

# 三维层层正交复合材料冲后压缩有限元仿真

王伟青<sup>1</sup>, 应志平<sup>2</sup>

<sup>1</sup>浙江理工大学信息科学与工程学院, 浙江 杭州

<sup>2</sup>浙江理工大学机械工程学院, 浙江 杭州

收稿日期: 2023年3月20日; 录用日期: 2023年5月12日; 发布日期: 2023年5月22日

## 摘要

为了了解三维层层正交织物复合材料冲后压缩的损伤起始和发展, 本文建立有限元模型并将有限元仿真结果与冲击及压缩实验结果进行对比进而验证所建立模型的有效性。通过对复合材料进行12 J能量低速冲击及冲后压缩实验获取损伤形貌与响应曲线。基于计算效率和损伤细节的考虑, 本文建立了介观尺度下的有限元模型, 并采用二步法分别模拟两个实验过程。模型包含两个部分: 树脂基体和浸渍增强纱线。两部分选用不同的损伤准则模拟其损伤的起始和发展。最后将仿真结果得到的力-时间曲线、载荷-位移、复合材料表明损伤形貌、浸渍增强纱线断裂情况与实验结果进行对比, 验证了有限元的模型的可靠性。

## 关键词

三维层层正交复合材料, 冲后压缩, 有限元仿真

# Finite Element Simulation of Three-Dimensional Layer-to-Layer Orthogonal Composites Compression after Impact

Weiqing Wang<sup>1</sup>, Zhiping Ying<sup>2</sup>

<sup>1</sup>School of Information Science and Engineering, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou Zhejiang

<sup>2</sup>School of Mechanical Engineering, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou Zhejiang

Received: Mar. 20<sup>th</sup>, 2023; accepted: May 12<sup>th</sup>, 2023; published: May 22<sup>nd</sup>, 2023

## Abstract

In order to understand the damage initiation and development of three-dimensional layer-to-layer

fabric composites after impact compression, this paper establishes a finite element model and compares the finite element simulation results with experiments to verify the effectiveness of the model. The damage morphology and response curve of the composite were obtained by 12 J energy low-speed impact and post-impact compression tests. Based on the consideration of computational efficiency and damage details, a mesoscopic finite element model is established and the two-step method is used to simulate the two experimental processes. The model consists of two parts: resin matrix and impregnated reinforced yarn. The two parts use different damage criteria to simulate the initiation and development of damage. Finally, the force-time curve, load-displacement, damage morphology of composite material, and the fracture of impregnated reinforced yarn obtained from the simulation results are compared with the experimental results, which verifies the reliability of the finite element model.

## Keywords

Three-Dimensional Layer-to-Layer Orthogonal Composites, Compression after Impact, Finite Element Simulation

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

随着航天航空、土木工程、新能源等的快速发展, 织物增强复合材料因其轻质化、强度高和抗腐蚀等特点逐渐取代传统材料应用在各种工业领域[1] [2] [3]。但是在复合材料部件的安装、维修和服役过程中经常发生类低速冲击事件通常导致材料内部产生分层或树脂开裂, 如维修工具的跌落、恶劣天气下飞石的撞击、飞机在起飞、降落以及飞行中受到飞鸟的撞击。这些几乎不可见的冲击损伤(BVID)不仅很难通过肉眼察觉到, 而且会导致材料的力学性能大幅度下降[4] [5] [6]。这些部件在遭受低速冲击后继续受到外部的挤压后极易发生安全事故。大约在 20 世纪中期, 研究人员通过在织物层厚度方向引入捆绑纱, 将织物固定为一个整体。这种方式可减少低速冲击过程中层间分层的产生和大幅增加复合材料的损伤抗性。学者通常对三维复合材料试样进行拉伸、压缩、三点压弯等实验研究材料的力学性能[7] [8]。随着力学研究的深入和仿真建模软件的完善, 研究人员通过有限元建模并进行计算分析三维复合材料的损伤行为[9]。Pankow 等[10]使用具有代表性的单元(RUC)对三维编织复合材料(3DWCs)进行动态模拟并有效地观察材料地失效模式, 同时发现了失效模式的存在过渡态。在 Zhang 等的工作中[11], 建立了一种基于三维正交(3DOWCs)复材的弹、塑性模型, 分析了不同应变率条件下复合材料的压缩变形和失效模式。然后, 鲜有学者使用有限元仿真模型研究三维层层正交复合材料(3DLOCs)的冲后压缩。本文将建立介观尺度的 3DLOCs 有限模型进行数值计算并与实验结果对比验证其可靠性。

## 2. 试验过程

### 2.1. 低速冲击试验

根据 2012 年版的 ASTM-D7136 准则对 3DLOCs 复合材料试样进行 12 J 能级低速冲击实验。所使用的试样夹具参考上述准则设计, 夹具包含四个带橡胶头的夹钳, 尺寸为 75\*50\*4 mm 放置复合材料试样的凹槽和尺寸为 70\*45\*5 mm 的镂空区域。落槌实验仪器上配备半径为 7 mm 的半球形冲头、光电、压电

传感器与自动夹持装置。其中光电传感器和自动夹持装置用于避免落槌回弹后再次下落破坏掉原来的冲击形貌。对电压信号采样频率为 10 kHz, 采用高速相机拍摄下冲击过程校准由压电信号转化成的冲击力的大小。实验共重复 3 次, 避免偶然性事件的影响。

## 2.2. 冲后压缩试验

根据 2017 年版的 ASTM-D7137 准则对完成低速冲击实验的三维复材试样进行压缩实验。实验在量程为 0~100 kN 的万能实验机上进行: 将试样放置在根据上述准则设计的夹具上并在一端沿着长度方向施加 1.25 mm/min 的载荷, 直到试样的承载力大幅衰减, 停止施加载荷, 如图 1 所示。万能实验机通过压电传感器获取电压信号, 最后通过采集软件可以输出载荷 - 位移曲线。冲后压缩实验共重复 3 次, 避免偶然性事件的影响。

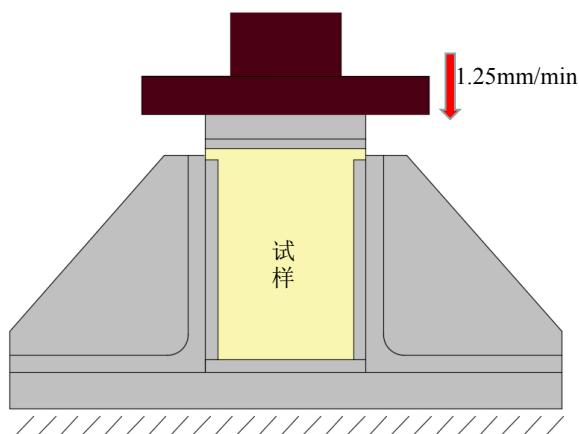


Figure 1. Schematic diagram of compression after impact  
图 1. 冲后压缩示意图

## 3. 数值模型

### 3.1. 有限元建模

本节根据 3DLOCs 试样建立有限元模型(介观尺度), 模拟该试样的低速冲击和冲后压缩响应。如图 2 示, 该模型由冲头、夹具和试样这三部分组成。为了提高计算效率, 将强度和刚度极大的夹具和冲头直接设置为离散刚体。冲击能量根据实际实验情况设置冲头质量和预定义场初速度来模拟。3DLOCs 材料包含纯树脂与三种浸渍增强纱线(衬经纱、纬纱以及捆绑纱)两部分。为了使模型计算效率更高, 将衬经纱与纬纱假定为长方体, 捆绑纱为“梯形波”形状。根据 3DLOCs 试样的三种纱线的实际尺寸, 分别绘制单个截面, 通过 ABAQUS 软件拉伸、阵列、移动组成纱线组。接着对纱线组布尔运算得到纯树脂部分。然后将纯树脂和纱线组进行布尔求和运算组装成所需试样模型。最后将模型划分出 578,880 个六面体网格。三种浸渍增强纱线作为横向各向同性材料需赋予其材料方向, 取向如图 2(c)所示。

### 3.2. 纯树脂材料模型

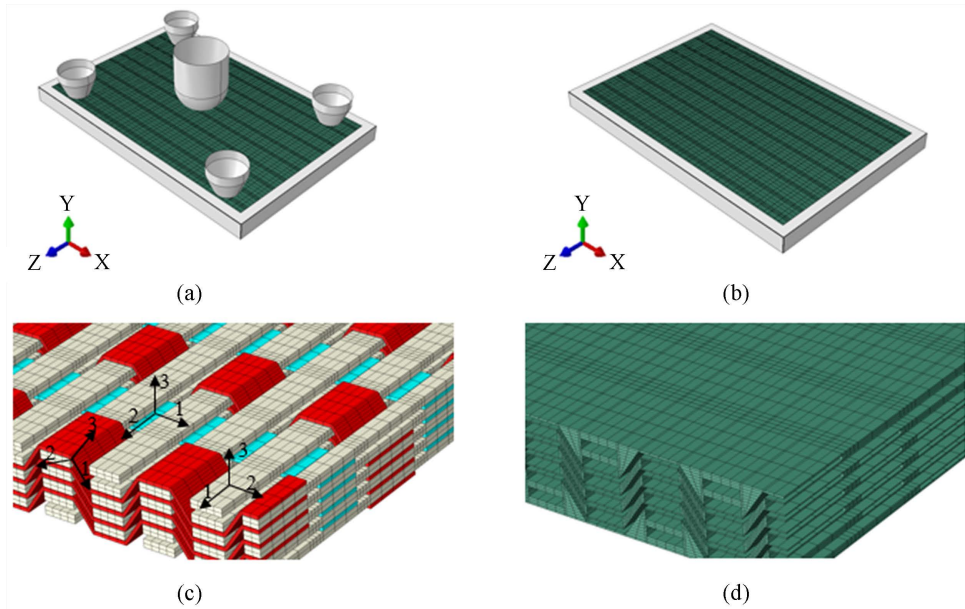
#### 3.2.1. 纯树脂材料属性

根据复合材料使用的环氧树脂性质, 可认为纯树脂是符合 ABAQUS 内置的 J2-各向同性塑性规律的弹塑性材料。环氧树脂的基本力学性能参数使用生产商提供的数据, 列于表 1。通过准静态试验可获得树脂的屈服应力 - 塑性应变数据, 列于表 2。此外, 环氧树脂还具有明显的应变率相关特性。在 ABAQUS

中使用 Cowper-Symonds 过载准则描述纯树脂与应变速率相关行为, 式子表示为:

$$\dot{\epsilon}^{pl} = d(R-1)^n \quad (1)$$

其中  $\dot{\epsilon}^{pl}$  是塑性应变率;  $R = \sigma/\sigma_0$  是屈服应力比,  $\sigma$  与  $\sigma_0$  分别为环氧树脂在动态和静态负载下的屈服应力;  $n = 2.9$  与  $d = 4880$  为材料参数, 可通过在不同应变率压缩试验下, 拟合应力应变曲线获得。



**Figure 2.** (a) Simulation model of low-velocity impact; (b) Simulation model of compression after impact; (c) Impregnated reinforced yarn model; (d) Pure resin model

**图 2.** (a) 低速冲击仿真模型; (b) 冲后压缩仿真模型; (c) 浸渍增强纱线模型; (d) 纯树脂模型

**Table 1.** Mechanical parameters of resin matrix

**表 1.** 树脂基体力学参数

材料参数	数值
密度 $\rho$ ( $\text{g}/\text{m}^3$ )	1.30
弹性模量 $E_m$ (GPa)	3.00
泊松比 $\mu_m$	0.30
剪切模量 $G_m$ (GPa)	0.78

**Table 2.** Plastic parameters of resin matrix

**表 2.** 树脂基体塑性参数

屈服应力(MPa)	塑性应变(%)
25	0
33	0.30
82.64	0.78
118.46	1.30
142.50	2.39
159.52	3.00
181.70	3.79
188.83	4.43
185.70	5.05

### 3.2.2. 损伤准则

采用 ABAQUS 中内置的延性与剪切破坏准则模拟纯树脂损伤演化。延性准则是通过提供损伤开始时的等效塑性应变  $\bar{\varepsilon}_D^{pl}$  来确定的,  $\bar{\varepsilon}_D^{pl}$  是关于应力三轴度和应变率的函数:

$$\bar{\varepsilon}_D^{pl}(\eta, \dot{\varepsilon}_D^{pl}) \tag{2}$$

式中  $\eta = p/q$ ,  $\eta$  是应力三轴度,  $p$  为静压应力,  $q$  为 Mises 等效应力;  $\dot{\varepsilon}_D^{pl}$  为等效塑性应变率。当满足下列条件, 纯树脂发生延性损伤:

$$\omega_D = \int \frac{d\bar{\varepsilon}_D^{pl}}{\bar{\varepsilon}_D^{pl}(\eta, \dot{\varepsilon}_D^{pl})} = 1 \tag{3}$$

其中  $\omega_D$  为随塑性变形递增的状态变量, 在分析期间的每一个增量步进行累积。

而关于剪切破坏准则,  $\bar{\varepsilon}_S^{pl}$  为材料损伤起始时的等效剪切应变函数, 其变量  $\tau_S$  与  $\dot{\varepsilon}^{pl}$  分别为剪切应力与应变率:

剪切损伤准则与延性损伤准则类似, 与等效塑性应变  $\bar{\varepsilon}_S^{pl}$  相关。  $\bar{\varepsilon}_S^{pl}$  是关于应变率  $\dot{\varepsilon}^{pl}$  和剪切比  $\tau_S$  的函数:

$$\bar{\varepsilon}_S^{pl}(\tau_S, \dot{\varepsilon}^{pl}) \tag{4}$$

$$\tau_S = \frac{(1 - k_S \eta) \sigma_{eq}}{\tau_{max}} \tag{5}$$

式中  $k_S = 0.32$  为材料参数;  $\tau_{max}$  为最大剪切应力; 当满足下列条件是, 根据该准则判断剪切损伤发生:

$$\omega_S = \int \frac{d\bar{\varepsilon}_S^{pl}}{\bar{\varepsilon}_S^{pl}(\tau_S, \dot{\varepsilon}^{pl})} = 1 \tag{6}$$

$\eta$  和  $\tau_S$  可根据 Hooputra 给出的简化表达式计算得到:

$$\bar{\varepsilon}_D^{pl}(\eta, \dot{\varepsilon}_D^{pl}) = \frac{(\varepsilon_D^+ \sinh[k_0(\eta^- - \eta)] + \varepsilon_D^- \sinh[k_0(\eta - \eta^+)])}{\sinh[k_0(\eta^- - \eta^+)]} \tag{7}$$

式中  $\varepsilon_D^-$  和  $\varepsilon_D^+$  为材料在轴向压缩和拉伸造成损伤时的等效塑性应变;  $k_0 = 5.826$  为材料参数;  $\eta^- = -1/3$  与  $\eta^+ = 1/3$  分别对应轴向压缩和拉伸时的应力三轴度;

$$\bar{\varepsilon}_S^{pl}(\tau_S, \dot{\varepsilon}^{pl}) = \frac{\varepsilon_S^+ \sinh[f_S(\tau_S - \tau_S^-)] + \varepsilon_S^- \sinh[f_S(\tau_S^+ - \tau_S)]}{\sinh[f_S(\tau_S^+ - \tau_S^-)]} \tag{8}$$

式中  $f_S = 3.27$  为材料参数,  $\tau_S^+$  与  $\tau_S^-$  是在轴向拉伸与压缩引起材料剪切损伤时的等效塑性应变。  $\tau_S^+$  和  $\tau_S^-$  分别对应  $\tau_S$  在  $\eta = \eta^+$  和  $\eta = \eta^-$  的值。

## 3.3. 浸渍增强纱线材料模型

### 3.3.1. 浸渍增强纱线材料属性

浸渍增强纱线由碳纤维纱线和环氧树脂两部分组成, 被认为是一种横向各向同性的材料。其横向力学性能主要由树脂决定, 而纵向力学性能主要由碳纤维纱线决定。描述浸渍增强纱本构的方程如下:

$$\sigma = \begin{bmatrix} C^0 & \\ & G^0 \end{bmatrix} \cdot \varepsilon \tag{9}$$

$$\mathbf{C}^0 = \begin{bmatrix} E_{11}(1-\nu_{23}\nu_{32})\Delta & E_{11}(\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23})\Delta & E_{11}(\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32})\Delta \\ & E_{22}(1-\nu_{13}\nu_{31})\Delta & E_{22}(\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31})\Delta \\ & & E_{33}(1-\nu_{12}\nu_{21})\Delta \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{G}^0 = \begin{bmatrix} G_{11}\Delta & & \\ & G_{22}\Delta & \\ & & G_{33}\Delta \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\Delta = 1/(1-\nu_{12}\nu_{21}-\nu_{23}\nu_{32}-\nu_{13}\nu_{31}-2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}) \quad (12)$$

式中  $\sigma$  为应力;  $\varepsilon$  为应变; 而  $\mathbf{C}^0$  为弹性矩阵;  $\mathbf{G}^0$  为剪切刚度矩阵;  $E$  为弹性模量;  $\nu$  为泊松比; 1 为沿着纱线方向, 2、3 为垂直纱线的方向。

为了获取上述参数数据, 本文通过建立碳纤维含量为 73% 的代表性单元(RUC)有限元模型进行数值计算。碳纤维被认为是一种脆性材料, 力学性能与应变率相关性较差。由于 RUC 中的碳纤维远高于树脂, 在本文中假定浸渍增强纱线应变率不相关。由于浸渍增强纱线由树脂和碳纤维纱线组成, 需对这种材料分别赋予属性, 列于表 1 和表 3。最后设置 RUC 周期性边界条件后对其施加三种法向加载和剪切加载, 共六个方向的载荷计算得到相关数据, 列于表 4。

**Table 3.** Mechanical parameters of carbon fiber

**表 3.** 碳纤维力学参数

材料参数	数值
密度 $\rho_f$ (kg/m <sup>3</sup> )	1800
拉伸模量 $E_f$ (GPa)	230
纵向拉伸强度 $G_f$ (GPa)	4.9
拉伸率 (%)	2.1

**Table 4.** Mechanical parameters of reinforced impregnated yarns

**表 4.** 增强浸渍纱线力学参数

材料参数	数值
密度 $\rho_y$ (kg/m <sup>3</sup> )	1656
弹性模量 $E_{11}$ (GPa)	129
弹性模量 $E_{22}/E_{33}$ (GPa)	9.04
泊松比 $\mu_{12}/\mu_{13}$	0.307
泊松比 $\mu_{23}$	0.35
剪切模量 $G_{12}/G_{13}$ (GPa)	4.5
剪切模量 $G_{23}$ (GPa)	3.4

### 3.3.2. 损伤准则

复合材料在外部载荷的作用下, 应力总是发生显著变化致使应变表现出连续性变化。因此, 本文使用可以区分损伤模式的三维 Hashin 准则来判断浸渍增强纱线损伤的产生。该准则可以描述四种不同损伤形式的发生: 纵向纱线和横向基体的拉伸和压缩损伤:

材料在压缩或拉伸中产生损伤后, 可使用一下判据区分损伤形式:  
当浸渍纱线受到纵向拉伸应力( $\sigma_{11} > 0$ )产生损伤  $F_f^t(\sigma)$  时:

$$F_f^t(\sigma) = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_{1t}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{13}}{S_{13}}\right)^2 \geq 1 \quad (13)$$

当浸渍纱线受到纵向压缩应力( $\sigma_{11} < 0$ )产生损伤  $F_f^c(\sigma)$  时:

$$F_f^c(\sigma) = \frac{|\sigma_{11}|}{X_1^c} \geq 1 \quad (14)$$

当树脂损伤受到横向拉伸应力( $\sigma_{22} + \sigma_{33} > 0$ )产生损伤  $F_m^t(\sigma)$  时:

$$F_m^t(\sigma) = \left(\frac{\sigma_{22}}{X_2^t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 \geq 1 \quad (15)$$

当树脂损伤受到横向压缩应力( $\sigma_{22} + \sigma_{33} < 0$ )产生损伤  $F_m^c(\sigma)$  时:

$$F_m^c(\sigma) = \frac{S_{12}^2(\sigma_{22}^2 + \sigma_{22}E_{22} + \sigma_{12}^2)}{G_{12}^2} - \left(\frac{\sigma_{22}}{X_{2c}}\right)^2 \quad (16)$$

式中  $X$  为损伤强度;  $S$  为剪切强度; 数据可通过 RUC 模型和 Chamis 细观力学公式计算, 列于表 5。

**Table 5.** Mechanical parameters of strength of reinforced impregnated yarns  
**表 5.** 增强浸渍纱线强度力学参数

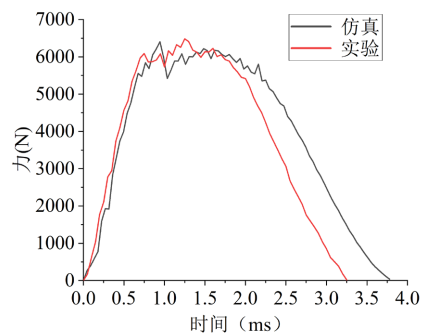
材料参数	数值
拉伸强度 $X_{2t}/X_{3t}$ (MPa)	75
拉伸强度 $X_{1t}$ (MPa)	4572
压缩强度 $X_{2c}/X_{3c}$ (MPa)	256
压缩强度 $X_{1c}$ (MPa)	2478
剪切强度 $S_{12}/S_{13}$ (MPa)	113
剪切强度 $S_{23}$ (MPa)	98

## 4. 仿真结果有效性分析

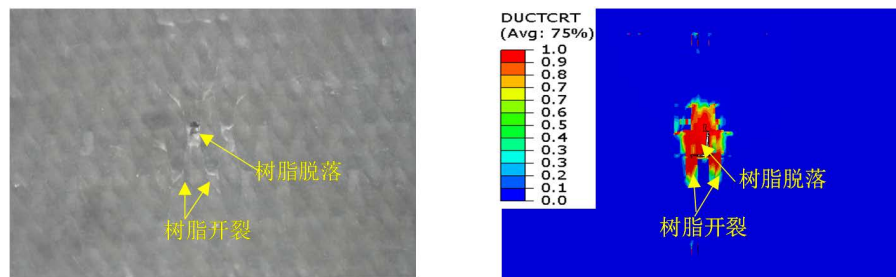
### 4.1. 仿真结果与低速冲击实验数据对比

对比 12 J 能级下的低速冲击仿真与实验得到的力 - 时间曲线(图 3), 可以看出两条曲线尽管无法完全重合但呈现相同的趋势且峰值力几乎相同。通过斜率的变化, 可将曲线大致可分为三个阶段: 第一阶段, 冲击力随时间呈直线上升; 第二阶段, 曲线的斜率大幅下降并且冲击力继续缓慢上升至峰值后开始一段时间的震荡; 最后一个阶段, 曲线快速下降。但低速冲击仿真结果的接触时间在第三阶段与实验数据存在小幅误差和仿真整体的冲击力略高于实验结果。误差的产生主要由两个原因造成: 简化的增强浸渍纱线和试样在制备过程中存在的缺陷, 如部分区域浸润不充分和较大气泡。

对比实验和仿真结果的面损伤形貌图(图 4), 可以看出在经受 12 J 冲击后, 3DLOS 试样冲击背面存在较大范围树脂开裂和脱落区域, 而仿真可以有效模拟这块区域的损伤。



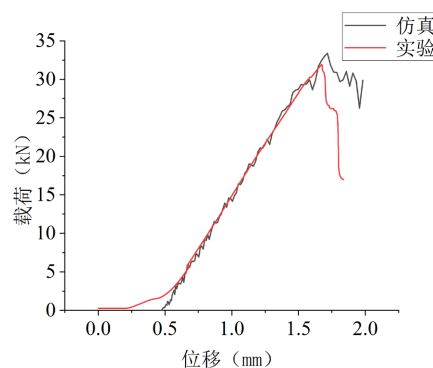
**Figure 3.** Comparison of low-speed impact simulation curve and experimental curve  
**图 3.** 低速冲击仿真曲线和实验曲线对比



**Figure 4.** Simulation damage morphology and experimental comparison of low velocity impact  
**图 4.** 低速冲击仿真损伤形貌和实验对比

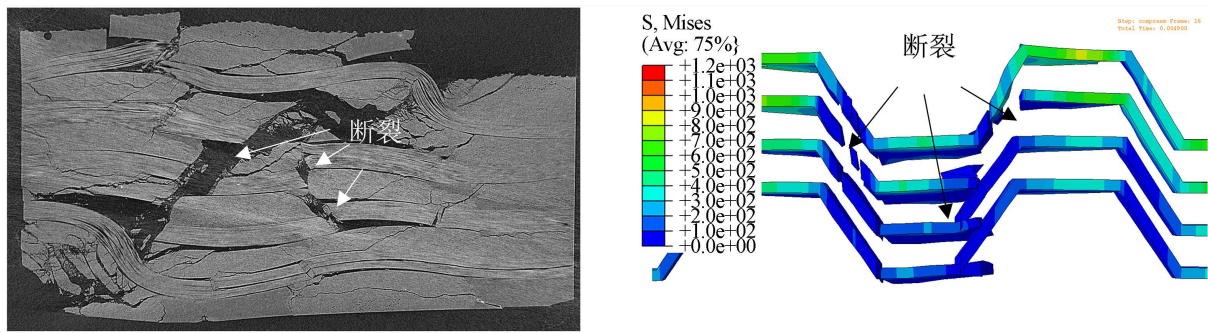
#### 4.2. 仿真结果与冲后实验数据对比

对比冲后压缩仿真与实验得到的载荷 - 位移曲线(图 5), 可以看出两条曲线尽管无法完全重合但呈现相同的趋势且载荷峰值相似。这两条曲线都是呈大致相同的斜率逐渐上升到载荷峰值, 接着载荷突然下降。但两条曲线会在曲线初始段、平滑度两方面存在较大差异。在压缩初期, 实验曲线会存在一段斜率逐渐增大的上升阶段。这是因为实际的三维复材试样不可避免地存在空隙且这些空隙会在压缩初期被缓慢压实。为了提高计算效率且气泡几乎不会影响损伤形式, 直接对模型进行理想化处理。仿真曲线存在轻微地抖动, 这是将实际地纱线化曲为直造成的。从图 6 可以看出, 尽管曲线存在误差, 但仿真可以大致模拟出浸渍增强纱线的损伤位置、形式以及程度。通过低速冲击及冲后压缩的仿真结果与实验结果对比, 可以判断出所建立的仿真模型具有可靠性。



**Figure 5.** Comparison of simulation curve and experimental curve of compression after impact  
**图 5.** 冲后压缩仿真曲线和实验曲线对比





**Figure 6.** Simulation of yarn damage and experimental comparison in compression after impact  
**图 6.** 冲后压缩仿真的纱线损伤和实验对比

## 5. 结论

本工作对 3DLOCc 复合材料进行低速冲击以及冲后压缩实验。在 ABAQUS 中建立介观尺度下的低速冲击和冲后压缩有限元模型并进行仿真模拟。本文旨在通过有限元数值计算去分析 3DLOCs 在冲后压缩的力学响应与损伤机理提供仿真思路和方法。通过建立介观尺度模型和设置纯数值和增强浸渍纱线不同的材料属性和损伤准则,可以有效区分不同的损伤形式。通过仿真结果与实验曲线以及形貌比较,验证了该仿真用于模拟 3DLOCs 低速冲击及冲后压缩仿真是有效的。该模型可以用于分析 3DLOCs 低速冲击和冲后压缩中纯树脂和浸渍增强纱线的损伤起始和发展过程并研究其损伤机理。

## 参考文献

- [1] Biswas, P.K., Omole, O., Peterson, G., *et al.* (2023) Carbon and Cellulose Based Nanofillers Reinforcement to Strengthen Carbon Fiber-Epoxy Composites: Processing, Characterizations, and Applications. *Frontiers in Materials*, **9**, Article ID: 1089996. <https://doi.org/10.3389/fmats.2022.1089996>
- [2] Tan, Y.H., Ma, Y.X. and Li, Y.L. (2023) Shear Thickening Fabric Composites for Impact Protection: A Review. *Textile Research Journal*, **93**, 1419-1444. <https://doi.org/10.1177/00405175221126746>
- [3] 李家丽. 碳纤维复合材料在新能源汽车中的运用[J]. 当代化工研究, 2022(13): 49-51.
- [4] Sun, B., Niu, Z., Zhu, L., *et al.* (2010) Mechanical Behaviors of 2D and 3D Basalt Fiber Woven Composites under Various Strain Rates. *Journal of Composite Materials*, **44**, 1779-1795. <https://doi.org/10.1177/0021998309360945>
- [5] Rouf, K., Denton, N.L. and French, R.M. (2017) Effect of Fabric Weaves on the Dynamic Response of Two-Dimensional Woven Fabric Composites. *Journal of Materials Science*, **52**, 10581-10591. <https://doi.org/10.1007/s10853-017-1183-6>
- [6] Dalfi, H., Katnam, K.B. and Potluri, P. (2019) Intra-Laminar Toughening Mechanisms to Enhance Impact Damage Tolerance of 2D Woven Composite Laminates via Yarn-Level Fiber Hybridization and Fiber Architecture. *Polymer Composites*, **40**, 4573-4587. <https://doi.org/10.1002/pc.25325>
- [7] Hart, K.R., Chia, P.X.L., Sheridan, L.E., *et al.* (2017) Mechanisms and Characterization of Impact Damage in 2D and 3D Woven Fiber-Reinforced Composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, **101**, 432-443. <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2017.07.004>
- [8] Ji, W. and Waas, A.M. (2019) Modeling Compressive Response of 3D Woven Textile Composites Accounting for Microscale Geometric Uncertainties. *Advanced Composite Materials*, **28**, 203-223. <https://doi.org/10.1080/09243046.2018.1481630>
- [9] Yu, S., Zhang, D. and Qian, K. (2019) Numerical Analysis of Macro-Scale Mechanical Behaviors of 3D Orthogonal Woven Composites Using a Voxel-Based Finite Element Model. *Applied Composite Materials*, **26**, 65-83. <https://doi.org/10.1007/s10443-018-9707-z>
- [10] Pankow, M., Waas, A.M., Yen, C.F., *et al.* (2012) Modeling the Response, Strength and Degradation of 3D Woven Composites Subjected to High Rate Loading. *Composite Structures*, **94**, 1590-1604. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.12.010>
- [11] Zhang, F., Liu, K., Wan, Y., *et al.* (2014) Experimental and Numerical Analyses of the Mechanical Behaviors of Three-Dimensional Orthogonal Woven Composites under Compressive Loadings with Different Strain Rates. *International Journal of Damage Mechanics*, **23**, 636-660. <https://doi.org/10.1177/1056789513505301>