

# 表面电极离子阱中五线阱的 输运研究

胡天杨, 王旭\*

贵州大学大数据与信息工程学院, 贵阳 贵州

收稿日期: 2023年8月21日; 录用日期: 2023年9月13日; 发布日期: 2023年9月20日

## 摘要

量子计算机的扩展需要将多个子系统连接合成为可扩展的物理系统, 离子作为量子比特载体, 在各个子系统间传递量子信息, 所以离子输运是实现在多个离子囚禁区域或多个子系统间的量子比特扩展方案中必要的操控手段, 可见离子输运的重要性极高。因此, 我们整理了一种用于计算离子输运过程中分段直流电极的时变电压的方法, 在方法的设计中, 我们不是从纯理论的角度来研究离子输运, 还考虑了电子学的实际约束, 且让实验方法更加简洁明了。最终的实验结果表明该方法可以让离子按预期的路线输运, 这说明该方法是可行的, 产生的直流电极电压是可靠的。

## 关键词

量子计算机, 离子囚禁, 离子输运, 直流电极

# Study on Shuttling of Five-Wire Trap in Surface Electrode Ion Trap

Tianyang Hu, Xu Wang\*

College of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang Guizhou

Received: Aug. 21<sup>st</sup>, 2023; accepted: Sep. 13<sup>th</sup>, 2023; published: Sep. 20<sup>th</sup>, 2023

## Abstract

The expansion of quantum computers requires the synthesis of multiple subsystems into scalable

\*通讯作者。

文章引用: 胡天杨, 王旭. 表面电极离子阱中五线阱的输运研究[J]. 建模与仿真, 2023, 12(5): 4707-4715.

DOI: 10.12677/mos.2023.125429

physical systems, and ions as qubit carriers transfer quantum information between subsystems. Therefore, ion shuttling is a necessary control means to realize the qubit expansion scheme in multiple ion confinement regions or between multiple subsystems, which shows the importance of ion shuttling. Therefore, we have formulated a method for calculating the time-varying voltage of the segmented DC electrode during ion shuttling. In the design of the method, we do not study ion shuttling from a purely theoretical point of view but also take into account the practical constraints of electronics, and make the experimental method more concise and clear. The experimental results show that the method can shuttle ions in the expected route, which shows that the method is feasible and the generated DC electrode voltage is reliable.

## Keywords

Quantum Computer, Ion Confinement, Ion Shuttling, DC Electrode

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

实现可扩展量子计算机的主要候选系统之一是离子阱系统[1] [2], 离子阱是一种通过在电极上施加交变电场实现带电原子囚禁的装置[3], 广泛应用于质谱分析[4] [5]、精密光谱[6]、量子模拟[7] [8]和量子计算[9] [10]等领域。在量子计算领域, 离子阱也是一种非常重要的物理体系, 量子比特具有长相干时间[11] [12]、高保真度[13]、高保真度量子逻辑门[14]、比特间全连通[15]等多个优点, 也在少量量子比特数的情况下实现了量子纠错实验[16] [17]。当前, 制约离子阱系统发展的关键因素是在保持量子态及量子操作高保真度的前提下, 如何提高系统内量子比特数目[18]的方法, 即系统的可扩展性[19]。一种可能的方法是通过设计预实现基于 QCCD 架构的离子阱芯片[20], 通过表面电极对离子囚禁与不同功能区域进行定义和划分、结合离子在不同功能区间的输运, 最终提高全局高保真度量子[21]比特数量。

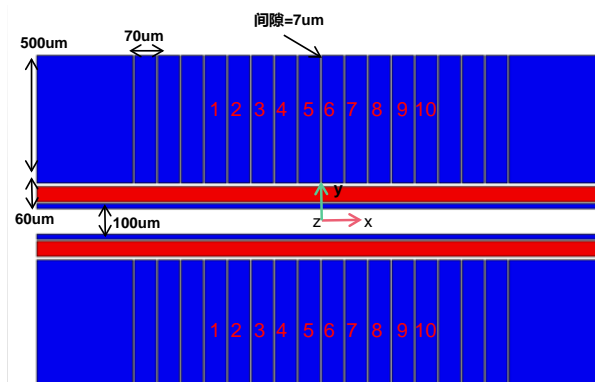
离子的输运是实现在多个囚禁区域的量子比特扩展方案中必要的操控手段。所谓的多个囚禁区域是指不同区域有着不同的功能, 如载入区、操控区、冷却区。载入区载入离子时污染大, 则需要运输到洁净的操控区进行操控, 操控结束输运到冷却区保证离子在运动的基态。那么离子在不同功能区之间的输运起到一定现实的重要意义。

目前, 已有很多实验组成功实现了离子的输运, 但是他们对 DC 电极电压波形的设计过程过于复杂, 不易于理解, 在这里, 整理出了一种相较于前人方法更简单、更易于理解的一种方法, 并在设计过程中考虑了电子学的实际约束, 让该方法不仅仅是只适用于理论上。

本文的其他安排如下: 第 2 节叙述了离子阱结构, 以及相应 RF 电压下的赝势情况以及管道高度。第 3 节详细讲解了如何设计 DC 电极电压波形以及其中的约束条件。第 4 节展示了用第 3 节的方法设计出了 DC 电极电压波形以及相应的结果图。最后对全文进行了总结。

## 2. 表面电极离子阱结构与 RF 电极

本文设计了一种 DC 分段电极的表面电极离子阱, 也称位五线阱, 其结构如图 1 所示:

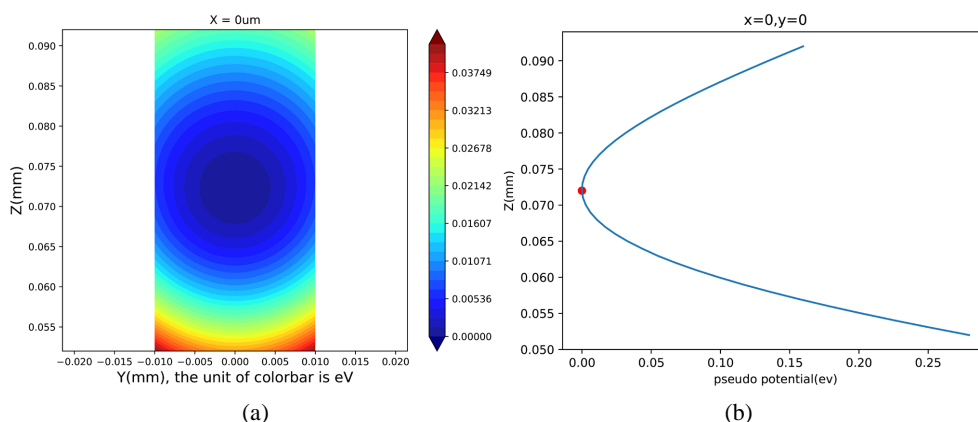


**Figure 1.** Schematic diagram of surface electrode ion trap structure  
**图 1.** 表面电极离子阱结构示意图

其中红色的电极为 RF 电极，蓝色的电极为 DC 电极，在以下叙述的运输过程中，只用到了图 1 中编号好的十对电极，其余 DC 电极接地或设置为 0 V。在电压施加过程中，电极编号相同的电极应施加相同的直流电压，以达到离子在 y 方向的位置不变或保持在 y = 0 处。同理，红色的 RF 电极也应施加相同的 RF 电压。理论上，DC 电极的宽度越窄越易于离子的控制，但是由于工程实践的可行性，将 DC 电极宽度设置为 70 μm，既能在工程中实现，也能较好的控制离子的运输。DC 电极的长度理论上越长越好，但是考虑到离子阱芯片的微型化，将长度设置为 500 μm，既不影响实验的效果，也考虑到了离子阱芯片的构造。在表面电极离子阱中，离子受到电场束缚被囚禁在势阱中。由于射频电场是时变的，只能观察到某一时刻上的电势分布情况。对于这种时变的电场，赝势近似方法[22]是一种行之有效的射频电场分析方法。赝势近似可以将离子的电场和电荷分别用电势和电荷来表示，并在计算中将离子的电荷与表面电场相互作用的“真实”势能替换为一个简化的赝势等效势能。这样可以极大地简化计算，并提高计算效率。赝势的计算公式为

$$\Psi_{PP}(x, y, z) = \frac{e}{4m\Omega_{RF}^2} |\nabla \phi_{RF}(x, y, z)|^2 \quad (1)$$

其中，e 为离子的电荷量，m 为离子的质量，Ω<sub>RF</sub> 为射频驱动频率，赝势近似将电压值为 V<sub>RF</sub> 的直流电压产生的空间静电势 φ<sub>RF</sub>(x, y, z) 转化为射频电压 V<sub>RF</sub> cos(Ω<sub>RF</sub>t) 产生的等效势。当在图一所示的 RF 电极施加 200 V 电压，射频驱动频率为 10 Mhz 时：选取 X = 0 处的 yz 面看赝势情况，如图 2 所示：



**Figure 2.** Radial pseudopotential distribution generated by ion traps at surface electrodes  
**图 2.** 表面电极离子阱产生的径向赝势分布

因为芯片阱是关于坐标原点对称的, 所以在  $x=0, y=0$  这个位置处看势阱最低点处于的高度, 如图 2(b) 即离子最终被囚禁住的高度。由图 2 可知, 在 RF 电极电压为 200 V, 射频驱动频率为 10 MHz 时, 在芯片阱上方 72  $\mu\text{m}$  处,  $y=0 \mu\text{m}$  处会有一条虚拟的势阱最低点的管道, 即后面离子运输时的运输路径。

### 3. DC 电极电压设计方法

本节的主要内容是讲在图 1 所示的表面电极离子阱, 也称五线阱中离子的直线运输设计方法, 本文求解电极电压波形的过程中, 主要分为以下几个步骤:

- 1) 获得各个 DC 电极的“基函数”。
- 2) 确定空间中期望的电势。
- 3) 确定求解过程中的约束条件。
- 4) 反解出 DC 电压波形。

下面就以上四个步骤进行展开讨论。

#### 3.1. 获得各个 DC 电极的基函数

所谓“基函数”, 是指陷阱阵列中每个 DC 电极的单位电压对空间中离子的贡献。获取 DC 电极基函数的具体方法如下: 1) 将所有的 RF 电极接地。2) 设置第  $j$  个 DC 电极电压为 1 V, 其余 DC 电压均为 0 V。3) 用物理仿真软件(cpo)计算第  $j$  个电极在空间中产生的电势  $\varphi_j$ ,  $\varphi_j$  则是第  $j$  个电极的“基函数”。4) 对所有 DC 电极遍历第二、三步, 保存各个电极的“基函数”, 得出的 10 对电极的“基函数”图如图 3 所示:

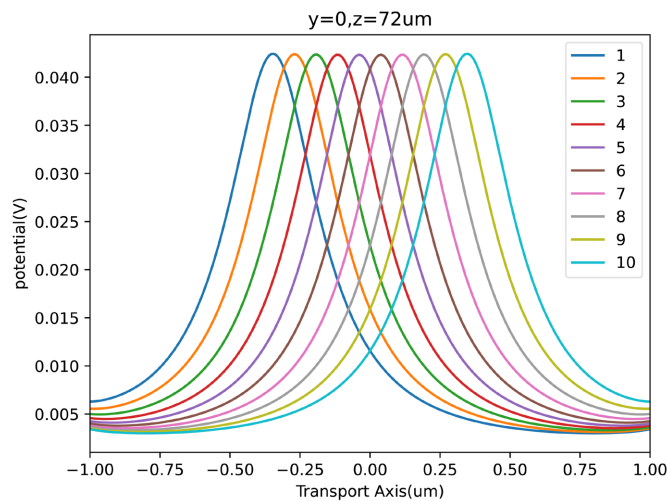


Figure 3. “Basis function” of 10 pairs of electrodes  
图 3. 10 对电极的“基函数”

因为要保证离子最终的运输管道处于  $y=0$  处, 所以编号相同的电极必须加相同的电压。将编号相同的电极看作一对电极, 图 3 为十对电极的“基函数”。有了 DC 电极的“基函数”, 则可以计算出 DC 电极在管道上任意一点产生的总电势, 即:

$$\Phi_{DC} = \sum_{j=1}^n U_j \varphi_j \quad (2)$$

其中  $U_j$  表示 DC 电极加载的实际电压,  $\varphi_j$  表示该电极在该点处的电势贡献,  $\Phi_{DC}$  即为该点处的总电势值。

### 3.2. 确定空间中期望的电势

在五线阱的模拟中, 离子的输运可以假想为谐波电势最小值位置的移动。所以只需要移动谐波电势的最小位置即可, 在理想情况下, 离子总是位于电势最小的位置。期望的电势  $V_{des}$  的具体表达式如下:

$$V_{des}(x,t) = \frac{1}{2} \frac{m\omega_x^2(t)}{q} (x - x_{\min}(t))^2 \quad (3)$$

其中  $m$  和  $q$  分别代表离子的质量和电荷量,  $\omega_x$  代表离子输运轴向的久期频率,  $V_{des}$  表示空间中期望的电势,  $X_{\min}$  为电势最低点的位置。

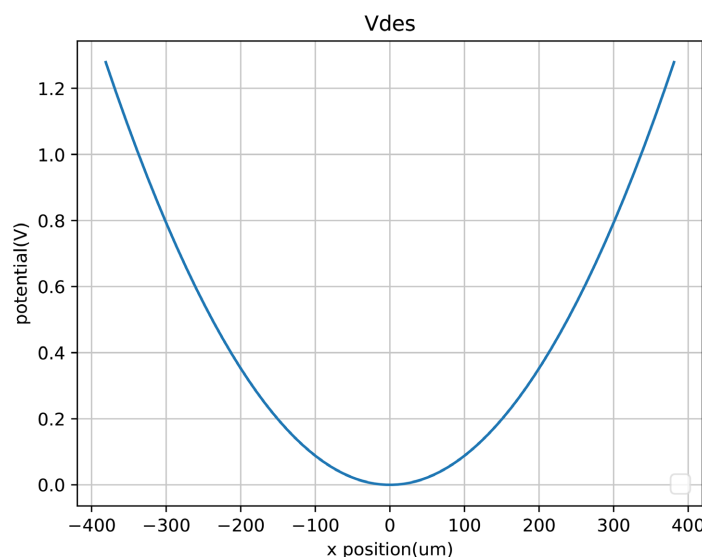


Figure 4. Desired potential at  $X_{\min} = 0$

图 4.  $X_{\min} = 0$  时的期望电势

图 4 为当离子输运到  $X_{\min} = 0$  时, 期望的 DC 电极在管道上产生的电势如图所示, 可以保证在  $X_{\min}$  处的电势依然是附件电势的最小值, 当改变  $X_{\min}$  的值时, 相应电势最小值的位置也会改变, 也就意味着离子在输运过程中位置的改变。

### 3.3. 确定求解过程中的约束条件

通过 3.1 中提到的“基函数”以及公式(4), 可以计算出加了 DC 电极电压以后在管道上的实际电势情况, 此时的总电势即为实际电势, 即:

$$V_{gen}(t,x) = \sum_n v_n(t) \varphi_n(x) \quad (4)$$

$V_n$  即为  $n$  个 DC 电极的电压, 在本文中,  $n = 10$ 。同时, 也定义了一个  $D$  函数来衡量实际产生的电势与理想情况下电势的差距, 如公式(5)所示:

$$D(t,x) = [V_{gen}(t,x) - V_{des}(t,x)]^2 \quad (5)$$

下面定义了一个高斯项  $G$ , 其作用是定义了每一个  $X_{\min}$  点处, 以  $X_{\min}$  为中心,  $R_X$  为宽度的感兴趣的区域。因为更在意电势最低点附近的区域, 而不是所有空间位置。这样可以确保后面所说的损失函数(8)不受到远离  $X = X_{\min}$  点的影响。根据公式(7), 可将其他参数化, 使其宽度与选择的最小陷阱深度  $V_R$  一致。

$$G(t, x) = \exp\left[-\frac{[x - x_{\min}(t)]^2}{R_x^2(t)}\right] \tag{6}$$

$$R_x^2 = 2V_R q / m\omega_x^2 \tag{7}$$

$$C = \int_{t_0}^{t_f} \left[ \int_{x_l}^{x_r} \sum_{m=1}^M G(t', x') D(t', x') dx' + \sum_{n=1}^N \left\{ r_0 [v_n(t') - v_{def}]^2 + r_1 \left[ \frac{dv_n(t')}{dt'} \right]^2 + r_2 \left[ \frac{d^2v_n(t')}{dt'^2} \right]^2 \right\} \right] dt' \tag{8}$$

最后, 给出了总的损失函数公式(8), 其中  $t_0$  和  $t_f$  分别代表输运开始的时间点和结束的时间点,  $x_l$  和  $x_r$  表示输运的起始位置和结束位置,  $m$  表示输运中一共考虑的点数,  $n$  表示电极数,  $r_0, r_1, r_2$  分别表示权重系数, 在模拟实验中, 需要根据自己的需要调整权重系数,  $v_{def}$  表示设置的默认 DC 电极电压,  $r_0$  中这一项即表示实际输出的电压与设置的默认电压的差距,  $r_1$  中的项和  $r_2$  中的项是波形的一阶和二阶导数, 这用于减少其在高频下的光谱含量, 并限制波形的转换速率。其作用是满足在硬件条件下实验的要求, 使电压的变化率尽量小。

### 3.4. 求解 DC 电极电压波形

在求解电极电压波形的实验中, 需要用到一种二次规划的数值算法对成本函数(8)进行最小化, 该算法在几种方法中被发现是对解决传输问题最有用的[23] [24], 如今, 通常是用 Python 里的 MOSEK 求解器来求解。在实际求解电极电压时, 需要在把输运管道分为间隔为 1  $\mu\text{m}$  的点的离散网格上进行。

## 4. 实验结果与分析

本文模拟了  $\text{Yb}^+$  离子从  $-40 \mu\text{m}$  到  $40 \mu\text{m}$  的输运情况, 轴向囚禁频率设置为 500 KHz, 其中权重系数  $r_0, r_1, r_2$  分别设置为  $5 \times 10^{-10}, 5 \times 10^{-5}, 2 \times 10^{-6}$ , 权重系数不固定, 可根据自己的需要进行调整, 默认电压  $v_{def}$  设置为 5 V,  $V_R$  设置为 5。

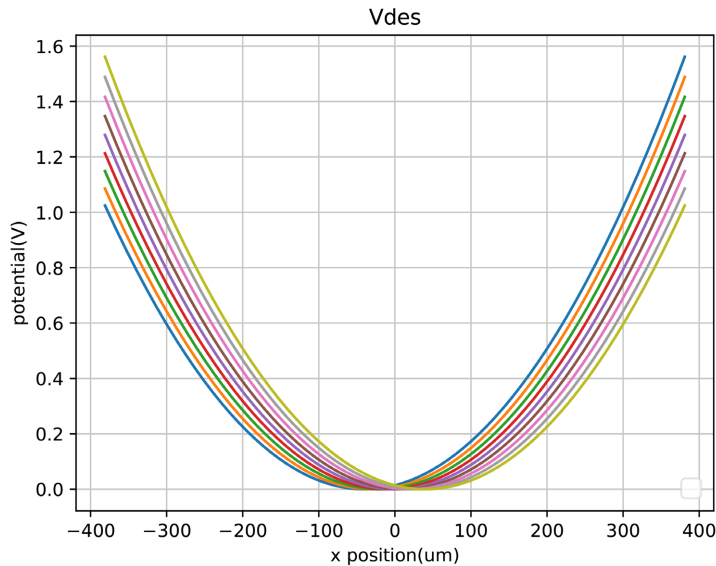


Figure 5. Shows the  $V_{des}$  diagram during transport  
 图 5. 输运过程中  $V_{des}$  图

图 5 中只展示出了从输运开始到结束以 10  $\mu\text{m}$  为间隔的期望电势结果图。

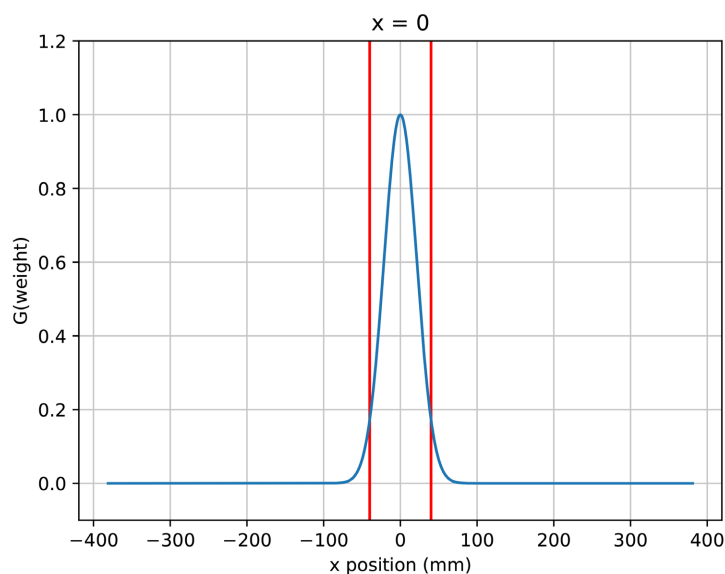


Figure 6. Visualization of weight function (7) when  $X_{\min} = 0$

图 6.  $X_{\min} = 0$  时权重函数(7)可视化

图 6 举例出了输运过程中的一个点( $x = 0$ )时的权重函数(7), 可以看到, 当离子输运到  $x = 0$  处时, 最感兴趣的是  $x = 0$  点, 其权重系数为 1, 而附件点的权重依次降低, 其目的是保证成本函数(8)受到远离  $X_{\min}$  附件的点的的影响更小。

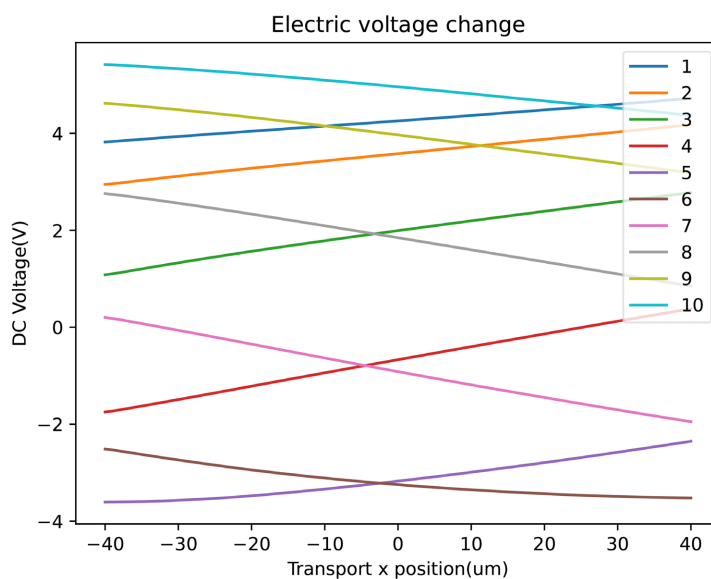
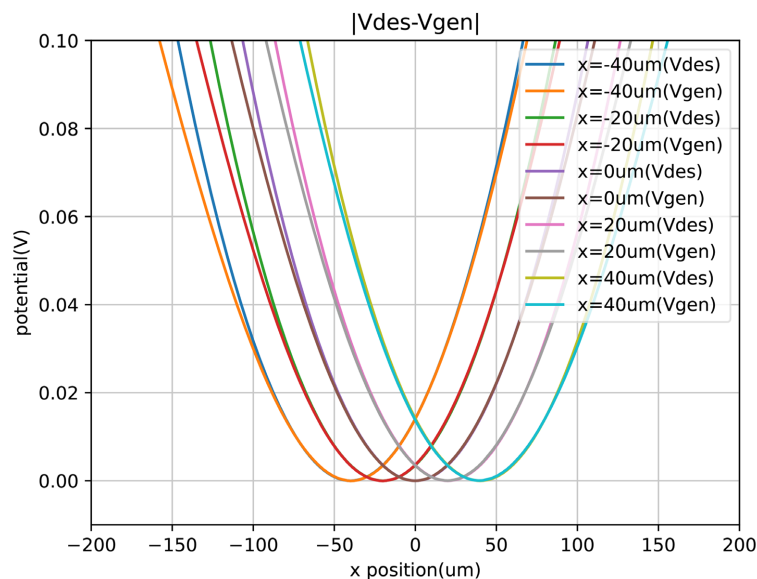


Figure 7. DC electrode voltage variation

图 7. DC 电极电压变化

图 7 为输运过程中 10 对 DC 电极的电压变化, 右上角的标号分别对应图 1 中的电极编号, 可以看到, 电极电压变化非常平滑, 并且最大值均保持在  $\pm 10$  V 以内, 完全满足实验过程中的实验要求。在图 7 所示的电压下, 对实际产生的空间电势  $V_{gen}$  与想要空间电势的  $V_{des}$  的部分点进行了采样并比较, 如图 8 所示:





**Figure 8.** Sampling points at  $x = -40, -20, 0, 20, 40\mu\text{m}$  in the transport process  
**图 8.** 对运输过程中  $x = -40, -20, 0, 20, 40\mu\text{m}$  处的采样点

通过以上图 8 实际电势与理想电势的对比可知, 理想电势与实际电势基本重合, 尤其在电势等于 0 的点附近, 这足以说明离子会按照设计的管道路径进行运输。模拟实验证明, 这种方法产生的电极电压波形对离子的运输是可靠的。

## 5. 结束语

离子运输是构造可扩展的量子计算机和量子模拟器的必要元素。因此本文设计了一套完整的波形产生方法, 与前人的设计方法相比[25] [26], 此套设计方法更为简单, 最后在本文设计的离子阱芯片上成功模拟实现了离子的运输, 足以说明该套方法产生的电极电压波形是可靠的。

## 参考文献

- [1] Wineland, D.J., Monroe, C., Itano, W.M., Leibfried, D., King, B.E. and Meekhof, D.M. (1998) Technology, Experimental Issues in Coherent Quantum-State Manipulation of Trapped Atomic Ions. *The Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, **103**, 259-328. <https://doi.org/10.6028/jres.103.019>
- [2] Kaushal, V., Lekitsch, B., Stahl, A., Hilder, J., Pijn, D., Schmiegelow, C., Bermudez, A., Müller, M., Schmidt-Kaler, F. and Poschinger, U. (2020) Shuttling-Based Trapped-Ion Quantum Information Processing. *AVS Quantum Science*, **2**, Article ID: 014101. <https://doi.org/10.1116/1.5126186>
- [3] Siverns, J.D. and Quraishi, Q. (2017) Ion Trap Architectures and New Directions. *Quantum Information Processing*, **16**, Article No. 314. <https://doi.org/10.1007/s11128-017-1760-2>
- [4] Schwartz, J.C., Senko, M.W. and Syka, J. (2002) A Two-Dimensional Quadrupole Ion Trap Mass Spectrometer. *Journal of the American Society for Mass Spectrometry*, **13**, 659-669. [https://doi.org/10.1016/S1044-0305\(02\)00384-7](https://doi.org/10.1016/S1044-0305(02)00384-7)
- [5] Decker, T.K., Zheng, Y., Ruben, A.J., Wang, X., Lammert, S.A., Austin, D.E. and Hawkins, A.R. (2019) A Microscale Planar Linear Ion Trap Mass Spectrometer. *Journal of the American Society for Mass Spectrometry*, **30**, 482-488. <https://doi.org/10.1007/s13361-018-2104-x>
- [6] Ozawa, A., Davila-Rodriguez, J., Bounds, J.R., Schuessler, H.A., Hänsch, T.W. and Udem, T. (2017) Single Ion Fluorescence Excited with a Single Mode of an UV Frequency Comb. *Nature Communications*, **8**, Article No. 44. <https://doi.org/10.1038/s41467-017-00067-9>
- [7] Blatt, R. and Roos, C.F. (2012) Quantum Simulations with Trapped Ions. *Nature Physics*, **8**, 277-284. <https://doi.org/10.1038/nphys2252>
- [8] Massar, S., Spindel, P., Varón, A.F. and Wunderlich, C.J. (2015) Investigating the Emergence of Time in Stationary



- States with Trapped Ions. *Physical Review A*, **92**, Article ID: 030102. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.92.030102>
- [9] Nielsen, M.A. and Chuang, I. (2012) Quantum Computation and Quantum Information. *Statistical Science*, **27**, 373-394. <https://doi.org/10.1214/11-STS378>
- [10] Häffner, H., Roos, C.F. and Blatt, R. (2008) Quantum Computing with Trapped Ions. *Physics Reports*, **469**, 155-203. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2008.09.003>
- [11] Wang, P., Luan, C.-Y., Qiao, M., Um, M., Zhang, J., Wang, Y., *et al.* (2021) Single Ion Qubit with Estimated Coherence Time Exceeding One Hour. *Nature Communications*, **12**, Article No. 233. <https://doi.org/10.1038/s41467-020-20330-w>
- [12] Barends, R., Kelly, J., Megrant, A., Veitia, A., Sank, D., Jeffrey, E., *et al.* (2014) Superconducting Quantum Circuits at the Surface Code Threshold for Fault Tolerance. *Nature*, **508**, 500-503. <https://doi.org/10.1038/nature13171>
- [13] Mehta, K.K., Bruzewicz, C.D., McConnell, R., Ram, R.J., Sage, J.M. and Chiaverini, J. (2016) Integrated Optical Addressing of an Ion Qubit. *Nature Nanotechnology*, **11**, 1066-1070. <https://doi.org/10.1038/nnano.2016.139>
- [14] Balance, C., Harty, T., Linke, N., Sepiol, M. and Lucas, D.M. (2016) High-Fidelity Quantum Logic Gates Using Trapped-Ion Hyperfine Qubits. *Physical Review Letters*, **117**, Article ID: 060504. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.060504>
- [15] Monz, T., Schindler, P., Barreiro, J.T., Chwalla, M., Nigg, D., Coish, W.A., *et al.* (2011) 14-Qubit Entanglement: Creation and Coherence. *Physical Review Letters*, **106**, *Physical Review Letters*, 130506. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.130506>
- [16] Ryan-Anderson, C., Bohnet, J.G., Lee, K., Gresh, D., Hankin, A., Gaebler, J., *et al.* (2021) Realization of Real-Time Fault-Tolerant Quantum Error Correction. *Physical Review X*, **11**, Article ID: 041058. <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.11.041058>
- [17] Schindler, P., Barreiro, J.T., Monz, T., Nebendahl, V., Nigg, D., Chwalla, M., Hennrich, M. and Blatt, R.J.S. (2011) Experimental Repetitive Quantum Error Correction. *Science*, **332**, 1059-1061. <https://doi.org/10.1126/science.1203329>
- [18] Wu, W.B., Zhang, T. and Chen, P. (2021) Quantum Computing and Simulation with Trapped Ions: On the Path to the Future. *Fundamental Research*, **1**, 213-216.
- [19] Decaroli, C., Matt, R., Oswald, R., Axline, C.J., Ernzer, M., Flannery, J., Ragg, S. and Home, J.P. (2021) Technology, Design, Fabrication and Characterization of a Micro-Fabricated Stacked-Wafer Segmented Ion Trap with Two X-Junctions. *Quantum Science and Technology*, **6**, Article ID: 044001. <https://doi.org/10.1088/2058-9565/ac07ee>
- [20] Kielpinski, D., Monroe, C. and Wineland, D.J. (2002) Architecture for a Large-Scale Ion-Trap Quantum Computer. *Nature*, **417**, 709-711. <https://doi.org/10.1038/nature00784>
- [21] Clark, C.R., Tinkey, H.N., Sawyer, B.C., Meier, A.M., Burkhardt, K.A., Seck, C.M., *et al.* (2021) High-Fidelity Bell-State Preparation with  $^{40}\text{Ca}^+$  Optical Qubits. *Physical Review Letters*, **127**, Article ID: 130505. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.127.130505>
- [22] Dehmelt, H.G. (1968) Radiofrequency Spectroscopy of Stored Ions I: Storage. In: *Advances in Atomic and Molecular Physics*, Elsevier, Amsterdam, 53-72. [https://doi.org/10.1016/S0065-2199\(08\)60170-0](https://doi.org/10.1016/S0065-2199(08)60170-0)
- [23] De Clercq, L.E. (2015) Transport Quantum Logic Gates for Trapped Ions. ETH, Zurich. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.080502>
- [24] Oswald, R. (2015) Velocity Control of Trapped Ions for Transport Quantum Logic Gates. M.Sc. Thesis, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich.
- [25] 刘威. 面向多量子比特的表面电极离子阱芯片[D]: [博士学位论文]. 长沙: 国防科学技术大学, 2014.
- [26] 陈昆. 芯片上的离子囚禁与输运[D]: [硕士学位论文]. 长沙: 国防科学技术大学, 2013.