 和 $5.2e-3$ 左右，带宽很小，而我们想要获得低频宽带的局域共振带隙，就需要进一步研究如何通过改变梁的结构和材料参数来获得。

Table 2. Basic parameters and theoretical natural frequency of cantilever beam

表 2. 悬臂梁基本参数和理论固有频率

固有频率阶数	1	2	3	固有频率阶数
理论结果(Hz)	25	156.7	438.75	理论结果(Hz)
有限元仿真结果(Hz)	24.227	152.67	423.97	有限元仿真结果(Hz)
相对误差(%)	3.09%	2.13%	3.37%	相对误差(%)

3.2. 周期分布振子梁模型仿真

下面进一步分析，如图 4 算例是以矩形截面悬臂梁为对比对象，从而分析以下算例结构的振动特性。基本参数：其他参数和简单梁的参数设置相同，现在只需要定义弹簧单元的参数。弹簧弹性系数 200 N/m ，质量块质量 $M_1 = M_4 = M_3 = M_4 = 0.5 \text{ Kg}$ 。

如图 4 所示，通过对在梁上添加了四个弹簧质量单元，同样让其显示前两个峰值，仿真结果如图 5 所示，第一个和第二个峰值分别为 $1.6e-2$ 和 $1.1e-2$ 左右。结果显示带宽变化很小，基本重合，而只有峰值有所改变，大概变化倍数在两倍左右，基本认为变化不大。而对 UY 进行对数 \log_{10} 处理后，由上图

可以看出简单梁的振动一共有 5 个波峰，而添加周期弹簧振子单元的梁只出现了一个波峰，而且在此波峰前后的振动幅度均有所降低。可见弹簧振子单元可以减少振动的波峰数量，也降低了梁的振动，对于振动起到了良好的减振作用。分析可知，只有当频率相等时，才有局域共振的产生。下一节进行匹配频率，得到共振频率后再对结构进行分析。

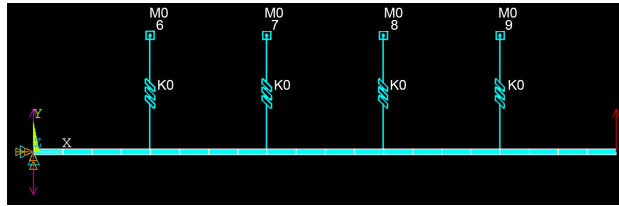


Figure 4. Modeling of spring mass unit system with periodic distribution

图 4. 周期分布的弹簧质量单元系统建模

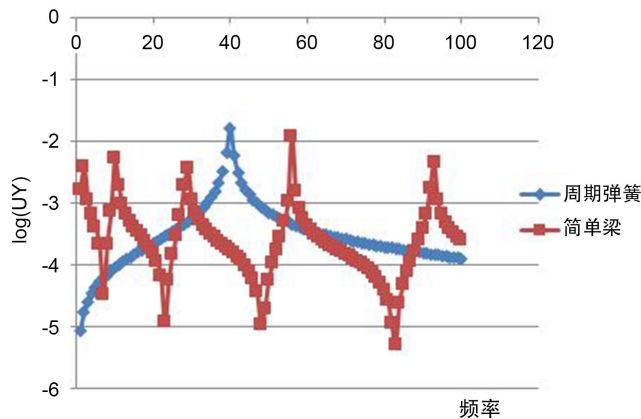


Figure 5. Modeling of spring mass element system with periodic distribution

图 5. 简单梁和周期弹簧振子结构对比

3.3. 有局域共振时模型仿真

阻尼系数对共振频率和振幅的影响是降低振幅但不改变频率。所以，需要计算出产生局部共振的方案，使得振子和梁产生共振，即 $\omega_1 = \omega_2$ 由公式计算可得：频率为第二个峰值 $f = 240$ 时可得刚度 $K = 2,273,956 \text{ N/m}$ ， $f = 2.25 \text{ Hz}$ ，阻尼 $C = 2.83$ 。

如图 6 可以看到第一个峰值出现在 $2e-3$ 的位置，相比之前的 $1.1e-2$ 降低了很多，而第一个峰值 $1.7e-2$ 与之前的 $1.6e-2$ ，无明显变化，所以可得结论：通过改变弹簧振子的刚度可以降低振动的幅度。由上图可以看出，通过匹配第一个波峰得到的振动特性得到了很大改善，整个波形的振动明显降低，在 40 Hz 左右出现了带隙特性，说明通过匹配第一个波峰得到的振型曲线已经达到了一定的减振作用，而且在匹配的频率附近也出现了局域共振的情况，验证了理论分析，改变刚度和阻尼系数可以使频率相等，从而产生共振的现象，下面继续改变梁的周期结构来进一步分析其减振特性。

3.4. 不同截面和阻尼模型仿真

在实际工程应用中，往往都是用周期结构来替代的方法从而达到减振降噪的目的，所以我们利用理论分析软件分析的方法来进一步研究振动带隙。定义材料参数如表 3 所示。

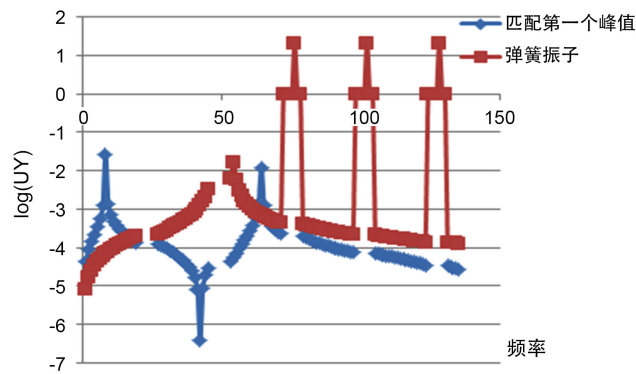


Figure 6. Comparison of simple beam and periodic spring vibrator structure

图 6. 简单梁和周期弹簧振子结构对比

Table 3. Define material parameters

表 3. 定义材料参数

材料名称	密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	弹性模量 E/GPa	长度 mm	截面 mm	阻尼
铝	2799	72	70	10×10	3, 5, 15, 20
有机玻璃	1142	2	50	10×5	

Euler-Bernoulli 梁理论有两个假设:

1) 变形前垂直梁中心线的平剖面, 变形后仍然为平面(刚性横截面假定);

2) 变形后横截面的平面仍与变形后的轴线相垂直。横截面在变形前和变形后都垂直于中心轴并不受任何应变也就是说其构型仍无缺的。

由图 7、图 8 可知, 发现一组元变截面梁的振动较简单梁有明显降低, 而且峰值数也明显减少; 二组元结构的效果更好, 振动幅值降低了 4 个数量级, 可见改变梁的截面对振动的影响很大, 以后的深入研究这一变量的具体影响。在保持其他参数不变的情况下, 阻尼系数能够控制振动的频响曲线。如果阻尼达到一定程度, 振动的衰减也就特别明显, 甚至可以几乎完全消除振动, 这样, 可以认为振幅为 0, 可以得出结论: 增大阻尼系数能够对振幅产生有效的抑制作用, 另一方面, 阻尼的增大, 没有对低频状态下的振动带隙的宽度有明显的改善, 因此, 不能获得低频而且带隙宽度比较宽的频响曲线。

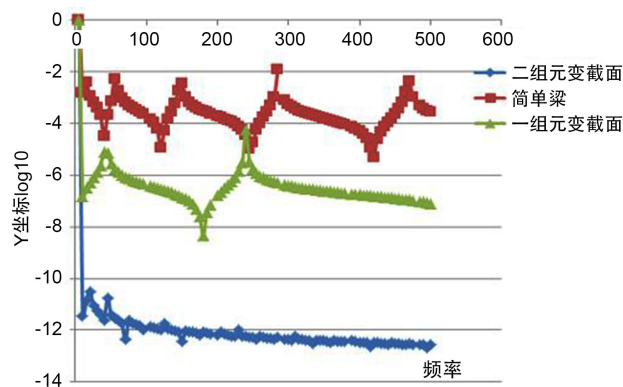


Figure 7. Comparison of \log_{10} results for Y coordinate of one component, two components and simple beam

图 7. 一组元、二组元和简单梁 Y 坐标取 \log_{10} 结果对比

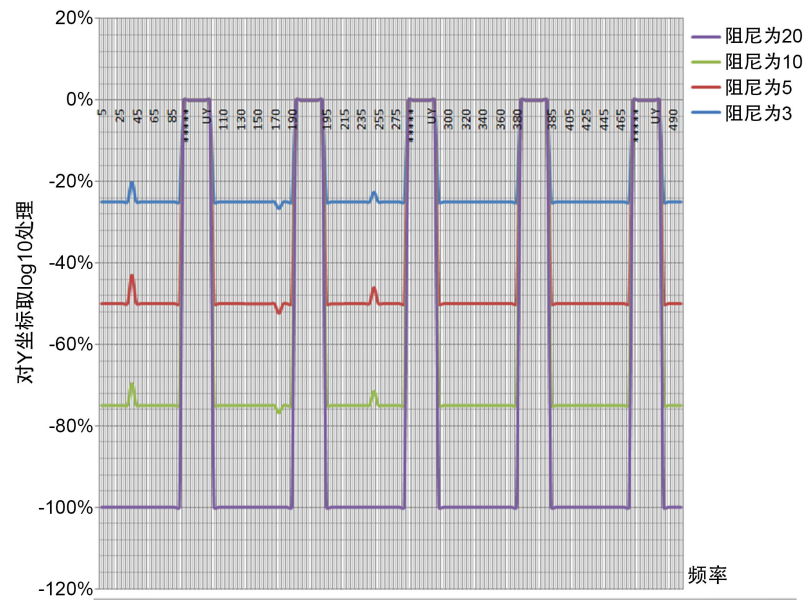


Figure 8. Vibration curve with damping of 3, 5, 10 and 20
图 8. 阻尼为 3、5、10、20 时的振动曲线

4. 误差分析及带隙的影响因素

经过对工程替代结构分析，带隙宽度与衰减区域与实际存在偏差，主要来源有：

- 1) 采用平面波展开法是基于无限周期，而有限元分析的是基于有限周期结构。
- 2) 平面波展开法计算精度主要取决于所取平面波数，有限元计算精度主要取决于网格划分数，而且都是近似求解方法。

3) 单个周期波动方程是基于梁的单个周期满足欧拉—伯努利梁的条件，忽略了剪切变形及截面转动惯量对它的影响，而有限元法并没有类似的简化和假设。考虑剪切变形会使梁的刚度降低，考虑转动惯量会使梁的惯性增大，这两个因素都会使梁的固有频率降低，这也是梁的弯曲振动传输特性曲线上振动衰减的频率范围均低于带隙频率范围的原因之一。

频带的对比和改进

根据前面对几种结构的仿真分析可以得到不同结构的振动情况各不相同，而且某些存在着共振的情况，比如在匹配固有频率 240 Hz 时，通过计算固有频率得到刚度，从而得到了第二个峰值明显降低，从原来的 $1e-2$ 降低到 $2e-3$ 的位置，其他峰值无明显变化，可知此时已经达到共振。从而继续计算第一个波峰的刚度，达到共振时的理论刚度大小，再次通过 ANSYS 仿真分析出整个幅频曲线都有明显降低，数值从原来的 $1e-2$ 降低到 $1e-3$ 的位置，由此可见，通过改变材料的刚度大小，可以使结构出现局域共振的现象，从而使振动幅度有所降低，改变刚度是一种有效的方法。

5. 仿真与实验分析

5.1. 频响测试实验

使 SignalPad2014 测试系统来完成测试实验，实验使用的是力锤激励、加速度计，NI USB-4431 采集模块。实验模型为长度为 273 mm，宽度为 30 mm，厚度为 3 mm 的金属梁，一端加持在固定台上，另一端悬空，如图 9 所示。

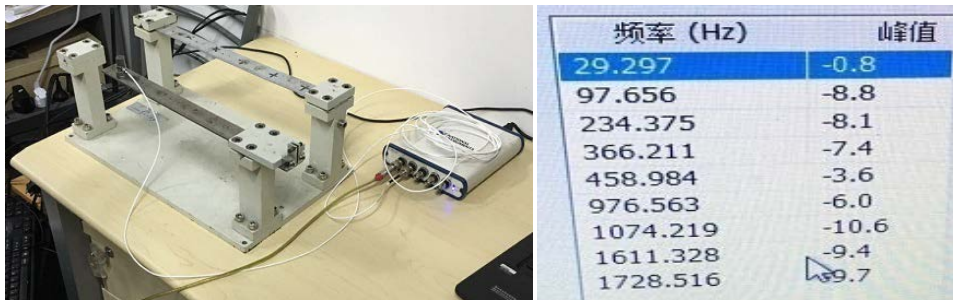


Figure 9. Experimental platform test platform

图 9. 实验平台测试平台和测试频率幅值

用邓克莱公式计算悬臂梁的固有频率：经过测量，梁长 273 mm，宽 3 mm，厚 3 mm，钢弹性模量 $E = 200$ GPa，泊松比 0.3， $I = 6.75e-11$ 为截面惯性矩， $m = \rho v = 0.19358$ Kg 为梁的质量， $l = 0.273$ m 为梁的长度，可得：

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3EI}{ml^3}} = \sqrt{\frac{3 \times 2e11 \times 6.75e-11}{0.19358 \times 0.273^3}} = 101.403 \text{ Hz} \quad (1)$$

5.2. 不同结构的情况分析

根据前面对几种结构的仿真分析可以得到不同结构的振动情况各不相同，而且某些存在着共振的情况，如图 10 所示，在匹配固有频率 240 Hz 时，通过计算固有频率得到刚度，从而得到了第二个峰值明显降低，从原来的 $1e-2$ 降低到 $2e-3$ 的位置，其他峰值无明显变化，可知此时已经达到共振。从而继续计算第一个波峰的刚度，达到共振时的理论刚度大小，再次通过 ANSYS 仿真分析出幅频曲线有明显降低，数值从原来的 $1e-2$ 降低到 $1e-3$ 的位置，由此可见，通过改变材料的刚度大小，可以使结构出现局域共振的现象，从而使振动幅度有所降低，改变刚度是一种有效的方法。

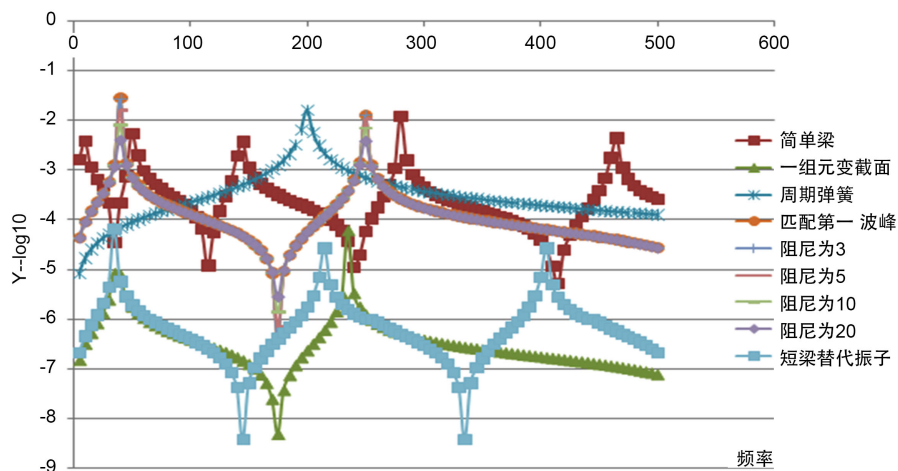


Figure 10. Comparison of amplitude-frequency characteristic curves of different structures

图 10. 不同结构幅频 - 特性曲线对比

图 10 为集中不同的周期结构的幅频 - 特性曲线。前面通过定义材料、截面、阻尼等变量，可以很容易地发现：我们通过改变参数和结构获得了频率更低、衰减更大的带隙，由此可见局域共振带隙机理的优势所在。虽然该结构未能得到局域共振带隙机理提出时的较布拉格带隙低两个数量级的低频带隙，然

而在实际应用中, 一个宽带衰减大的, 带隙频率明显低于布拉格散射机理下带隙频率的局域共振带隙, 具有很高的的实际应用价值。另一方面则证实了将声子晶体局域共振带隙机理与周期结构设计相结合, 以抑制弯曲振动传播的可行性, 展现了其减振应用前景。不难看出, 影响振动带隙的因素有振子刚度、材料固有频率、振子数量、截面等因素, 我们得到最理想的幅频曲线是通过改变刚度而得到的局域共振的情况, 但是在实际工程应用中, 结构的刚度首先要在满足工作要求的情况下才能改动, 而且是一定范围的变化, 所以实际的减震应用中还面临很多问题需要解决。

6. 结论

本文周期结构梁的局域带隙特性为主要研究内容。对不同结构、阻尼、截面、材料等参数的梁结构进行仿真分析。使用 ANSYS 有限元仿真软件建立仿真模型并进行动力学仿真。通过对有限周期结构梁的理论分析及软件分析, 主要结论如下:

- 1) 设计合适的梁的几何尺寸、材料和截面, 设计出具有局域振动带隙的梁结构, 从而达到减振降噪的目的。
- 2) 适当改变结构的刚度和质量, 得到带隙更宽、衰减更大的带隙。
- 3) 梁上周期分布的振子必须能够与梁发生相互耦合才能产生共振带隙, 通过计算和有限元分析, 可以发现, 当频率相同时, 设置各个尺寸、刚度等, 振动具有明显的衰减, 有的结构达到共振现象。
- 4) 在减振降噪方面, 梁类结构是主要对象之一, 采用声子晶体局域共振带隙机理, 设计出周期结构梁, 也在数控机床的周期结构的减振方面有了新思路。

参考文献

- [1] 李有堂. 机械振动理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- [2] 吴九汇. 振动与噪声前沿理论及应用[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2014.
- [3] 张起成. 一维声子晶体中的弹性波行为及可调性研究[D]: [博士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2020.
- [4] 熊远皓, 李凤明, 张传增. 周期结构振动带隙特性优化研究进展[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2022, 43(9): 1229-1240.
- [5] 何超. 基于非光滑系统的局域共振声子晶体结构动态特性研究[D]: [硕士学位论文]. 太原: 太原理工大学, 2021.
- [6] 谢龙汉, 刘新让, 刘文超. ANSYS 结构及动力学分析[M]. 北京: 电子工业出版社, 2012.
- [7] 贺利乐. 机械系统动力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015.
- [8] 刘延柱, 陈文良, 陈立群. 振动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.
- [9] 王运炎, 朱莉. 机械工程材料[M]. 北京: 机械工业出版社, 2009: 15-30.