

基于实际有限时间的双幂次滑模机械臂阻抗控制

印 帅, 朱志浩*, 何坚强, 高 直

盐城工学院电气工程学院, 江苏 盐城

收稿日期: 2023年9月21日; 录用日期: 2023年11月15日; 发布日期: 2023年11月21日

摘 要

稳定性和柔顺性是机械臂工作时两项非常重要的性能指标, 因为如果稳定性和柔顺性不达标, 会导致机械臂的损坏和工作人员的受伤。因此针对机械臂工作时稳定性和柔顺性低的问题, 本文设计了一种有效控制器——基于实际有限时间的双幂次滑模控制器。运用阻抗控制技术来控制机械臂遇到障碍物之后的位置变化; 利用实际有限时间控制方法提高了系统的稳定性和收敛性; 使得机械臂在阻抗控制中的误差更小和系统误差收敛速度更快; 最后仿真结果表明, 本文所提出的控制方法具有有效的阻抗控制效果。

关键词

机械臂, 实际有限时间, 双幂次滑模控制器, 阻抗控制

Impedance Control of Double Power Sliding Mode Mechanical Arm Based on Actual Finite Time

Shuai Yin, Zhihao Zhu*, Jianqiang He, Zhi Gao

School of Electrical Engineering, Yancheng Institute of Technology, Yancheng Jiangsu

Received: Sep. 21st, 2023; accepted: Nov. 15th, 2023; published: Nov. 21st, 2023

Abstract

Safety and compliance are two very important performance indicators for robotic arms in industrial production and daily work, as failure to meet safety and compliance standards can lead to dam-

*通讯作者。

age to the robotic arm and injury to workers. Therefore, in response to the low safety and compliance of the robotic arm during operation, this paper designs an effective controller—a finite time based double power sliding mode controller. Using impedance control technology to control the position changes of the robotic arm after encountering obstacles; The use of finite time control methods improves the stability and convergence of the system; Make the error of the robotic arm in impedance control smaller and the convergence speed of system error faster; The final simulation results show that the control method proposed in this paper has effective impedance control effect.

Keywords

Mechanical Arm, Actual Limited Time, Double Power Sliding Mode Controller, Impedance Control

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在现代社会中，机械臂随处可见，尤其是在日常生活和工业生产中，同时，它工作时的周围环境和情况也十分复杂，全靠机械臂的普通位置控制已经不能满足安全性与柔顺性的要求。如今机械臂发展的主流趋势就是人/机械臂相互协作，共同生产，极大地提高了日常生产的效率。稳定性与柔顺性是机械臂生产环节中不可或缺的一部分，针对这一重要部分，国际上各种科研人员做了大量的科研学术，提出了好几种控制方法，例如：自适应控制，神经网络控制，滑模控制等等，相比之下阻抗控制具有鲁棒性强，不易受干扰，计算相对简便以及易于应用到模型上等优点。所以国际上的专家学者对此十分关注。

阻抗控制最早由科学家 HOGAN [1]在 1985 年首次系统的阐述了其概念，通过控制主动力来创建一个偏差与外界力的关系。但没有实现对力进行精确度控制。刘慧博等[2]设计了一种滑膜阻抗控制器来应对机械臂在移动中遇到障碍物时会产生位移的问题，适当降低了控制过程中的抖振。李焕等[3]设计了一种控制位置内环的阻抗控制，这种控制方法可以对机械臂与障碍物的接触力进行控制，从而达到力/位混合柔顺控制的效果。张合新等[4]设计了一个双幂次趋近律，该趋近律可以提高系统响应速度，降低控制过程中的抖振问题，以及系统响应时间长等问题，有效的提高了系统收敛速度。文献[5]设计了一种迭代重复控制方法，对机械臂进行相似动作时的精度提高有显著效果。文献[6]在控制机械臂轨迹中加入了神经网络自适应控制，这种控制方法可以详细检测到机械臂运动轨迹的误差值。文献[7]为了在机械臂滑膜控制中增强系统的稳定性，使用了一种非线性的 LMI 指数收敛观测器，有效增加了系统的稳定性。文献[8]提出基于 RBF 神经网络二次泛函的最优控制，使得系统可以减少误差。文献[9]改进了滑膜切换函数的参数，并有效降低了控制时的抖动，增强了系统的鲁棒性。文献[10]设计了一种阻抗粒子群控制算法，有较好的控制效果。

有限时间控制方法因其具有抗扰动性强，收敛速度快、误差小的优点，近年来引起了学者们的关注。李刚等[11]将输出约束和有限时间阻抗控制相结合，阻抗控制可以让机械臂可以更好的跟踪期望轨迹，对机械臂的稳定性和鲁棒性有很大的提升[12]。

上述文献中使用各种控制方法对机械臂进行阻抗控制，但跟踪误差较大，精度较低，针对这一问题，本文提出了一种基于实际有限时间双幂次滑模机械臂阻抗控制方法，并通过仿真实验验证了本文所设计的基于实际有限时间双幂次滑模控制方法是有效的，该方法相比其他控制方法的优越性在于：

1) 首次将实际有限时间控制和双幂次滑模控制相结合, 实现了机械臂在有限时间内可以较好的进行阻抗控制。

2) 与文献[13]中的控制方法相比, 本文所提的方法具有更小的跟踪误差, 更高的跟踪精度并提高了响应速度。

2. 机械臂模型

关节角度和关节角速度是建模过程中很重要的两个参数, 所以将设计一个执行器来施加关节扭矩 τ 进行跟踪, 并将机械臂模型通过关节角度来动力学建模[6]。

然而, 在实际工程中, 我们经常先建一个工作空间[14], 用直角坐标 (x_1, x_2) 来表示机械臂在工作空间中的末端节点, 通过设计一个控制律 F_x 加在机械臂末端节点, 通过 F_x 与 τ 之间的映射关系, 求出实际的关节扭矩 τ 。同时需要将工作空间直角坐标与关节角坐标进行转换[15]。

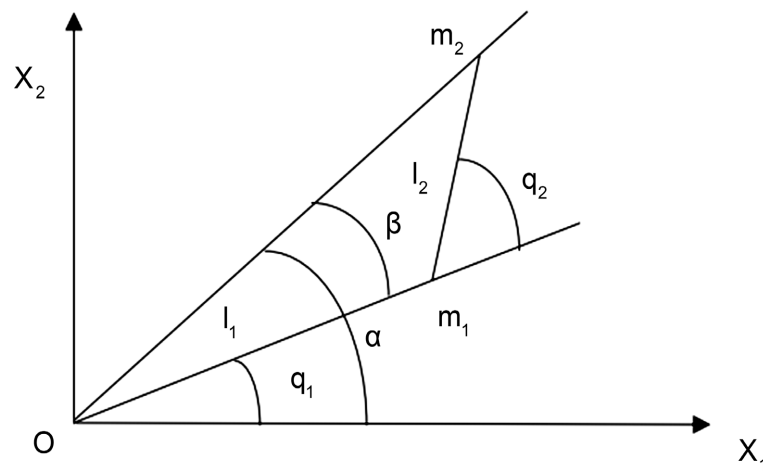


Figure 1. Two degree of freedom manipulator
图 1. 二自由度机械臂

根据机械臂末端端点在工作空间中的位置求得关节角度 q_1 和 q_2 , 由文献[16]中的计算方法可得图 1 的机械臂末端在工作空间中的位置为

$$\begin{aligned} x_1 &= l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ x_2 &= l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (1)$$

则

$$x_1^2 + x_2^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 \cos q_2 \quad (2)$$

定义 x 为机械臂在工作空间中的顶端位置向量, 机械臂顶端位置向量 x 和机械臂的关节角度 q 之间的关系式为:

$$x = h(q) \quad (3)$$

$J(q)$ 为机械臂顶端的 Jacobian 信息, $J(q)$ 与 \dot{x} 的关系式为:

$$\dot{x} = J(q)\dot{q} \quad (4)$$

将机械臂顶端接触障碍物收到的阻力定义为 F_e , 而 F_e 则是由位置误差决定的, 其动力学表达形式为 [8]:

$$M_m(\ddot{X}_c - \ddot{X}) + B_m(\dot{X}_c - \dot{X}) + K_m(X_c - X) = F_e \quad (5)$$

其中, x_c 为接触位置的指令轨迹, M_m 、 B_m 和 K_m 分别为质量, 阻尼和刚度系数矩阵。

因为阻抗控制是应用于笛卡尔坐标系中, 所以为了要让机械臂实际末端位置更接近理想位置, 要将直角坐标系和笛卡尔坐标系进行转换, 考虑到实际情况下, 机械臂在未知工作环境中会受到外界干扰, 设计如下机械臂数学模型[9]:

$$D_x(q)\ddot{x} + C_x(q, \dot{q})\dot{x} + G_x(q) + F_e + \Delta = F_x \quad (6)$$

式子中:

$$\begin{aligned} D_x(q) &= J^{-T}(q)D(q)J^{-1}(q) \\ C_x(q, \dot{q}) &= J^{-T}(q)(C_x(q, \dot{q}) - D(q)J^{-1}(q)\dot{J}(q))J^{-1}(q) \\ G_x(q) &= J^{-T}(q)D(q) \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $D_x(q) = J^{-T}(q)D(q)J^{-1}$, $C_x(q, \dot{q}) = J^{-1}(q)$ 式中: $D_x(q)$ 为机械臂惯性矩阵; $C_x(q, \dot{q})$ 为机械臂离心力和 Coriolis 矩阵; $G_x(q)$ 为机械臂重力项向量; $J(q)$ 为机械臂的雅可比矩阵; F_e 为障碍物对机械臂末端造成的接触力; Δ 为机械臂受到的干扰项, 并假设 Δ 的范数有界。

3. 有限时间双幂次滑模控制器

将 $x_d(t)$ 设置为工作空间中的理想位置, $\dot{x}_d(t)$ 和 $\ddot{x}_d(t)$ 分别为理想的速度和加速度。因此

$$\begin{cases} e(t) = x_d(t) - x(t) \\ \dot{x}_r(t) = \dot{x}_d(t) + \Lambda e(t) \\ s(t) = \dot{x}_r(t) - \dot{x}(t) = \dot{e}(t) + \Lambda e(t) \end{cases} \quad (8)$$

式中的 Λ 设计为一个正定矩阵。

并将机械臂模型代入后, 将控制器 F_x 设计为:

$$F_x = D_x(q)\ddot{x}_r + C_x(q, \dot{q})\dot{x}_r + G_x(q) + cks + F_e + a|s|^\alpha \operatorname{sgn}(s) \quad (9)$$

其中, $c > 0$, $k > 0$, $a > 0$, $b > 0$, $\alpha > 1$ 。

将控制率带入式子(6)后得:

$$\begin{aligned} D_x(q)\ddot{x} + C_x(q, \dot{q})\dot{x} + G_x(q) + \Delta(q, \dot{q}, \ddot{q}) \\ = D_x(q)\ddot{x}_r + C_x(q, \dot{q})\dot{x}_r + G_x(q) + cks + a|s|^\alpha \operatorname{sgn}(s) \end{aligned} \quad (10)$$

将 $\dot{x} = \dot{x}_r - s$, $\ddot{x} = \ddot{x}_r - \dot{s}$ 代入式子(10)得:

$$D_x(q)\dot{s} + C_x(q, \dot{q})s + cks + a|s|^\alpha \operatorname{sgn}(s) - \Delta = 0 \quad (11)$$

由于 $D_x(q)$ 是对称正定的, 所以我们定义一个 Lyapunov 函数为:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}s^T D_x(q)s \\ \dot{V} &= s^T D_x \dot{s} + \frac{1}{2}s^T \dot{D}_x s \end{aligned} \quad (12)$$

同时由于 $\dot{D}_x(q) - 2C_x(q, \dot{q})$ 是一个斜对称矩阵, 所以 $s^T(\dot{D}_x - 2C_x)s = 0$ 即

$0.5s^T \dot{D}_x s = s^T C_x s$, 代入后得:

$$\dot{V} = s^T D_x \dot{s} + s^T C_x s = s^T (D_x \dot{s} + C_x s) = s^T (-cKs - a|s|^\alpha \operatorname{sgn}(s) + \Delta) \quad (13)$$

引理 1 [10]:

如果对于一个非线性系统, 实数 $k > 0$, $0 < \beta < 1$ 和 $0 < \delta < \infty$, 并且李雅普诺夫函数满足:

$$\dot{V} \leq -\varepsilon V^\beta + \delta \quad (14)$$

该系统是实际有限时间稳定的, 且在以下时间内达到稳定:

$$T \leq \frac{V^{1-\beta}}{\varepsilon\gamma(1-\lambda)} \quad (15)$$

其中 $0 < \gamma < 1$ 。

式(13)中:

$$\begin{aligned} -cks^T s &\leq -ck \|s\|^2 \leq \frac{-2ck}{\|D\|} V \\ s^T \Delta &\leq \|s\| \|\Delta\| \\ -as^T |s|^\alpha \operatorname{sgn}(s) &\leq -a \frac{2}{\|D\|} V^{\frac{1+\alpha}{2}} \end{aligned} \quad (16)$$

整理后得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -2 \frac{ck}{\|D\|} V - a \frac{2}{\|D\|} V^{\frac{1+\alpha}{2}} + \|s\| \|\Delta\| \\ &\leq -a \frac{2}{\|D\|} V^{\frac{1+\alpha}{2}} + \|s\| \|\Delta\| \end{aligned} \quad (17)$$

根据引理 1 的定义, 系统是实际有限时间稳定的, 并且收敛到以下区域:

$$T \leq \frac{\|D\| V^{\frac{1-\alpha}{2}}}{a\gamma(1-\alpha)} \quad (18)$$

4. 仿真验证

仿真对象为二关节机械臂, 该机械臂的动力学方程为:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = \tau \quad (19)$$

式中

$$\begin{aligned} D(q) &= \begin{bmatrix} m_1 + m_2 + 2m_3 \cos q_2 & m_2 + m_3 \cos q_2 \\ m_2 + m_3 \cos q_2 & m_3 \end{bmatrix} \\ C(q, \dot{q}) &= \begin{bmatrix} -m_3 \dot{q}_2 \sin q_2 & -m_3 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2 \\ m_3 \dot{q}_1 \sin q_2 & 0.0 \end{bmatrix} \\ G(q) &= \begin{bmatrix} m_4 g \cos q_1 + m_5 g \cos(q_1 + q_2) \\ m_5 g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

上面公式中的 m_i 的数值由公式 $M = P + P_i L$ 得到

$$\begin{aligned}
 M &= [m_1 \ m_2 \ m_3 \ m_4 \ m_5] \\
 P &= [p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4 \ p_5] \\
 L &= [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5]
 \end{aligned} \tag{21}$$

P_i 是机械臂的负载, l_1 和 l_2 则分别是机械臂第一关节和第二关节的长度, P 是机械臂本身的向量参数。机械臂实际参数 $p_i = 0.50$, $P = [1.66 \ 0.42 \ 0.63 \ 3.75 \ 1.25]^T$, $l_1 = l_2 = 1$, 给定机械臂一个跟踪轨迹, 让机械臂在笛卡尔空间里跟踪该轨迹运动, 取 $x_{d1} = \cos t$, $x_{d2} = \sin t$, 假设机械臂会绕一个半径为 1 的圈, 中心点 $(x_1, x_2) = (1.0, 1.0)$ 。

在仿真中的机械臂跟踪指令轨迹时是工作空间里的直角坐标系, 不是关节空间里的角坐标系, 所以我们需要根据公式将工作空间里的机械臂的末端直角坐标系转换成关节角坐标系。

仿真中, 假设 $x_1 = 1.0$ 处有一个物体挡在机械臂原本设定的指令路径上, 此时, 当 x_1 未移动到 1.0 时, 及机械手的末端还未接触到路径上的物体, 此时的 F_x 为 $[0 \ 0]^T$; 当 x_1 移动到 1.0 时, 此时 x_1 为 1.0, 物体的各项阻尼参数为: $M_m = \text{diag}[1.0]$, $B_m = \text{diag}[10]$, $K_m = \text{diag}[50]$, 干扰项取 $\Delta = [\sin t; \sin t]$, 滑模控制器取式(9), 控制器增益为:

$$K = \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 15 \end{bmatrix}, \Lambda = \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 15 \end{bmatrix}, c = 5 \tag{22}$$

仿真结果如图 2~6 所示:

由图 2 和图 3 可以看出, 本文提出的控制方法可以让机械臂精确的分别从 X 轴方向和 Y 轴两个方向上对给定理想轨迹进行跟踪, 这个结果证明了本文的方法可以使机械臂进行有效的位置跟踪并且降低跟踪误差。图 4 则为机械臂在运动过程中末端顶点接触到障碍物时产生的接触力。图 5 为本文方法与对比方法在给定理想轨迹下对 X 的跟踪对比图, 图 6 为图 5 中 0.8 s 至 1.05 s 的局部放大图。

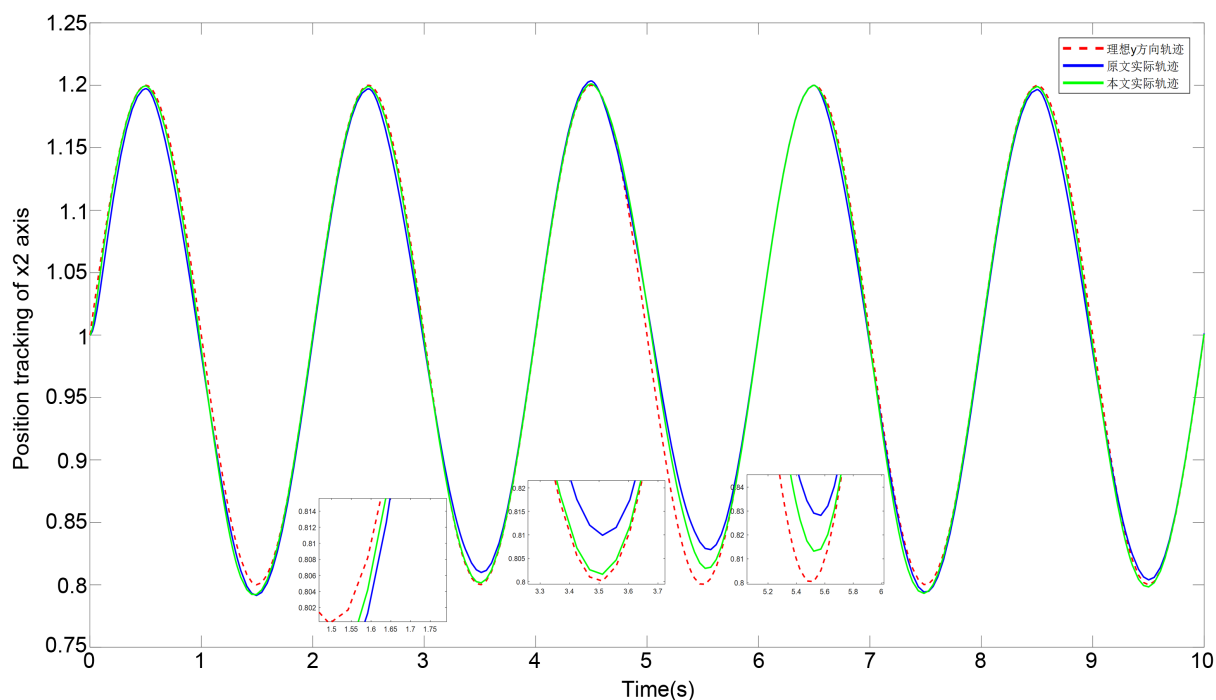


Figure 2. Position tracking on the X-axis of the end joint of the robotic arm

图 2. 机械臂末端关节 X 轴上位置跟踪

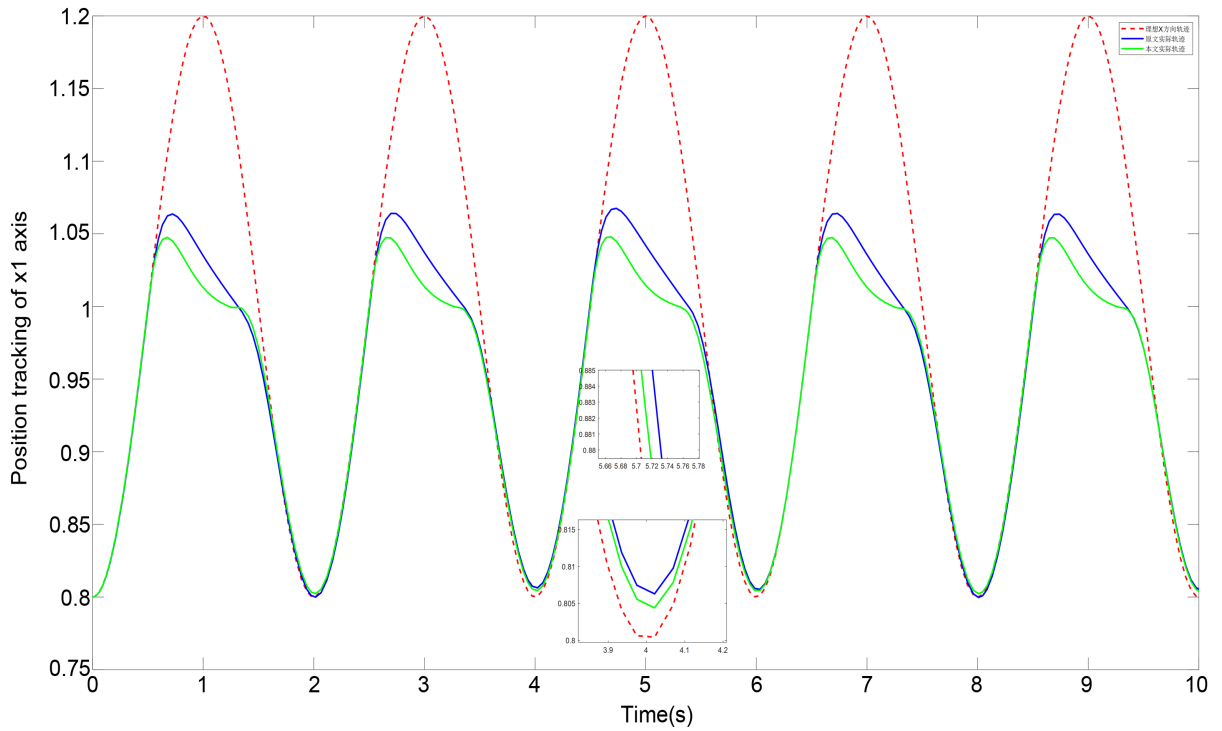


Figure 3. Position tracking on the Y-axis of the end joint of the robotic arm
图 3. 机械臂末端关节 Y 轴上位置跟踪

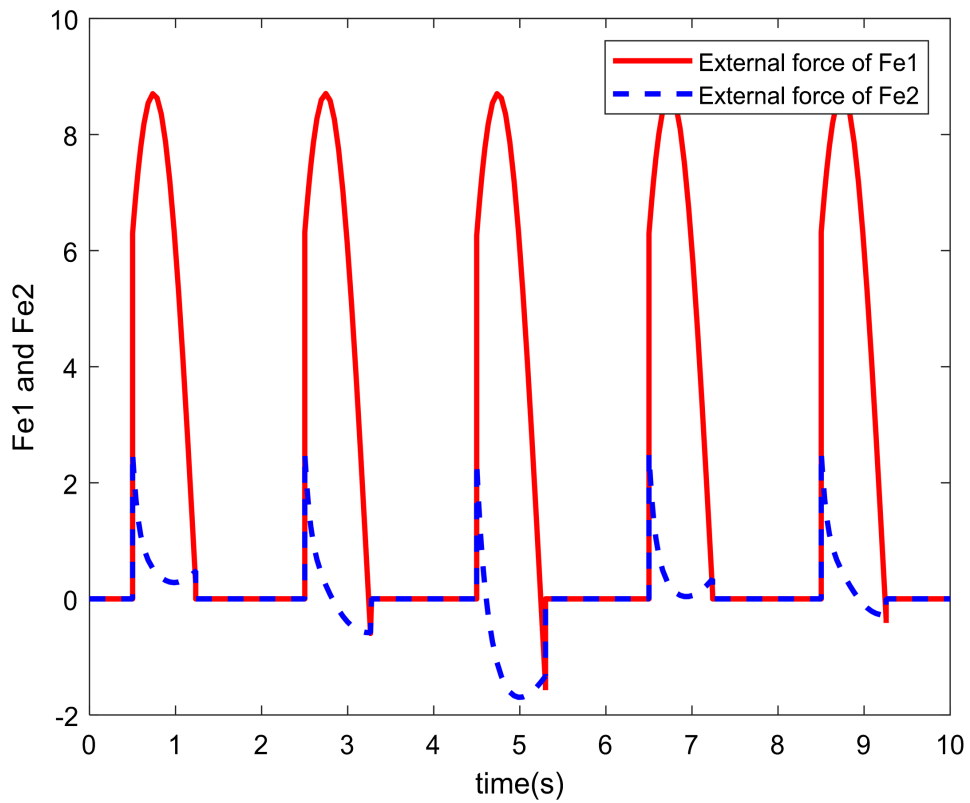


Figure 4. External force on the end of the robotic arm
图 4. 机械臂末端所受外力

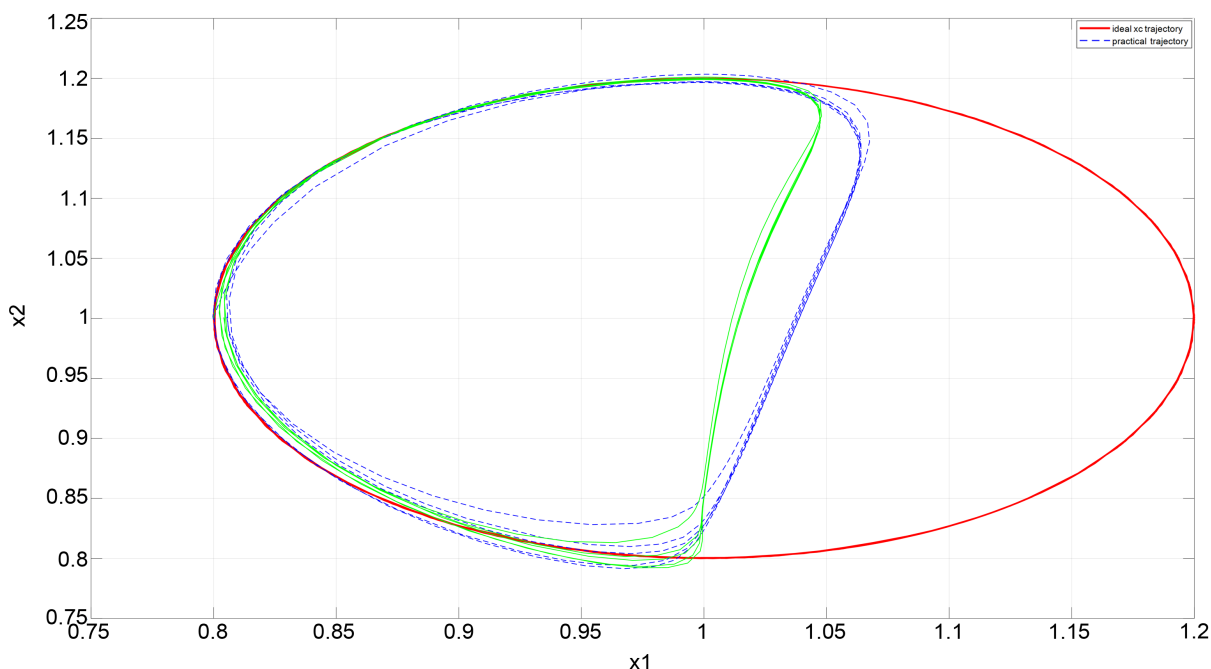


Figure 5. Comparison of trajectory tracking effects
图 5. 轨迹跟踪效果对比图

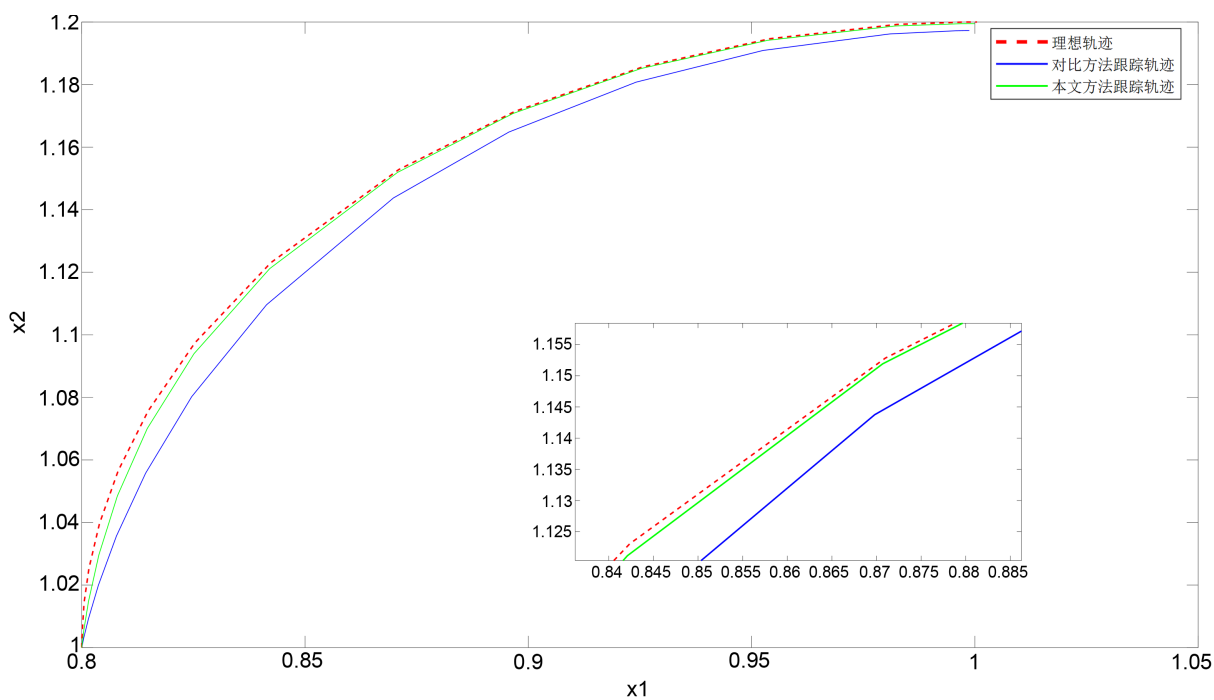


Figure 6. Contrast effect partial enlarged image
图 6. 对比效果局部放大图

5. 结语

针对机械臂末端在日常工作和运行中遇到障碍物时的受困问题，本文提出了一种基于实际有限时间幂次滑模控制器，实现了机械臂对期望指定轨迹的有效跟踪控制，并使得机械臂在假设的约束工作空间

里跟踪理想轨迹时的误差变小而系统响应速度变快。本文与对比方法相比可以明显看出本文方法所体现的跟踪效果更佳,将机械臂的运动轨迹约束在给定的区间之内,确保了机械臂在工作时的稳定性和安全性,本文所用方法可以有效提高控制精度,增强系统鲁棒性,减少系统收敛时间,使得机械臂在进行阻抗控制时可以更接近我们给定的理想轨迹。仿真实验的对比结果验证了本文所提及的方法的有效性。

基金项目

国家自然科学基金(61973167);教育部产学研合作协同育人项目(22097110113736);盐城工学院校级科研项目(xjr2020041)。

参考文献

- [1] Hogan, N. (1985) Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part II—Implementation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, **107**, 8-16. <https://doi.org/10.1115/1.3140713>
- [2] 刘慧博,孙昌琦,任彦,等.机械臂轨迹的阻抗滑膜控制[J].机械制造,2022,21(2):23-29.
- [3] 李焕,王奉文,徐世杰,等.基于阻抗控制的机械臂末端工具的柔顺控制[J].空间控制技术与应用,2019,7(12):43-48.
- [4] 张合新,范金锁,孟飞,黄金峰,等.一种新型滑模控制双幂次趋近律[J].控制与决策,2013,2(1):12-15.
- [5] 郑华辉,方宗德.基于自适应神经网络控制的机械臂运动轨迹跟踪误差研究[J].机械设计与制造,2019(6):139-141+145.
- [6] 廖列法,杨翌毓.机械臂的自适应径向基函数神经网络双二次泛函最优控制[J].控制理论与应用,2020,37(1):47-58.
- [7] 谢心如.六自由度机械臂阻抗控制方法研究[D]:[硕士学位论文].哈尔滨:哈尔滨工程大学,2016:15-16.
- [8] 周晓东,任天助,张激扬,等.基于粒子群算法的阻抗控制在机械臂柔顺控制中的应用[J].空间控制技术与应用,2016,42(3):15-20.
- [9] 王晓聪.基于磁流变的安全带锁止器力学性能分析[D]:[硕士学位论文].上海:上海工程技术大学,2015.
- [10] 李刚,于金鹏,刘加朋,等.基于指令滤波的机械臂有限时间输出约束阻抗控制[J].电气与自动化,2021,8(12):40-45.
- [11] Wang, J., Xu, F. and Lu, G.D. (2017) A Model Weighted Adaptive Neural Back Stepping Sliding-Mode Controller for Cooperative Manipulator System. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, **14**, 1-14. <https://doi.org/10.1177/1729881417743028>
- [12] Yang, X.T., Yu, J.P., Wang, Q.G., et al. (2019) Adaptive Fuzzy Finite-Time Command Filtered Tracking Control for Permanent Magnet Synchro-Nous Motors. *Neurocomputing*, **337**, 110-119. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2019.01.057>
- [13] 林高荣,刘加朋,等.基于有限时间命令滤波机械臂的阻抗控制[J].控制系统与智能制造,2020,10(1):66-68.
- [14] 刘金琨.机器人控制系统的设计与MATLAB仿真[M].北京:清华大学出版社,2008:196-198.
- [15] Zhu, Z., Xia, Y.O. and Fu, M.Y. (2011) Attitude Stabilization of Rigid Spacecraft with Finite-Time Convergence. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **21**, 686-702. <https://doi.org/10.1002/rnc.1624>
- [16] Mohannad, A., Hong, J. and Wang, D.-W. (2017) Polishing of Uneven Surfaces Using Industrialrobots Based on Neural Network and Geneticalgorithm. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **93**, 1-9. <https://doi.org/10.1007/s00170-017-0524-6>