

基于加权灰靶决策和0-1线性规划的材料订购与转运问题研究

刘星雨¹, 陈宇², 陈晓友^{1*}

¹河南工业大学理学院, 河南 郑州

²河南工业大学信息科学与工程学院, 河南 郑州

收稿日期: 2023年4月6日; 录用日期: 2023年7月3日; 发布日期: 2023年7月11日

摘要

在企业订购和转运原材料时, 选择供应商与转运商以达到成本最低、损耗量最少是企业利益最大化的关键问题。基于给定的数据, 本文运用多目标加权灰靶决策模型和层次分析法对供应商的供货特征, 即满足订购比例、平均供需偏差率、供货数量进行评估。根据生产要求构建0-1线性规划模型给出了最优订购方案和转运方案。根据现有原材料的供应商和转运商的实际情况构建灰色预测模型得出预测的产能并给出最优方案。

关键词

多目标加权灰靶决策模型, 层次分析法, 灰色预测模型, 0-1线性规划, MATLAB

Studies on Material Ordering and Transportation Based on Weighted Grey Target Decision and 0-1 Linear Programming

Xingyu Liu¹, Yu Chen², Xiaoyou Chen^{1*}

¹School of Sciences, Henan University of Technology, Zhengzhou Henan

²School of Information Science and Engineering, Henan University of Technology, Zhengzhou Henan

Received: Apr. 6th, 2023; accepted: Jul. 3rd, 2023; published: Jul. 11th, 2023

*通讯作者。

文章引用: 刘星雨, 陈宇, 陈晓友. 基于加权灰靶决策和 0-1 线性规划的材料订购与转运问题研究[J]. 建模与仿真, 2023, 12(4): 3417-3426. DOI: 10.12677/mos.2023.124313

Abstract

When enterprises order and transfer raw materials, selecting suppliers and forwarders to achieve the lowest cost and minimum loss is the key issue for enterprises to maximize their benefits. Based on the given data, this paper uses the multi-objective weighted grey target decision-making model and the analytic hierarchy process to evaluate the supply characteristics of suppliers, namely, the proportion of satisfied orders, the average deviation rate of supply and demand, and the supply quantity. According to the production requirements, a 0-1 linear programming model is constructed to give the optimal ordering scheme and transportation scheme. According to the actual cases of existing raw material suppliers and forwarders, a grey prediction model is built to obtain the predicted capacity and give the optimal program.

Keywords

Multi-Objective Weighted Grey Target Decision Model, Analytic Hierarchy Process, Grey Prediction Model, 0-1 Linear Programming, MATLAB

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题背景及重述

企业的生产离不开原材料的大量消耗,从经济效益角度看,原材料的采购成本直接影响到企业的生产效益。对原材料供应商和转运商的选择方案,是企业需要商榷的重要问题。如果缺乏足够重视,不仅会导致生产成本投入的增加,而且会拖延企业生产的进度,使得企业后续的整体效益不断下降。同时,如果原材料的供应量小于需求量也会影响企业生产进度。因此,从供货商的供货量,企业的库存量与生产需求,转运成本等方面,结合实际数据进行分析,构建数学模型得出最佳订购方案与转运方案。

某一企业的建筑原材料分为 A, B, C 三类。该企业的生产安排为 48 周/年,需要提前制定 24 周的原料订购和转运计划。每周企业产能是 2.82 万 m^3 ,每立方米产品耗材为 A 类 0.6 m^3 ,或 B 类 0.66 m^3 ,或 C 类 0.72 m^3 。为保障正常生产,企业的原料库存量要尽量不低于两周的生产需求,对供应商的原料全部收购。供应商的实际供货量不一定正好符合订货量。

在转运中,原料会有损耗。转运商的转运能力是每周 6000 m^3 。一般一家供应商每周由一家转运商转运。在成本上,采购单价 A 类比 C 类高 20%,B 类比 C 类高 10%。三类原料的运输、仓储单位费用一样。

为了达到企业利益的最大化,订购方案与转运方案显得尤为重要。因此我们量化分析供应商的供货特征选出最重要的供应商,充分考虑附加条件以及预测未来产能,再由此确定订购方案和转运方案。

2. 基础条件设置及符号说明

基础条件设置一,企业对供应商供给的原料全部收购。

基础条件设置二,一家供应商每周只由一家转运商转运。

基础条件设置三,供货量、损耗率按照算数平均值计算。

基础条件设置四,未来 24 周之前库存量为零。

基础条件设置五，选择最少的供应商数量时，选择损耗率较小的转运商。
基础条件设置六，订购量按 28200 m³ 计算。
符号说明见表 1。

Table 1. Symbol description
表 1. 符号说明

符号	说明	备注
u_0	目标效果临界值	
R	综合效果测度	
η_i	权重	
k	供应商	
C_{ki}	一致目标效果测度	i = 1 满足订购比 i = 2 平均供需偏差 i = 3 供货数量
Y	产量	m ³
W	损耗的原材料的量	m ³
M	原材料	m ³
m	1 m ³ 原材料生产产量	m ³

3. 模型的建立与求解

3.1. 量化分析供应特征

为在保证企业可以正常生产的前提下选出 50 家供应商，通过建立多目标加权灰靶决策模型解决问题。

3.1.1. 多目标加权灰靶决策模型

多目标加权灰靶决策模型源于灰色系统理论，适用于解决多目标的决策问题。针对具有满意域的效益性、成本型和适中型等不同性质的决策目标，构造出效益型目标效果测度、成本型目标效果测度、适中型目标下限效果测度、适中型目标上限效果测度等 4 种新型一致效果测度函数。据此可将具有不同意义、不同量纲、不同性质的决策目标转换为一致效果测度，从而能够方便地求出综合效果测度矩阵[1]。模型求解步骤如下：

1) 根据事件集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 和对策集 $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 确定局势集 $S = \{s_{ij} = (a_i, b_j) | a_i \in A, b_j \in B\}$ ：基于对 402 家供应商研究可知事件集为选取最重要的 50 家供应商，定义事件 $a_n, n = 1, 2, \dots, 50$ 为选取重要性第 n 位的供应商。对策集为 402 家供应商。从 402 家供应商中选取重要性第 n 位构成决策集 S 。选取最重要的前 50 家供应商需运用此模型 50 次，在求重要性第 n 位的供应商时的对策集中的供应商需除去前 $n-1$ 次求出的相应供应商；

2) 确定决策目标：本文以常用决策目标满足订购比例、平均供需偏差率、平均供货数量为本文的决策目标；

3) 确定各目标的决策权：本文采用层次分析法确定各决策目标的决策权；

4) 确定各目标效果样本向量：根据实际情况确定；

5) 设定各目标效果临界值；

- 6) 求解各目标下一致效果测度向量;
- 7) 求解各目标下综合效果测度向量;
- 8) 根据综合效果测度值的比较, 最终实现最优对策的选择。

建模过程见图 1:

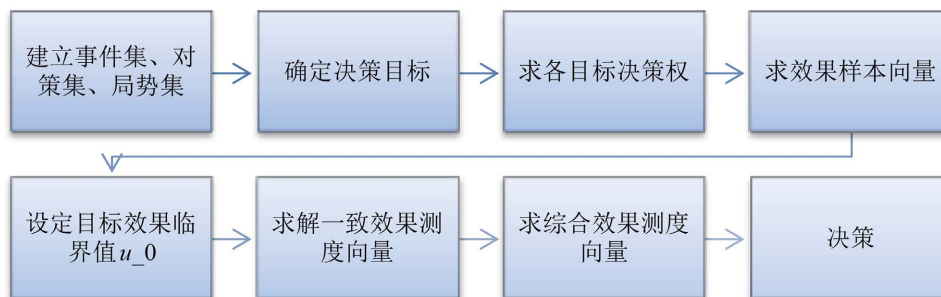


Figure 1. Flow chart of weighted grey target decision model
图 1. 加权灰靶决策模型流程图

其中, 平均供货数量和满足订购比例是效益型目标效果测度, 即目标效果样本值越大越好; 平均供需偏差率是成本型目标效果测度, 即目标效果样本值越小越好。效益型目标效果测度 $C_{ki} = \frac{u - u_0}{\max\{u\} - u_0}$,

成本型目标效果测度 $C_{ki} = \frac{u_0 - u}{u_0 - \min\{u\}}$ [1] [2]。

3.1.2. 模型求解

为确定三个目标的决策权, 本文采用层次分析法。上层为目标层 T , 即选出 50 家最重要的供应商; 下层为准则层 C , 即满足订购比、平均供需偏差率、平均供货数量。见图 2。

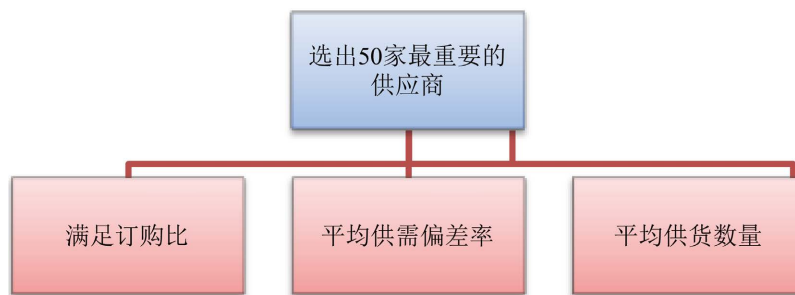


Figure 2. Analytic Hierarchy Chart
图 2. 层次分析图

将准则层因素两两相互比较, 构造出判断矩阵 $T \sim C$

$$T \sim C = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.60 & 1.50 \\ 1.67 & 1.00 & 2.50 \\ 0.66 & 0.40 & 1.00 \end{pmatrix}$$

通过 MATLAB 软件进行求解, 计算出判断矩阵 $T \sim C$ 的最大特征值 $\lambda_{\max} = 2.9973$,

$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = -0.0013$ ，经过查表 2 得知 $n = 3$ 时， $RI = 0.58$ ，则 $CR = \frac{CI}{RI} = -0.0023 < 0.1$ ，所以判断矩阵 $T \sim C$ 通过一致性检验。见表 2。

Table 2. Average random consistency index RI standard value

表 2. 平均随机一致性指标 RI 标准值

矩阵阶数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49

得到的权重结果见表 3。

Table 3. Weight result

表 3. 权重结果

C 层因素	满足订购比例	平均供需偏差率	平均供货数量
权重	0.3001	0.5005	0.1994

根据满足订购比 = $\frac{\text{供应商满足订购周数}}{\text{在供应商处订购周数}}$ ，平均供需偏差率 = $\frac{\sum_{i=1}^{240} \left| \frac{\text{满足订购比}}{\text{企业订货量}} \right|}{\text{向供应商订购的周数}}$ ，
平均供货量 = $\frac{\text{总供货量}}{\text{供货周数}}$ ，分别计算效果样本向量。

设定满足订购比目标效果临界值为 0，则一致效果测度向量依据 $\frac{\text{满足订购比} - 0}{1}$ 计算；平均供需偏差率目标效果临界值为 5.432796，则一致效果测度向量依据 $\frac{5.432796 - \text{平均供需偏差}}{5.432177}$ 计算；供货数量目标效果临界值为 1，则一致效果测度向量依据 $\frac{\text{平均供货量} - 1}{2927.179}$ 计算[3]。

根据表 2 所得的权重结果，加权求和计算每家供应商的综合效果测度[4]

$$R = \sum_{i=1}^3 \eta_i C_{ki}$$

其中， η_i 为权重， C_{ki} 为一致目标效果测度，k 为供应商，i 为满足订购比、平均供需偏差率、供货数量[5]。

降序排序选出前 50 家供应商，见表 4。

Table 4. Top 50 suppliers

表 4. 最重要的 50 家供应商

S229	S268	S308	S218	S342
S361	S201	S365	S379	S346
S108	S395	S307	S067	S005
S282	S284	S031	S367	S388
S151	S194	S362	S126	S178

Continued

S340	S139	S143	S037	S030
S275	S131	S364	S055	S174
S329	S330	S040	S294	S348
S306	S352	S053	S239	S080
S356	S247	S374	S351	S221

3.2. 供应量最少的情况下，未来 24 周最经济订购方案和最少损耗转运方案

3.2.1. 最少供应商数量

求所需最少供应商数量时，首先根据损耗量最低选出转运商，计算出总共所需原材料的总数。针对上文求得的 50 家供应商求得每家的供货量，得出所需最少供应商数量。

通过 Excel，计算出每个转运商的平均运输损耗率 $\bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^{240} r}{w}$ ，其中， r 为 240 周内每周的损耗率， w 为参与运输周数。升序排列选出前 4 个转运商运输原材料。计算出损耗的原材料 W 及可以生产的产品量 $Y_w = \frac{W}{m}$ ，其中 m 为 1 m^3 原料的产量。则产量的总数 $Y_{\text{总}} = Y_w + Y_0 = 28390 \text{ m}^3$ ，其中， Y_0 为每周的企业产能 28200 m^3 。

计算出每家供应商平均每周供货量，并依据此数值计算出每家每周能生产出的产品量 $Y = \frac{M}{m}$ ，其中， M 为平均每周供货量， m 为 1 m^3 原料的产量。然后对 Y 进行求和。计算出第一问中的前 50 家供应商的供货量不能满足 28390 m^3 的生产需求。因此，参考前文中 402 家供货商的综合效果测度排序情况，我们扩大待选供应商的范围，选择了前 200 家供应商，再根据他们所能生产的产品产量降序排序，求和 Y 计算得出使产品产量不小于 28390 m^3 时，供应商数量最少为 35 家。

3.2.2. 未来 24 周最经济订购方案和最少损耗转运方案

假设未来 24 周之前库存量为 0，因此需要在前几周订购充足，以满足后期充足的库存量。当所有的供货商都接受，每周最多能生产 33504 m^3 产品，由于每周需要生产 28200 m^3 的产品，所以，前 6 周需要对 402 家供应商全部订购。为了减少损耗量，选择损耗率最低的四家转运商转运。所以转变为求解第 7 周到第 24 周最经济的订购方案。

在第 7 周到第 24 周里，每周的订购方案和采购方案相同。构建单目标 0-1 规划模型。以采购费用最小作为目标函数，以订购量满足企业生产所需要的材料量为约束条件，

$$\text{目标函数: } \min = \sum_{i=1}^{50} a_i x_i$$

$$\text{约束条件: } \sum_{i=1}^{50} b_i x_i \geq 28200$$

其中， a_i 表示每家供应商所需价格， b_i 表示每家供应商供应原料可以生产的产品量， x_i 表示是否选择该供应商，

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{选择该供应商} \\ 0 & \text{不选该供应商} \end{cases}$$

以损耗最少为目标函数，以订购量满足企业生产需要的原材料的量为约束条件。

购买成本和损耗可以达到最少，对企业在采购方面的资金要求降至最低，对于资源节约和环境保护方面企业也有所贡献，企业的绿色化得到提升。

0-1 规划是一种特殊形式的整数规划，这种规划的决策变量仅取值 0 或 1，称作是 0-1 变量。0-1 变量可以数量化地描述诸如开与关、取与弃、有与无等现象所反映的离散变量间的逻辑关系、顺序关系以及互斥的约束条件。在实际问题中把有各种情况需要分别讨论的数学规划问题统一在一个问题中讨论了，大大提高了规划问题的简便性。因此 0-1 规划非常适合描述和解决如生产计划安排、旅行购物、背包问题、人员安排、代码选取、可靠性等人们所关心的多种问题。

3.3. 附加条件下的最经济订购方案和最少损耗转运方案

3.3.1. 两个单目标 0-1 规划的求解

为了满足应有两周的库存量，前 6 周保持对所有供应商的供应都接受，第 7~24 周每周的订购方案和采购方案相同。

首先单目标为采购费用最小。以采购费用最小作为目标函数，以订购量满足企业生产所需要的材料量为约束条件，

$$\text{目标函数: } \min \sum_{i=1}^{50} a_i x_i$$

$$\text{约束条件: } \sum_{i=1}^{50} b_i x_i \geq 28200$$

其中， a_i 表示每家供应商所需价格， b_i 表示每家供应商供应原料可以生产的产品量， x_i 表示是否选择该供应商，

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{选择第} i \text{家供应商} \\ 0 & \text{不选第} i \text{家供应商} \end{cases}。$$

用 MATLAB 可计算结果。

为了降低仓储成本，考虑附加条件为尽量多采购 A 类，少采购 C 类。计算 A 类供货商的总数量-C 类供货商的总数量的最大值，单目标 0-1 规划，目标函数为损耗最少，以每家供应商只能由一家转运商转运和每家转运商最多只能转运 6000 m³ 的原材料为约束条件。

$$\text{目标函数: } \min \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^8 a a_i b b_j H_{ij}$$

$$\text{约束条件: } \begin{cases} \sum_{j=1}^8 H_{ij} = 1, \\ \sum_{i=1}^{50} S_{ij} H_{ij} \leq 6000 \end{cases}$$

其中 $a a_i$ 表示对每家供应商的采购成本， $b b_j$ 表示每家转运商的平均运输损耗率， S_{ij} 表示每家供应商所提供的原材料的体积(单位: m³)，

$$H_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{第} i \text{家供应商的材料由第} j \text{家转运商转运} \\ 0, & \text{第} i \text{家供应商的材料由第} j \text{家转运商转运} \end{cases}$$

用 MATLAB 求解出具体 H_{ij} 值。

由于供应商选择问题中包含大量的不确定和模糊因素，影响供应商选择的因素指标有 A 类和 C 类的数量、损耗量和采购费用等，为此本文将模糊集合论的思想和方法引入供应商决策中。运用模糊决策理论和方法，建立了关于供应商选择的模糊决策模型，为选择供应商提供了一种量化方法。

利用模糊法求出多目标 0-1 规划，设目标为 Z，对其构造模糊目标函数

$$M_i = \begin{cases} 0, & \sum_{i=1}^{50} a_i x_i < \min Z - d_i \\ 1 - \frac{\min Z - \sum_{i=1}^{50} a_i x_i}{d_i}, & \min Z - d_i \leq \sum_{i=1}^{50} a_i x_i < \min Z \\ 1, & \min Z \leq \sum_{i=1}^{50} a_i x_i \end{cases}$$

其中， d_i 为模糊伸缩指标，则模糊目标 $M = \bigcap_{i=1}^{50} M_i$ ，记可行解域 D 为 $\sum_{i=1}^{50} b_i x_i \geq 28200$ ，则模糊判决

$D_f = D \cap M$ ，求出满足 $D_f^* = \min\{D_f\} = \min\{M_i\}$ 的即为最优解。

多目标线性规划的问题可转化为

目标函数： $\min Z = M$

$$\text{约束条件: } \begin{cases} \sum_{i=1}^{50} a_i x_i - d_i \geq \min Z - d_i \\ \sum_{i=1}^{50} b_i x_i \geq 28200 \end{cases}$$

通过 MATLAB 可以得到采购成本最少和损耗最少的方案。

共需 42 家供货商，见表 5。

Table 5. 42 selected suppliers

表 5. 所选出的 42 家供货商

S388	S053	S174	S239	S221	S178	S342
S030	S379	S218	S294	S080	S346	S055
S367	S364	S031	S284	S374	S247	S037
S143	S352	S194	S307	S348	S126	S306
S268	S356	S131	S329	S275	S282	S340
S151	S108	S395	S361	S229	S201	S351

3.4. 未来产能预测

3.4.1. 灰色预测模型

通常企业要对未来产量做出预测进而给出订购与转运方案。灰色预测的主要特点是模型使用的不是原始数据序列。其核心体系是灰色模型，即对原始数据作累加生成(或其他方法生成)得到近似的指数规律再进行建模的方法。优点是不需要很多的数据，可以解决历史数据少、序列的完整性及可靠性低的问题；能利用微分方程来充分挖掘系统的本质，精度高；能将无规律的原始数据进行生成得到规律性较强的生成序列，运算简便，易于检验，不考虑分布规律，不考虑变化趋势[6]。

吴潇等采用 GM(1,1)模型对 2015~2020 年中国总油料、木本油料及油茶产量进行预测。马创等提出了一种基于灰色模型与马尔可夫模型相融合的模型,用马尔可夫模型对灰色模型的预测值进行修正以对粮食产量进行周期性预测。冯亚枝等通过构建 Lasso 回归和灰色预测组合模型(Lasso-GM)对杭州市临安区 2020~2024 年的山核桃产量进行预测[7]。

综上,灰色预测在对产量的预测中应用广泛,考虑到生产企业产能提升的潜力,本文根据现有原材料的供应商和转运商的实际情况,通过灰色预测模型预测出产量的提高值,重新制定订购与转运方案。具体流程见图 3。

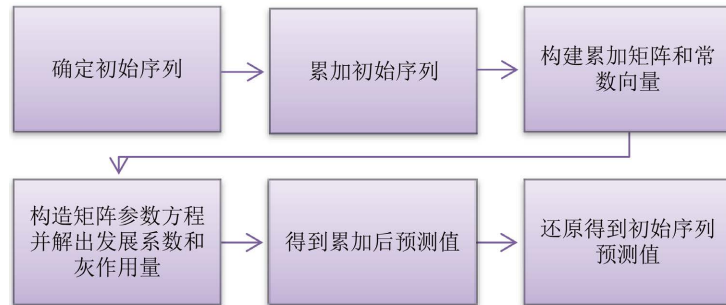


Figure 3. Grey prediction flow chart

图 3. 灰色预测流程图

3.4.2. 模型求解

根据该企业近 5 年 402 家原材料供应商供货量数据,采用灰色预测的方法预测未来 24 周该企业的产量。由于数据太多,做灰色预测难度太大,因此把近五年的供货量数据按照时间排列均分为十等份,计算每一份的供货平均值,以下称初始数据。对其做灰色预测,由于初始数据不通过级比检验,因此对初始数据进行平移变换,每个初始数据加上一个常数 c 。用 MATLAB 算 c 的值为 10872。

把加上 c 后的数据定为初始序列 A ,对 A 进行累加得到序列 B ,对 B 进行紧邻均值累加得到矩阵 C ,并确定常数向量 X 。

构造矩阵参数方程

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (C^T C)^{-1} C^T X \quad [8]$$

其中, a 为发展系数, b 为灰作用量, C^T 为矩阵 C 的转置。通过 MATLAB 求解得出 $a = -0.0010$, $b = 3.9506$ 。

然后,带入公式

$$B(k+1) = \left(A(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a}$$

得到一次累加后的预测值。

根据公式

$$A(k+1) = B(k+1) - b(k)$$

还原初始序列 A 的预测值。

因为企业对供应商的供货总是全部收购,所以根据预测的未来 24 周的供货量,可以看出企业产能得到提高。

最后,利用前文中的模型求解未来 24 周的订购方案和转运方案。

对于模型的灵敏度分析,在改变输入参数后,得到的计算结果仍旧符合预测结果,因此,模型灵敏度较高。

4. 结论

供应商的选择与订购方案、转运方案的选择是企业采购决策的一个重要方面。对大多数企业来说,采购成本占生产总成本的三分之二以上,合理的选择供应商将降低企业成本、增加企业柔性、提高企业竞争力。本文首先量化分析了多家供应商的供货特征,通过层次分析法确定供应商选择评价项的决策权重,建立多目标加权灰靶决策模型,研究评价决策目标在多个不同权重的供应商选择问题,比较综合效果测度值,实现最优供应商的选择。其次根据企业的具体需求运用 0-1 规划模型确立目标函数和约束条件制定最优订购方案和转运方案,使得企业达到采购成本最低、运输损耗最小。最后考虑到企业生产企业产能提升的潜力,本文根据现有实际数据运用灰色预测模型预测出未来数周的产量进而重新制定订购方案和转运方案。

通常企业在选择供应商时,除了成本是一个方面,还要着重关注运输时的损耗情况和供应商供应产品的质量等方面,因此多目标加权灰靶决策模型在供应商的选择中应用广泛,且评价结果具有合理性和实用性。供应商选定后需制定良好的订购和转运方案,企业对供应商提供的原材料全部收购,一家供应商的原材料由一家转运商运输,可运用 0-1 线性规划模型解决此类指派问题,建立目标函数与约束条件得出最佳方案。使用灰色预测模型大致预测企业未来产量制定方案。

致 谢

作者感谢河南工业大学理学院教研项目(lxyjy202215, lxykc202302),河南省教育厅项目(YJS2022JC16, 23A110010)以及河南省外专项目(HNGD2022044)资助。

参考文献

- [1] 刘思峰,袁文峰,盛克勤.一种新型多目标智能加权灰靶决策模型[J].控制与决策,2010,25(8):1159-1163.
- [2] 张文杰,袁红平.基于多目标加权灰靶决策模型的节能服务公司选择研究[J].中国管理科学,2019,27(2):179-186.
- [3] 蔡佳佳,方志耕,张秦,刘思峰.基于改进调节变量主成分权重的广义灰靶决策模型研究[J].系统工程理论与实践,2020,40(11):2991-2999.
- [4] 罗党,王付冰.区域农业抗旱能力风险评估中的混合灰靶决策方法[J].华北水利水电大学学报(自然科学版),2018,39(6):66-71.
- [5] 王佳楣,罗剑朝,张珩.西部地区农户融资偏好的灰靶决策分析——基于陕西省334个样本农户的调查[J].当代经济科学,2014,36(3):54-63+125-126.
- [6] 司守奎,孙兆亮.数学建模算法与应用[M].北京:国防工业出版社,2015.
- [7] 方常远,黄海燕,梁龙.毕节市“十四五”时期主要农产品产量预测——基于GM(1,n)灰色预测模型[J].现代农业,2022(6):15-18. <https://doi.org/10.14070/j.cnki.15-1098.2022.06.017>
- [8] 王利.基于灰色模型的建筑项目物资集中化采购金额预测[J].投资与创业,2021,32(8):105-107.