

# 两种典型粘弹性流体——Giesekus流体与 FENE-P流体的流变特性

沈洋, 王企鲲\*, 刘唐京

上海理工大学能源与动力工程学院, 上海

收稿日期: 2023年7月12日; 录用日期: 2023年9月7日; 发布日期: 2023年9月14日

## 摘要

粘弹性流体中流动特性除了弹性( $Wi$ )和粘性( $Re$ )外还表现出强烈的剪切稀化特性, 其所导致粘度变化对流场中流动会产生明显的影响。区别于广义牛顿流体模型, 粘弹性流体模型中的粘度变化并不会直观地反应在其本构方程中, 本文利用具有极小间隙的两无限大平行平板间剪切驱动流作为物理模型, 定量分析与对比了两类典型粘弹性流体模型——Giesekus流体和FENE-P流体的剪切稀化特性特点与差异。研究表明: 两种流体具有类似的剪切稀化趋势, 当 $Wi$ 低于临界值 $Wi_{cr}$ 时都存在“类牛顿流体区域”, 但相较于Giesekus流体, FENE-P流体的 $Wi_{cr}$ 小一个量级左右。同时提出无量纲表观粘度 $\eta^*$ , 研究发现, 当 $\eta^*$ 在0.3~0.7时剪切稀化效应最为剧烈。另外, 本文还对FENE-P流体中分子最大拉伸长度 $L$ 的取值做出了讨论。

## 关键词

Giesekus流体, FENE-P流体, 剪切稀化, 流变特性, 数值研究

# The Rheological Properties of Two Typical Viscoelastic Fluids—Giesekus Fluid and FENE-P Fluid

Yang Shen, Qikun Wang\*, Tangjing Liu

School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Jul. 12<sup>th</sup>, 2023; accepted: Sep. 7<sup>th</sup>, 2023; published: Sep. 14<sup>th</sup>, 2023

## Abstract

In addition to exhibiting elasticity ( $Wi$ ) and viscosity ( $Re$ ), the flow characteristics of viscoelastic

\*通讯作者。

fluids also show strong shear-thinning behavior, and the resulting viscosity change has a significant impact on the flow in the field. Unlike generalized Newtonian fluid models, the viscosity changes in viscoelastic fluid models are not directly reflected in their constitutive equations. Therefore, the study of viscoelastic fluid rheology is of great significance. In this article, a physical model of shear-driven flow between two infinitely parallel plates with minimal gap is used to study the shear-thinning behavior of two typical viscoelastic fluid models: Giesekus fluid and FENE-P fluid, analyzing and comparing their characteristics and differences. The results show that the two fluids exhibit a similar shear-thinning trend. When  $Wi$  is lower than the critical value  $Wi_{cr}$ , there is a “Newtonian-like fluid region” in both fluids. However, compared with Giesekus fluid, the  $Wi_{cr}$  of FENE-P fluid is about one order of magnitude smaller. Additionally, the authors proposed a dimensionless apparent viscosity  $\eta^*$  and found that the shear-thinning effect is most pronounced when it is between 0.3 and 0.7 for  $\eta^*$ . Furthermore, the maximum stretching length  $L$  of molecules in FENE-P fluid is discussed.

## Keywords

Giesekus Fluid, FENE-P Fluid, Shear Thinning, Rheological Properties, Numerical Simulation

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

向水中添加少量可溶性高分子聚合物可以极大地改变溶液的性质,使其同时具有粘性和弹性,这类流体属于典型的粘弹性流体。粘弹性流体广泛存在于自然界以及人类的各类生产生活中,其在高  $Re$  数下流动湍流减阻、低  $Re$  数下弹性湍流等效效应的发现引发了众多学者的兴趣[1]。因此深入分析粘弹性流体的流变特性对今后粘弹性流体在不同领域的应用具有重大的意义。

一般来说,加入了高分子聚合物的高聚物溶液中,其粘度会随着剪切速率的增加,逐渐减少,表现出剪切稀化的特性。粘度很大程度上决定了流体流动过程中所需要克服的流动摩擦阻力,不同于空气、水等牛顿流体,粘弹性流体中的粘度通常是剪切速率且(或)时间相关的,粘度的变化会对流动产生相当大的影响[1]。如当唾液液滴动力学考虑到剪切稀化效应时,即可对流行传染病(COVID-19 等)的唾液飞沫传播提供理论研究模型, Zhang K [2]等人,通过调整粒子间相互作用来获得剪切减薄特性,为多体耗散粒子动力学模型模拟非牛顿液体系统提供一种替代方法,并在研究液体基本性质的基础上,进一步研究了射流过程中液滴的形成。Sai Peng [3]等人在研究中发现,剪切稀化效应能够通过降低圆柱壁面附近的表观粘度从而引发惯性不稳定性,其与弹性的共同作用还会导致在循环尾流的延长。为了更好地描述由粘度变化而产生的流场问题,一些学者基于一系列如幂律[4]、Bingham [5]、Carreau [6]等广义牛顿流体模型对流体的流变特性进行了研究。而在粘弹性流体数值研究中,常用的本构模型包括 Oldroyd-B、Giesekus 和 FENE-P 模型,大量学者基于这些模型对不同流体的流变特性进行了研究。Liu 等人[7]使用 Oldroyd-B 模型模拟了磁流体的流变特性,分析了松弛时间、时间分数导数阶数和磁体力对速度和剪切应力的影响。Tamano 等[8]使用 Oldroyd-B、Giesekus 和 FENE-P 模型对粘弹性流体在湍流边界层的 DNS 表明,较大的伸长粘度能够带来更强的剪切稀化效应并能在湍流中能提供更有效的减阻效果。在其后续研究中[9]还探究了在相同伸长粘度的情况下,第一法向应力差、第二法向应力差、松弛时间和 Weissenberg 数对剪切稀化效应和减阻效果的影响; Dimitropoulos 等人[10] [11]使用 FENE-P 模型对聚合物诱导的均质

和非均质聚合物溶液进行了研究, 结果表明: 零压力梯度湍流边界层具有减阻效应, 并发现在较大的 Weissenberg 数以及湍流通道流下可以获得较大的剪切稀化和减阻效果。然而, 与广义牛顿模型不同的是, 粘弹性流体模型并不能直观地体现出粘弹性流体的粘度变化情况, 因此, 粘弹性流体中剪切稀化特性的定量研究具有重要意义。

粘弹性流体的流动特性由弹性( $Wi$ )和粘性( $Re$ )共同确定。对于具有剪切稀化流变特性的粘弹性流体, 局部  $Re$  会发生变化, 进而使其流动特征发生变化。弄清粘弹性流体剪切稀化的基本流变规律, 才能对其表现出来的流动特征进行全面、深刻的诠释。本文使用对极小间隙无限大平行平板中的非线性粘弹性流体模型进行分析, 研究剪切速率与表观粘度的变化规律及影响其的因素。借助量纲分析, 总结了模型参数、松弛时间和溶剂粘度比等因素对粘弹性流体流变效应的影响。

## 2. 计算模型和计算方法

### 2.1. 计算模型

大多数高聚物溶液在非稳态剪切流动中, 其应力与应变速率之间的关系显现出非线性, 这是因为溶液中的总应力除了包含由溶剂引起的粘性应力, 还有粘弹性流体引起的附加的弹性应力。常用的粘弹性流体模型包括 Oldroyd-B、Giesekus 和 FENE-P 模型, 大量学者使用这三种模型对粘弹性流体进行研究, 三种粘弹性流体的附加弹性应力本构方程如下[1]:

Oldroyd-B:

$$\tau_{ij}^p + \lambda \overset{\nabla}{\tau}_{ij}^p = \mu_p \dot{\gamma}_{ij} \quad (1)$$

Giesekus:

$$\tau_{ij}^p + \lambda \overset{\nabla}{\tau}_{ij}^p + \alpha \frac{\lambda}{\mu_p} \left( \overset{\nabla}{\tau}_{ij}^p \cdot \overset{\nabla}{\tau}_{ij}^p \right) = \mu_p \dot{\gamma}_{ij} \quad (2)$$

FENE-P:

$$\tau_{ij}^p \left[ 1 + \frac{3L^2 / (L^2 - 3) + \lambda / \mu_p \text{tr}(\tau)}{L^2} \right] + \lambda \overset{\nabla}{\tau}_{ij}^p = \frac{L^2}{L^2 - 3} \mu_p \dot{\gamma}_{ij} \quad (3)$$

其中,  $\mu_p$  为溶质——高分子聚合物对粘度的贡献;  $\lambda$  为松弛时间,  $\dot{\gamma}_{ij} = 2S_{ij} = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ ,  $\alpha$  为迁移因子,

$L$  为聚合物分子最大拉伸长度,  $\nabla$  表示 Oldroyd 逆变微商, 上式中:

$$\overset{\nabla}{\tau}_{ij}^p = \frac{\partial \tau_{ij}^p}{\partial t} + u_k \frac{\partial \tau_{ij}^p}{\partial x_k} - \tau_{kj}^p \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \tau_{ik}^p \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \quad (4)$$

本文采用两块无限大平行平板间隙中的零压差剪切流动作为研究模型, 如图 1 所示, 两平板之间的宽度  $H = 1 \text{ mm}$ , 上平板给以恒定速度  $U$  移动, 下平板静止, 通过改变速度  $U$  以获得不同剪切速率下的表观粘度, 以此来对粘弹性流体的流变特性进行定量分析。

鉴于两个平行平板之间的间隙非常小且前后压差为零, 其中的流速分布可视为线性分布, 流场中的切应力为常数分布, 且与上平板的剪切应力相同, 大大简化了流场中表观粘度和切应力的计算方法:

$$\eta = \frac{\tau_{xy}}{\dot{\gamma}} = \frac{\tau_{xy}^s + \tau_{xy}^p}{\dot{\gamma}} \quad (5)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{xy}^s + \tau_{xy}^p \quad (6)$$

$$\tau_{xy}^s = \mu_s \dot{\gamma} = \mu_s \frac{U}{H} \quad (7)$$

其中,  $\eta$  为流体在对应切应力下的表观粘度;  $\tau_{xy}$ 、 $\tau_{xy}^s$ 、 $\tau_{xy}^p$  分别为上平板受到的总剪切应力以及粘弹性流体中粘性切应力和弹性切应力;  $\mu_s$  为溶剂——水的粘度;  $\dot{\gamma}$  为流场中的剪切速率;  $\lambda$  为粘弹性流体的松弛时间。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}^s}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}^p}{\partial x_j} \quad (9)$$

描述流动的连续性方程和动量方程在笛卡尔坐标系下可写成以下形式:

在式(8)(9)中,  $u_i$  为速度分量,  $\rho$  为流体密度,  $p$  为流体静压,  $\tau_{ij}^s$  和  $\tau_{ij}^p$  分别为粘弹性流体中的粘性应力项和弹性应力项:

$$\tau_{ij}^s = \mu_s \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (10)$$

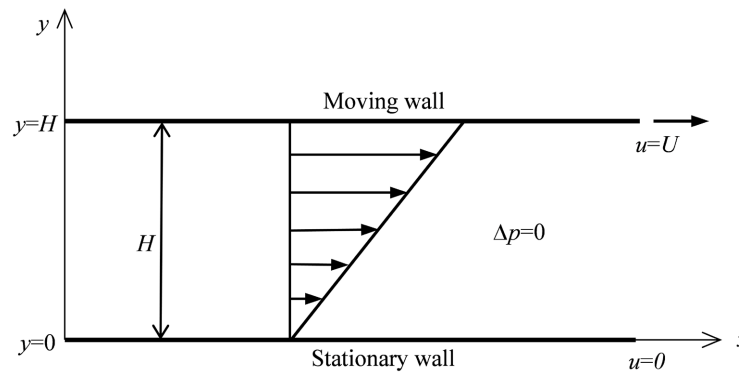


Figure 1. Calculation model  
图 1. 计算模型

## 2.2. 计算方法

对于粘弹性流体的计算, 现有的主流 CFD 商用软件(FLUENT、CFX 等)只能模拟一些简单的非牛顿流体流动, 如 FLUENT 中所提供的 Power Law 模型、针对拟塑性流体的 Carreau 模型、Cross 模型和针对宾汉塑性流体的 Herschel-Bulkley 模型, 但其本质是针对流体的粘性本构方程进行修正, 因此无法应用与粘弹性流体的计算。为了对粘弹性流体进行数值模拟, 本文使用了 FLUENT 自带的用户自定义编程模块 UDF 对粘弹性流体本构方程进行编译[12] [13]。在编译过程中, 由于附加弹性应力项过于复杂, 引入粘弹性流体中的分子变形率张量  $C_{ij}$ , 并借助含有变形率张量  $C_{ij}$  的粘弹性流体本构方程实现粘弹性流体的数值模拟以此简化粘弹性流体的编译, 粘弹性流体中分子变形率张量  $C_{ij}$  与弹性应力之间的关系如下[1]:

$$\tau_{ij}^p = \frac{\mu_p}{\lambda} (f(r) C_{ij} - \delta_{ij}) \quad (11)$$

其中,  $\delta_{ij}$  为狄拉克函数(仅  $I=j$  时, 其值为 1, 否则为 0)。引入变形率张量  $C_{ij}$  后, 可以通过变形率张量  $C_{ij}$  的输运方程加以表征 Oldroyd-B、Giesekus 和 FENE-P 模型, 三种模型的通用本构方程如下[1]:

$$\frac{\partial C_{ij}}{\partial t} + u_k \frac{\partial C_{ij}}{\partial u_k} = C_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + C_{kj} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{1}{\lambda} (\alpha f(r) C_{ik} C_{kj} + (1-\alpha) f(r) \delta_{ik} C_{kj} - \alpha C_{ik} \delta_{kj} - (1-\alpha) \delta_{ij})$$

通过对上式中参数分别进行赋值, 即可得到三种最常用的粘弹性流体本构模型:

当  $\alpha=0$ ,  $f(r)=1$  时, 为 Oldroyd-B 模型;

当  $\alpha \neq 0$ ,  $f(r)=1$  时, 为 Giesekus 模型;

当  $\alpha=0$ ,  $f(r)=L^2/L^2-r^2$  时, 为 FENE-P 模型, 其中  $r=tr(C)$ 。

三个本构模型中, Oldroyd-B 模型描述的是一种较为简单的剪切流动, 并不能体现出粘弹性流体的剪切稀化效应[14]。Giesekus 和 FENE-P 模型中描述聚合物溶液的参数不同(Giesekus 模型中的迁移因子  $\alpha$ , FENE-P 模型中的聚合物分子最大拉伸长度  $L$ ), 但两种本构模型都能够表现出粘弹性流体的剪切稀化特性。因此本文采用 Giesekus 和 FENE-P 这两种粘弹性流体模型。

本文物理模型使用的是由上平板移动作用在流体的粘性力上推动的, 为了使进出口的压差为零, 将进出口设置成周期性边界条件。鉴于两个平行平板之间的间隙非常小, 其中的流速分布可视为线性分布, 流场中的切应力为常数分布, 且等于上平板的剪切应力。引入变形率张量  $C_{ij}$  后, 则上平板的弹性剪切应力  $\tau_{xy}^p$ :

$$\tau_{xy}^p = \frac{\mu_p}{\lambda} f(r) C_{xy} \quad (12)$$

在数值模拟过程中, 采用双精度进行计算, 压力与速度的耦合采用 COUPLED 算法, 压力方程的离散采用二阶迎风格式, 动量方程和变形率张量输运方程的离散均采用三阶精度的 QUICK 格式。为了便于分析, 本文将一些相关的参数定义如下:

溶剂粘度比  $\beta$ :

$$\beta = \mu_s / (\mu_s + \mu_p) \quad (13)$$

表观粘度比  $\eta/\eta_0$ :

$$\eta/\eta_0 = \eta / (\mu_s + \mu_p) \quad (14)$$

式中:  $\eta_0 = \mu_s + \mu_p$ , 称为粘弹性流体的零剪切表观粘度。

### 2.3. 数值结果验证

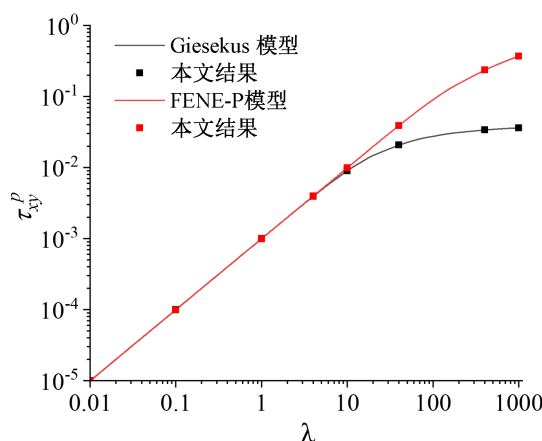


Figure 2. Numerical results check

图 2. 数值结果验证

本文首先使用对两种粘弹性流体模型(Giesekus 和 FENE-P 模型)进行了初步的校核计算,通过变形率张量  $C_{ij}$  得到了上平板不同速度下的弹性剪切应力  $\tau_{xy}^p$  并与两种流体的附加弹性应力本构方程解析解进行对比。此次模拟中,对两种模型分别计算了多组不同的工况,但同一模型不同工况得到的剪切应力均是一致的,结果如图 2 所示。本文计算结果显示,两种模型得到的弹性应力都随着剪切速率的增大而增大,且完全与弹性应力本构方程解析解[15] [16] (式(2)、(3)、(4))相吻合,这说明本文使用的粘弹性流体模型是可靠的。

### 3. 分析与讨论

为了深入了解粘弹性溶液的剪切稀化特性,本文对 Giesekus 流体和 FENE-P 流体的本构模型中,松弛时间  $\lambda$ 、溶剂粘度比  $\beta$ 、及模型参数(迁移因子  $\alpha$ /分子最大拉伸长度  $L$ )三个不同的参数对粘弹性流体流变特性的影响进行了深入的研究。

#### 3.1. 分子最大拉伸长度 $L$ 取值的讨论

不同粘弹性流体模型中的流变参数决定了模型剪切稀化程度随  $Wi$  变化的速率,Giesekus 流体中流动因子  $\alpha$  的取值能改变流体中剪切稀化特性, $\alpha$  越大流体中粘度随  $Wi$  变化越快;FENE-P 模型中的参数  $L$  是一个大于零的参数,它控制分子最大拉伸长度,对流体剪切稀化强度有显著的影响。随着  $L$  的逐渐减小,FENE-P 流体的剪切稀化强度不断增强;当  $L$  足够大(理论上应趋于无穷大)时,FENE-P 流体无剪切稀化特性,退化为 BOGER 流体,因而 FENE-P 模型便退化成 Oldroyd-B 模型。

就物理意义而言,当剪切速率非常低趋于零时,表观粘度  $\eta$  便退化为零剪切粘度  $\eta_0$ 。此时表观粘度比  $\eta/\eta_0$  应趋于 1。然而图 3 中计算结果表明,如果 FENE-P 模型中分子最大拉伸长度  $L$  取值过小(如  $L=5$ ),在极低剪切速率时, $\eta/\eta_0$  趋于一个小于 1 的常数,且这个常数会受溶剂粘度比  $\beta$  的改变而变化,总体呈现“随  $\beta$  的下降,这个常数偏离 1 的程度增加”的趋势。然而,该常数几乎不受松弛时间  $\lambda$  的影响(如图 3(b))。当  $L$  取值较大(如  $L=20$ )时,无论溶剂粘度比  $\beta$  取何值,在极低剪切速率时, $\eta/\eta_0$  总趋于常数 1。

上述结果表明,在一定溶剂粘度比  $\beta$  时, $L$  的取值不能取得过小,它存在一个临界值  $L_{min}$ 。当  $L$  的取值低于这个临界值  $L_{min}$  时,就会出现当  $\dot{\gamma} \rightarrow 0$  时, $\eta/\eta_0 \neq 1$  的非物理解。该临界值  $L_{min}$  不受松弛时间  $\lambda$  的影响,只与溶剂粘度比  $\beta$  有关。本文以低剪切速率下  $\eta/\eta_0 = 1$  为标准计算出不同溶剂粘度比对应的  $L_{min}$ ,为 FENE-P 模型中参数  $L$  的取值提供一个参考。结果如图 4 所示。

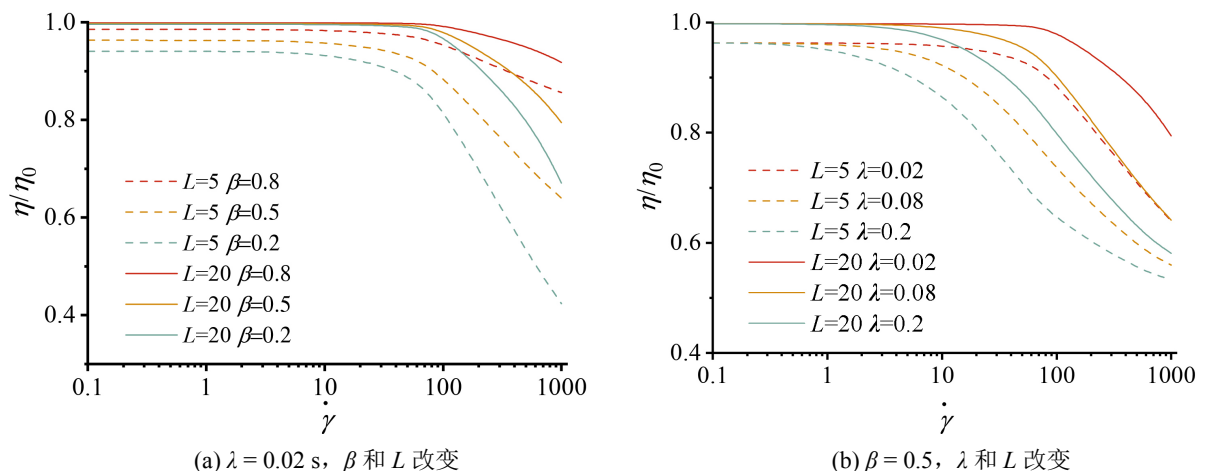


Figure 3. Relationship between shear rate and apparent viscosity  
图 3. 剪切速率和表观粘度的关系

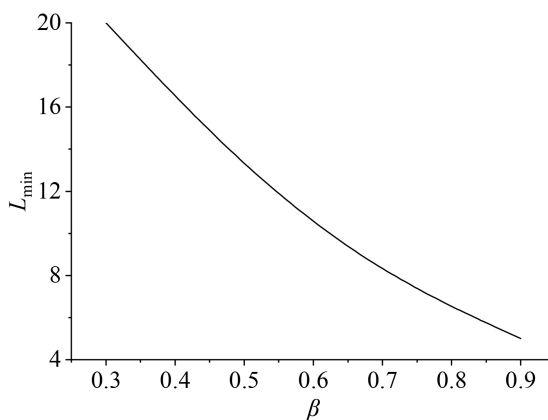


Figure 4. The correspondence between  $\beta$  and  $L_{\min}$

图 4.  $\beta$  和  $L_{\min}$  的对应关系

图 4 表明,  $L_{\min}$  是随  $\beta$  的增加而减小。因为  $\beta$  是溶剂粘度比, 该值越大, 意味着粘弹性溶液中溶质粘度占比越小。因此最大拉伸长度临界值  $L_{\min}$  其实是与粘弹性溶液中溶质的粘度相关, 溶质粘度占比越大( $\beta$  越小),  $L_{\min}$  也就越大; 反之, 溶质粘度占比越小( $\beta$  越大),  $L_{\min}$  也就越小。

### 3.2. 松弛时间 $\lambda$ 对流变特性的影响

粘弹性流体随着流场中剪切速率的增加, 其表观粘度会相对应的减少, 为了更直观的表现出剪切稀化的趋势, 本节使用表观粘度比  $\eta/\eta_0$  来对表观粘度无量纲化, 通过寻找其随着剪切速率变化而变化的规律对粘弹性流体流变特性进行研究。

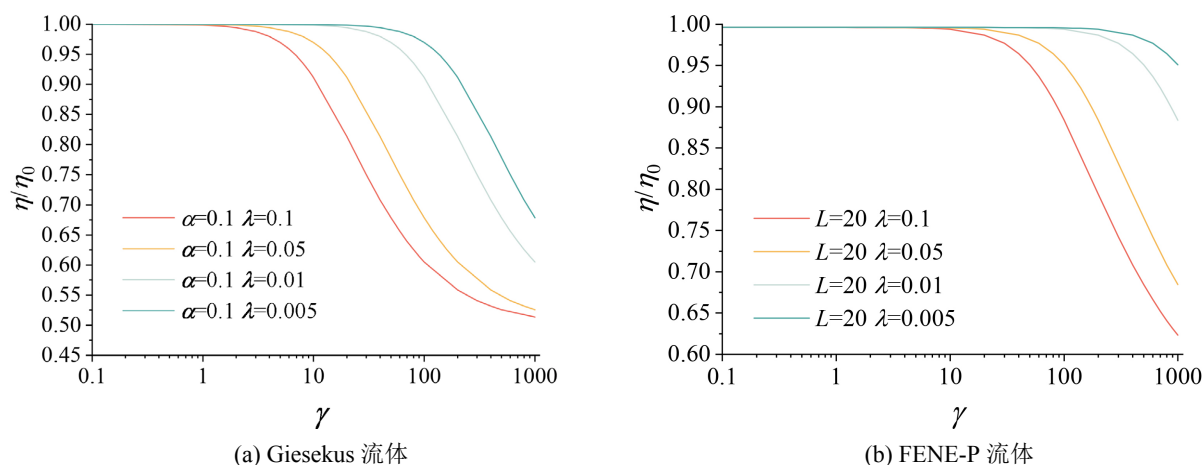


Figure 5.  $\beta = 0.5$ , the effect of relaxation time  $\lambda$  on apparent viscosity ratio

图 5.  $\beta = 0.5$ , 松弛时间  $\lambda$  对表观粘度比的影响

在粘弹性流体中, 表观粘度比  $\eta/\eta_0$  偏离 1 的程度都随剪切速率的增大而减小, 也即剪切稀化的现象越明显。图 5 表明, 在其它参数不变的情况下, 在相同的剪切速率下,  $\lambda$  的不同会导致流体中表观粘度比  $\mu/\mu_0$  的不同,  $\lambda$  越大则对应的流体中表观粘度比越低, 即松弛时间越大的粘弹性流体往往剪切稀化效果越明显。

然而, Giesekus 流体和 FENE-P 流体的剪切稀化流变特性存在差别: 虽然图 5 中 Giesekus 流体和

FENE-P 流体的表观粘度随着剪切速率的增加而下降的速率都呈先增加后减少的趋势,但对比图 5(a),图 5(b)中的可以发现, FENE-P 流体在剪切速率较小时,存在一段类似于牛顿流体的区域, FENE-P 流体的粘度并不随剪切速率改变而改变,只有当剪切速率增加到一定程度时, FENE-P 流体才会发生剪切稀化的特性。相比与 FENE-P 流体, Giesekus 流体在极低的剪切速率作用下便会呈现出明显的剪切稀化现象,类似于牛顿流体的区域对应的剪切速率是极低的。本文将出现剪切稀化效应对应的剪切速率最小值定义为临界剪切速率  $\dot{\gamma}_{cr}$ ,数值上即为  $\dot{\gamma} \sim \eta/\eta_0$  曲线上由水平直线变为下降曲线的转折点所对应的剪切速率值。在本文所研究的工况中, Giesekus 流体具有极小的临界剪切速率,其量级在 1 左右,而 FENE-P 的临界剪切速率要大得多,数量级在 10 左右,两者相差一个量级。临界剪切速率  $\dot{\gamma}_{cr}$  的取值与  $\lambda$  也有关系,图 5(b)中可以发现,  $\lambda$  增加,对应的临界剪切速率  $\dot{\gamma}_{cr}$  随之减少。

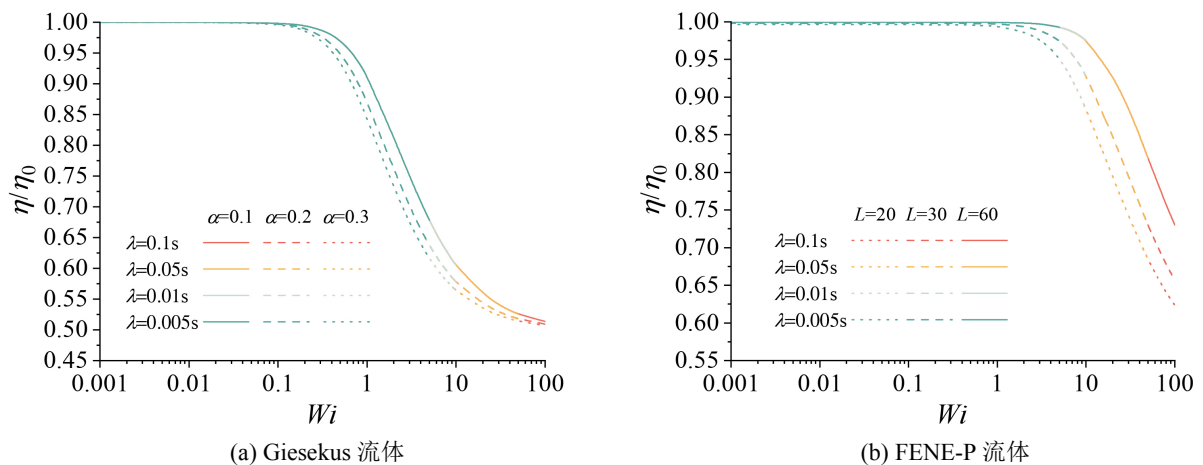


Figure 6.  $\beta = 0.5$ , the change of apparent viscosity ratio  $\eta/\eta_0$  with  $Wi$

图 6.  $\beta = 0.5$ , 表观粘度比  $\eta/\eta_0$  随  $Wi$  改变的变化情况

鉴于松弛时间  $\lambda$  和剪切速率  $\dot{\gamma}$  对粘弹性流体剪切稀化效应的影响不是相互独立的,同时也考虑到它们的乘积便是无量纲  $Wi$  数( $Wi = \lambda\dot{\gamma}$ ),本文将图 5 不同模型参数下  $\dot{\gamma} \sim \eta/\eta_0$  曲线中的横坐标  $\dot{\gamma}$  采用松弛时间  $\lambda$  无量纲化为  $Wi$ ,得到图 6。从图 6 中可以发现三个值得关注的现象:其一,随松弛时间  $\lambda$ 、剪切速率  $\dot{\gamma}$  的增加,粘弹性流体的剪切稀化程度都会增加(如图 5 所示),但这两个因素的影响作用并非孤立的,通过将它们组成无量纲数  $Wi$  能更直观的反映粘弹性流体的流变特性的相似性变化:由于松弛时间  $\lambda$  的不同,粘弹性流体在给定剪切速率  $\dot{\gamma}$  范围内所能达到的  $Wi$  数不同,但在相似性特征参数  $Wi$  数、溶剂粘度比  $\beta$ 、模型参数( $\alpha$ 、 $L$ )相同的情况下,即便松弛时间  $\lambda$  不同,粘弹性流体也能具有相同的剪切稀化效果;其二, Giesekus 流体和 FENE-P 流体流变特性的不同也体现在  $Wi \sim \eta/\eta_0$  图中。图 6 表明,随着  $Wi$  的增加,流体中表观粘度下降速率呈先增加后减少的趋势,当  $Wi$  足够大时,表观粘度几乎不再随  $Wi$  增加而改变。虽然 FENE-P 流体中剪切稀化效果随  $Wi$  变化更为缓和,但从趋势上来说与 Giesekus 流体有共同之处, Tamano [9] 计算的结果显示, FENE-P 流体( $L = 20, \beta = 0.9$ )在  $Wi$  达到 200 后,表观粘度随剪切速率的增大而变化的速率减缓,而对于 Giesekus 流体( $\alpha = 0.3, \beta = 0.9$ ),在同样的松弛时间条件下,  $Wi$  仅须为 40 时,曲线即变得平稳,与本文计算结果相符;其三,在相同的  $Wi$  数下, Giesekus 流体表现出比 FENE-P 流体更强的剪切稀化特性,相比于随  $Wi$  增加而随即发生剪切稀化效果的 Giesekus 流体,两种流体中存在同临界剪切速率  $\dot{\gamma}_{cr}$  类似的临界魏森贝格数  $Wi_{cr}$ ,当  $Wi < Wi_{cr}$  时,粘弹性流体的曲线几乎表现为水平直线,只有当  $Wi > Wi_{cr}$  之后才出现明显下降, Giesekus 流体中的临界魏森贝格数  $Wi_{cr}$  比 FENE-P 流体中小



一个量级左右。

### 3.3. 溶剂粘度比 $\beta$ 对流变特性的影响

高分子聚合物水溶液中,  $\beta$  反映高分子聚合物对溶液粘度的贡献,  $\beta$  越趋于 1, 高分子聚合物对溶液粘度的贡献越小, 溶液的总粘度/零剪切粘度  $\eta_0$  越小。  $\beta$  越小, 高分子聚合物对溶液粘度的贡献越大, 高分子聚合物在溶液中的粘度占比越大, 溶液的总粘度/零剪切粘度  $\eta_0$  越大。 聚合物分子在溶液中随着剪切速率而被拉伸所导致的剪切稀化效应同样受到溶剂粘度比  $\beta$  的影响。 如图 7 所示:

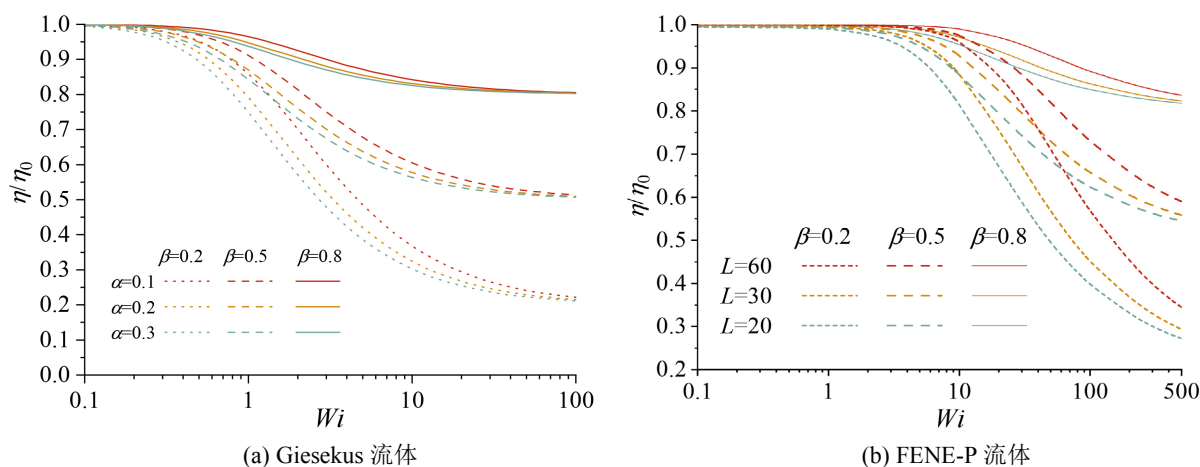


Figure 7.  $\lambda = 0.1$  s, the effect of solvent viscosity ratio on the apparent viscosity ratio

图 7.  $\lambda = 0.1$  s, 溶剂粘度比改变对表观粘度比的影响

不论在 Giesekus 流体还是 FENE-P 流体中, 表观粘度比  $\eta/\eta_0$  偏离 1 的程度都随着  $\beta$  的减小而增大, 也即剪切稀化的现象越明显。相较于 FENE-P 流体, Giesekus 流体受  $\beta$  的影响更为明显, 随着流场  $\dot{\gamma}$  的增加, 对于  $\beta$  相同的 Giesekus 流体, 即使模型参数  $\alpha$  不同, 但表观粘度比最终都逐渐趋于一致; 对于不同  $\beta$  的 Giesekus 流体, 即使模型参数  $\alpha$  相同, 其表观粘度比也还是随着  $\beta$  值的不同而有着显著的区别。根据图 7 中的趋势可以预测: 随着剪切速率  $\dot{\gamma}$  的增加, 聚合物溶液中溶质所贡献的粘度  $\mu_p$  不断减少, 最终导致聚合物溶液的表现粘度  $\eta_0$  不断向溶剂粘度逼近, 粘弹性流体中的表观粘度比  $\eta/\eta_0$  最终会趋近于一致, 其值与溶剂粘度比  $\beta$  相同。就物理意义而言, 由于溶剂粘度不改变,  $\beta$  的取值决定了高聚物溶液在剪切稀化作用下粘度变化的范围 ( $\eta_0 \sim \eta_\infty$ ), 表观粘度比  $\eta/\eta_0$  变化越大, 溶液中剪切稀化的现象越明显。为了更加深入的了解粘弹性流体的剪切稀化机制, 即研究在粘度的变化范围内 ( $\eta_0 \sim \eta_\infty$ ), 剪切稀化的程度/比重, 本文引入了无量纲表观粘度  $\eta^*$ :

$$\eta^* = \frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} \quad (15)$$

其中:  $\eta$  是粘弹性流体的表观粘度,  $\eta_\infty$  是粘弹性流体中无限剪切粘度, 即水的粘度  $\mu_s$ ,  $\eta_0$  是粘弹性流体中的零剪切粘度。建立  $\dot{\gamma} \sim \eta^*$  曲线, 即可探究粘弹性流体粘度变化范围内, 剪切速率对剪切稀化效应的影响机制:

图 8 中显示, 当使用无量纲表观粘度  $\eta^*$  代表观粘度比  $\eta/\eta_0$  后, 不同  $\beta$  下的曲线能实现归一化, 即不论是 Giesekus 流体还是 FENE-P 流体, 在模型参数相同而  $\beta$  下不同的情况下, 无量纲表观粘度  $\eta^*$  随  $Wi$  增加而减少的趋势相同。  $\beta$  的取值能够改变粘弹性流体中剪切稀化效应发生时表观粘度变化的范围

( $\eta_0 - \eta_\infty$ ), 变化范围越大( $\beta$  越小)的流体中剪切稀化效应越容易观察到(表观粘度比  $\eta/\eta_0$  随  $Wi$  变化越大), 变化范围越小( $\beta$  越大)的流体中的剪切稀化效应越不易观察到(表观粘度比  $\eta/\eta_0$  随  $Wi$  变化越小), 但无论  $\beta$  取何值, 相同模型参数下流体的剪切稀化程度  $\eta^*$  随  $Wi$  的变化情况都相同。在图 8 中还可以观察到, 两种流体剪切稀化现象最剧烈的区间发生在  $\eta^* = 0.3 \sim 0.7$  之间, 处于该区间内的粘弹性流体的  $\eta^*$  随  $Wi$  变化的曲线几乎为一条直线。当  $\eta^* > 0.7$  后, 曲线的下降速率才有所降低。

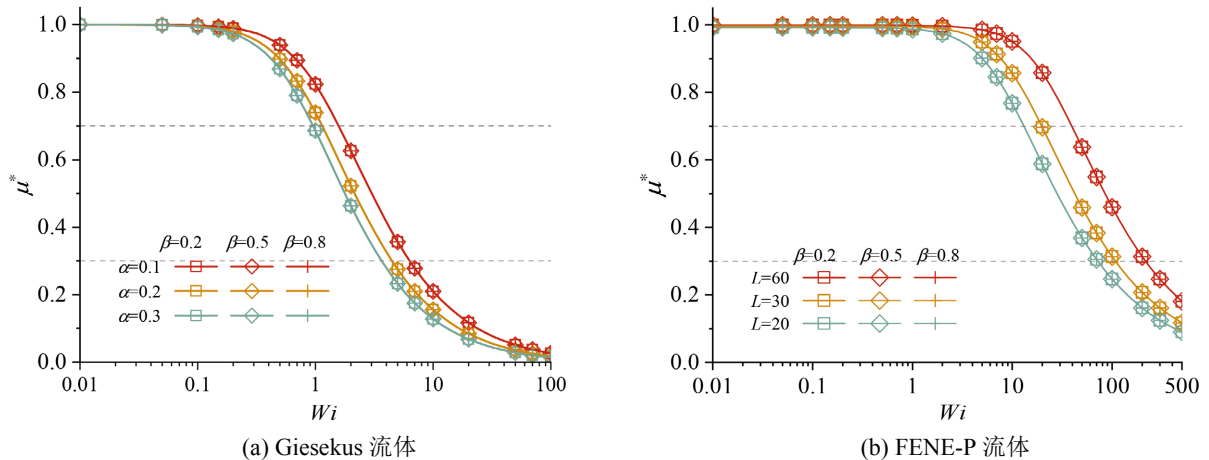


Figure 8.  $\lambda = 0.1$  s, viscoelastic fluid curve of  $\dot{\gamma} \sim \eta^*$

图 8.  $\lambda = 0.1$  s, 粘弹性流体  $\dot{\gamma} \sim \eta^*$  曲线

#### 4. 结论

本文分析了粘弹性流体的流变特性, 在改变流场中剪切速率获取了流体的粘度变化曲线, 针对松弛时间  $\lambda$ 、溶剂粘度比  $\beta$ 、模型参数( $\alpha$ 、 $L$ )对粘弹性流体剪切稀化效应的影响做出了以下结论:

1) 同粘弹性流体模型中的流变参数决定了模型剪切稀化程度随  $Wi$  变化的速率, 但相比与 Giesekus 流体, FENE-P 流体中的  $L$  具有明显的取值限制:  $L$  的取值与溶剂粘度比  $\beta$  有一定的关系, 一定溶剂粘度比  $\beta$  时,  $L$  的取值过小, 会发生流体中零剪切表观粘度比小于 1 的非物理情况。

2) 松弛时间  $\lambda$  对流体剪切稀化效应的影响作用是非独立的, 其与剪切速率  $\dot{\gamma}$  相乘所得的魏森贝格数  $Wi$  能够将两者对剪切稀化的影响统一起来。  $Wi$  越大, 粘弹性流体中剪切稀化的现象越明显。 FENE-P 流体和 Giesekus 流体具有类似的剪切稀化趋势, 但相同的  $Wi$  数下, Giesekus 流体表现出比 FENE-P 流体更强的剪切稀化特性。

3) 当  $Wi$  较小时, 粘弹性流体中具有明显的“类牛顿流体区域”, 该区域中的流体并不会发生剪切稀化现象, 只有当  $Wi$  超过临界魏森贝格数  $Wi_{cr}$  时, 流体才发生剪切稀化现象。在相同工况下, FENE-P 流体的临界魏森贝格数  $Wi_{cr}$  相较于 Giesekus 流体要高出一个量级左右。

4) 溶剂粘度比  $\beta$  通过改变高聚物溶液中溶剂粘度的贡献从而决定流体中的零剪切粘度  $\mu_0$ 。  $\beta$  越小, 流体中粘度的变化范围( $\eta_0 \sim \eta_\infty$ )越大, 剪切稀化效应引起的粘度变化越明显。但是不论  $\beta$  取何值, 在粘度变化范围内剪切稀化的程度/比重( $\eta^*$ )随  $Wi$  改变而变化的趋势都趋于一致。对于两种粘弹性流体, 当  $\eta^*$  处于 0.3~0.7 范围内时, 随  $Wi$  增加的下降速率最为剧烈; 只有当  $\eta^* > 0.7$  后, 下降速率才有所缓解。

#### 参考文献

- [1] 蔡伟华, 等. 黏弹性流体动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2016.

- 
- [2] Zhang, K.X., Wang, G.H., Zhang, S.C., Chen, S. and Zhou, N. (2022) Shear-Thinning Property of Liquid System in Many-Body Dissipative Particle Dynamics Model. *Modern Physics Letters B*, **36**, Article ID: 2250062. <https://doi.org/10.1142/S0217984922500622>
- [3] Peng, S., Li, J.Y., Xiong, Y.L., Xu, X.Y. and Yu, P. (2021) Numerical Simulation of Two-Dimensional Unsteady Giesekus Flow Over a Circular Cylinder. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **294**, Article ID: 104571. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2021.104571>
- [4] Hu, X., Lin, J.Z., Chen, D.M. and Ku, X.K. (2020) Influence of Non-Newtonian Power Law Rheology on Inertial Migration of Particles in Channel Flow. *Biomicrofluidics*, **14**, Article ID: 014105. <https://doi.org/10.1063/1.5134504>
- [5] Roberts, T.G. and Cox, S.J. (2020) An Analytic Velocity Profile for Pressure-Driven Flow of a Bingham Fluid in a Curved Channel. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **280**, Article ID: 104278. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2020.104278>
- [6] Khan, M., Salahuddin, T., Malik, M.Y. and Khan, F. (2020) Change in Internal Energy of Carreau Fluid Flow along with Ohmic Heating: A Von Karman Application. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **547**, Article ID: 123440. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.123440>
- [7] Liu, Y., Zheng, L. and Zhang, X. (2011) Unsteady MHD Couette Flow of a Generalized Oldroyd-B Fluid with Fractional Derivative. *Computers & Mathematics with Applications*, **61**, 443-450. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2010.11.021>
- [8] Tamano, S., Itoh, M., Hoshizaki, K. and Yokota, K. (2007) Direct Numerical Simulation of the Drag-Reducing Turbulent Boundary Layer of Viscoelastic Fluid. *Physics of Fluids*, **19**, Article ID: 075106. <https://doi.org/10.1063/1.2749816>
- [9] Tamano, S., Itoh, M., Hotta, S., Yokota, K. and Morinishi, Y. (2009) Effect of Rheological Properties on Drag Reduction in Turbulent Boundary Layer Flow. *Physics of Fluids*, **21**, Article ID: 055101. <https://doi.org/10.1063/1.3137163>
- [10] Dimitropoulos, C.D., Dubief, Y., Shaqfeh, E.S.G., Moin, P. and Lele, S.K. (2005) Direct Numerical Simulation of Polymer-Induced Drag Reduction in Turbulent Boundary Layer Flow. *Physics of Fluids*, **17**, Article ID: 011705. <https://doi.org/10.1063/1.1829751>
- [11] Dimitropoulos, C.D., Dubief, Y., Shaqfeh, E.S.G. and Moin, P. (2006) Direct Numerical Simulation of Polymer-Induced Drag Reduction in Turbulent Boundary Layer Flow of Inhomogeneous Polymer Solutions. *Journal of Fluid Mechanics*, **566**, 153-162. <https://doi.org/10.1017/S0022112006002321>
- [12] 郑智颖. FLUENT 在粘弹性流体流动数值模拟中的应用[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013.
- [13] 邹赫. Giesekus 粘弹性流体管道流动中颗粒力学特性的数值研究[D]: [硕士学位论文]. 上海: 上海理工大学, 2022.
- [14] 蔡伟华. 粘弹性流体各向同性湍流特性研究[D]: [博士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.
- [15] Giesekus, H. (1966) On the Stability of Flow of Viscoelastic Fluids I: Plane and Circular Couette Flow. *Rheologica Acta*, **5**, 239-252. <https://doi.org/10.1007/BF01982435>
- [16] Bird, R.B., Dotson, P.J. and Johnson, N.L. (1980) Polymer Solution Rheology Based on a Finitely Extensible Bead—Spring Chain Model. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **7**, 213-235. [https://doi.org/10.1016/0377-0257\(80\)85007-5](https://doi.org/10.1016/0377-0257(80)85007-5)