

延安地区太阳高度角和方位角建模及核桃树阴影变化分析

朱梦婷

延安大学数学与计算机学院, 浙江 绍兴

收稿日期: 2023年11月28日; 录用日期: 2023年12月15日; 发布日期: 2024年1月18日

摘要

本研究利用天文学和数学模型, 结合MATLAB编程, 通过分析树木的受光情况, 建立了太阳高度角和太阳方位角模型, 并构建了锥形树冠模型来近似树冠形状, 对延安地区核桃树阴影的高度、方向和面积变化情况进行了详尽的分析。首先, 根据延安的经纬度计算出时角和方位角, 并建立太阳高度角和太阳方位角模型, 得出了一年中每日每时的太阳高度角和太阳方位角数据。随后, 利用影长公式和阴影方向角公式, 得到核桃树每小时的阴影高度、方向变化和面积变化情况。本研究为了解核桃树的生长环境提供了重要的参考价值, 有助于优化核桃树种植布局和光照条件, 提高核桃林的产量和质量, 同时也为类似植物的生长环境分析提供了新的研究思路。

关键词

圆锥形树冠, 太阳高度角, 太阳方位角, 阴影, 核桃树

Modeling Solar Altitude and Azimuth, and Analyzing Walnut Tree Shadow Patterns in Yan'an Region

Mengting Zhu

School of Mathematics and Computer Science, Yan'an University, Shaoxing Zhejiang

Received: Nov. 28th, 2023; accepted: Dec. 15th, 2023; published: Jan. 18th, 2024

Abstract

This study utilized astronomical and mathematical models, combined with MATLAB programming,

to analyze the sunlight conditions of trees. We established models for solar altitude and azimuth, and constructed a conical tree crown model to approximate the shape of the tree crown. A detailed analysis of the changes in height, direction, and area of shadows cast by walnut trees in the Yan'an region was conducted. Initially, the solar hour angle and azimuth were calculated based on the latitude and longitude of Yan'an, and the models for solar altitude and azimuth were established to obtain the data on daily and hourly solar altitude and azimuth throughout the year. Subsequently, using the shadow length formula and shadow direction angle formula, we determined the hourly changes in shadow height, direction, and area for the walnut trees. This study provides significant reference value for understanding the growth environment of walnut trees, aiding in the optimization of walnut tree planting layout and lighting conditions to enhance the yield and quality of walnut forests. Furthermore, it offers a new research approach for analyzing the growth environment of similar plants.

Keywords

Conical Crown, Solar Altitude Angle, Solar Azimuth Angle, Shadow, Walnut Tree

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

林草植被在维护生态环境安全方面发挥了重要作用。核桃树作为一种重要的经济树种，对当地的生态环境和经济社会的长期稳定发展做出了重要贡献。然而，在核桃树的种植和管理过程中，单株树木树冠的受光及遮阴而形成阴影随时间、季节变化的问题仍然存在。最近的研究表明，利用遥感技术和地理信息系统结合核桃树的生长模型，可以更精确地预测核桃树的阴影范围和变化规律，从而更好地指导核桃树的种植布局和管理，提高林地的生态效益和经济效益。同时，利用无人机和传感器技术实时监测核桃树的生长状态和阴影情况，为精准的管理和调控提供数据支持。此外，为了解决太阳高度角和太阳方位角计算的适用性和单株树木树冠的阴影变化问题，本文采用 MATLAB 软件建立了太阳高度角和太阳方位角模型，并根据核桃树的平均高度、太阳高度角和太阳方位角，计算出了一天中每日每时核桃树的影子高度、方位、面积变化，进而分析了阴影面积的变化情况，为优化核桃树种植布局和光照条件提供参考。

2. 模型假设

- 1) 不考虑地形坡度；
- 2) 核桃树生长垂直于地平线，太阳光线平行；
- 3) 忽略核桃树的树干长度，近似认为树高等于树冠高度；
- 4) 近似认为核桃树外形都相同，树冠呈圆锥形[1]，阴影面积呈等腰三角形；
- 5) 一年以 365 天计。

3. 单株核桃树的阴影随时间季节的变化情况

3.1. 太阳高度角 α 的计算

太阳高度角是指对于地球上的某个参照物，太阳光线与地平线的夹角，即某地太阳光线与该地作垂直于地心的地表切线的夹角[2]。太阳高度角程序定义了延安所在地的纬度 ϕ ，然后使用 `linspace` 函数生

成了从 1 到 365 的一年中的日期，通过计算太阳赤纬、时角和太阳高度角，得到了在延安地区一年中每日每时的太阳高度角数据，并将其存在一个 365 行 24 列的矩阵 `solar_altitude` 中。表 1 太阳高度角摘取了春分、夏至、秋分、冬至四日的程序计算结果。

Table 1. Solar altitude angle

表 1. 太阳高度角

时\日	3 月 21 日	6 月 22 日	9 月 23 日	12 月 23 日
0 时	-52.9687	-29.6431	-52.5513	-75.4255
1 时	-48.0728	-26.4084	-47.6962	-66.634
2 时	-39.7225	-20.3956	-39.395	-55.2577
3 时	-29.3856	-12.2607	-29.0964	-43.2815
4 时	-17.996	-2.6149	-17.731	-31.2548
5 时	-6.09938	8.068002	-5.84585	-19.4432
6 时	5.946224	19.44365	6.199664	-8.06753
7 时	17.83596	31.25519	18.10077	2.615433
8 时	29.21096	43.28185	29.49984	12.26129
9 时	39.52477	55.25815	39.85184	20.39628
10 时	47.84534	66.63452	48.22163	26.4091
11 时	52.71656	75.42624	53.13389	29.64394
12 时	52.71656	75.42624	53.13389	29.64394
13 时	47.84534	66.63452	48.22163	26.4091
14 时	39.52477	55.25815	39.85184	20.39628
15 时	29.21096	43.28185	29.49984	12.26129
16 时	17.83596	31.25519	18.10077	2.615433
17 时	5.946224	19.44365	6.199664	-8.06753
18 时	-6.09938	8.068002	-5.84585	-19.4432
19 时	-17.996	-2.6149	-17.731	-31.2548
20 时	-29.3856	-12.2607	-29.0964	-43.2815
21 时	-39.7225	-20.3956	-39.395	-55.2577
22 时	-48.0728	-26.4084	-47.6962	-66.634
23 时	-52.9687	-29.6431	-52.5513	-75.4255

其中太阳高度角为负数，表示此时延安处于黑夜，核桃树阴影高度为 0，阴影面积为 0。

3.2. 太阳方位角 β 的计算

太阳方位角是指太阳直射光线在地平面上的投影线与地平面正南向所夹的角[3]。太阳方位角程序计算了一年中的每一天每个小时的太阳方位角。首先，程序将纬度和经度从度转换为弧度。然后，对于一年中的每一天，以及每天的 24 个小时，程序计算了每个小时的世界时、世界时对应的世纪数、格林尼治平恒星时、局部平恒星时、时角、赤纬以及太阳方位角。在计算过程中，程序使用了一些天文学的公式和

常量，如格林尼治平恒星时的计算公式，地球轨道倾角(23.44 度)，以及太阳方位角的计算公式。最后程序将计算出的太阳方位角存储在一个 365 行 24 列的矩阵 solarAzimuth 中。表 2 太阳方位角摘取了春分、夏至、秋分、冬至四日的程序计算结果。

Table 2. Solar azimuth angle

表 2. 太阳方位角

时\日	3 月 21 日	6 月 22 日	9 月 23 日	12 月 23 日
0 时	-6.93854	-91.8507	160.1955	87.82558
1 时	-52.5136	-101.042	121.4917	78.58517
2 时	-73.3978	-111.294	103.5096	68.19988
3 时	-85.4188	-123.749	92.44254	55.47554
4 时	-94.4146	-139.936	83.78672	38.80775
5 时	-102.382	-161.169	75.90186	16.90634
6 时	-110.255	173.8866	67.96025	-8.50607
7 时	-118.646	150.2779	59.38239	-32.0261
8 时	-128.075	131.5556	49.6549	-50.3885
9 时	-139.028	117.3778	38.30618	-64.2467
10 时	-151.864	106.1528	25.03565	-75.2658
11 时	-166.547	96.53381	10.0134	-84.7813
12 时	177.6587	87.53088	-5.86174	-93.7676
13 时	162.0704	78.31457	-21.2255	-103.051
14 时	147.889	68.0028	-35.0015	-113.522
15 时	135.6271	55.45174	-46.84	-126.34
16 时	125.1681	39.15418	-56.9521	-142.984
17 时	116.0963	17.88982	-65.784	-164.474
18 时	107.9133	-6.87364	-73.8414	171.0071
19 时	100.0835	-30.1679	-81.6764	148.3365
20 时	91.93674	-48.646	-90.0202	130.4133
21 时	82.34509	-62.6892	-100.199	116.711
22 时	68.65162	-73.8489	-115.566	105.7324
23 时	42.56888	-83.4402	-146.796	96.22266

3.3. 阴影面积的计算

1) 计算阴影高度 Ls 和阴影底边长度 Ds

根据三角几何关系，树木的阴影高度 Ls 和阴影底边长度 Ds 可以表示为：

$$Ls = H \div \tan(\alpha), Ds = 2R \div \tan(\alpha)$$

其中 H 为核桃树树冠的平均高度，R 为圆锥形树冠的底面半径。

2) 计算阴影方向角 θ

阴影的方向一般与太阳方位角 β 相关。在北半球，计算 θ 的公式如下：

$$\theta = 180^\circ - \beta$$

部分计算结果见表 3 阴影方向角。

Table 3. Shadow direction angle
表 3. 阴影方向角

时\日	3月21日	6月22日	9月23日	12月23日
0时	186.9385	271.8507	19.80449	92.17442
1时	232.5136	281.0424	58.50828	101.4148
2时	253.3978	291.2943	76.49037	111.8001
3时	265.4188	303.7495	87.55746	124.5245
4时	274.4146	319.9364	96.21328	141.1923
5时	282.3819	341.1686	104.0981	163.0937
6时	290.2553	6.113388	112.0398	188.5061
7时	298.6462	29.7221	120.6176	212.0261
8时	308.0753	48.44437	130.3451	230.3885
9时	319.0284	62.62221	141.6938	244.2467
10时	331.864	73.84718	154.9643	255.2658
11时	346.5466	83.46619	169.9866	264.7813
12时	2.341297	92.46912	185.8617	273.7676
13时	17.92963	101.6854	201.2255	283.0507
14时	32.11095	111.9972	215.0015	293.5223
15时	44.37285	124.5483	226.84	306.3403
16时	54.83185	140.8458	236.9521	322.9838
17时	63.90372	162.1102	245.784	344.4739
18时	72.0867	186.8736	253.8414	8.992943
19时	79.91652	210.1679	261.6764	31.66354
20时	88.06326	228.646	270.0202	49.58666
21时	97.65491	242.6892	280.1985	63.289
22时	111.3484	253.8489	295.5656	74.26762
23时	137.4311	263.4402	326.7964	83.77734

3) 阴影面积的计算

在本文中，假设树冠阴影与树冠底部横截面相接，树冠的平均高度 H 为 7 m，底面半径 R 为 3 m。由

$$L_s = H \div \tan(\alpha)$$

$$D_s = 2R \div \tan(\alpha)$$

可知，根据三角形面积公式，树冠阴影面积 S_y 可以表示为：

$$S_y = 0.5 \times L_s \times D_s \text{ [4]}$$

部分计算结果见表 4 阴影面积。

Table 4. Shadow area
表 4. 阴影面积

时\日	3月21日	6月22日	9月23日	12月23日
0时	0	0	0	0
1时	0	0	0	0
2时	0	0	0	0
3时	0	0	0	0
4时	0	0	0	0
5时	0	1045.117	0	0
6时	1935.779	168.5155	1779.628	0
7时	202.8441	57.00716	196.554	10064.07
8时	67.17229	23.67794	65.60561	444.6208
9时	30.84929	10.10019	30.14087	151.8963
10时	17.21107	3.919531	16.76234	85.15335
11时	12.17238	1.419507	11.80925	64.84124
12时	12.17238	1.419507	11.80925	64.84124
13时	17.21107	3.919531	16.76234	85.15335
14时	30.84929	10.10019	30.14087	151.8963
15时	67.17229	23.67794	65.60561	444.6208
16时	202.8441	57.00716	196.554	10064.07
17时	1935.779	168.5155	1779.628	0
18时	0	1045.117	0	0
19时	0	0	0	0
20时	0	0	0	0
21时	0	0	0	0
22时	0	0	0	0
23时	0	0	0	0

3.4. 模型分析

在夏季，太阳高度角一般较大，因此树木的阴影高度 L_s 和阴影面积 D_s 会相对较小；在冬季，太阳高度角较小，因此 L_s 和 D_s 会相对较大；阴影方向 θ 会随着一天中时间的变化而变化，这是由太阳方位角 β 的变化所导致的，从而一天中会出现正午影长最短，日出日落时的影长最长，且上午的影子方向和下午的影子方向呈对称分布的现象；在早晨和傍晚，太阳高度角较小，因此树木的阴影高度会较长；在中午，太阳高度角较大，树木的阴影高度会较短。此太阳高度角和方位角模型的计算结果符合以上所有结论，模型准确。

3.5. 结果分析

1) 太阳高度角在 6 月 22 日和 12 月 23 日分别达到最大值 75.43° 和最小值 29.64° ，对称于正午。正午核桃树树冠在 6 月 22 日受光面积最大，阴影面积最小达 1.42 m^2 ；在 12 月 23 日受光面积最小，阴影面积最大达 64.84 m^2 。

影子长度

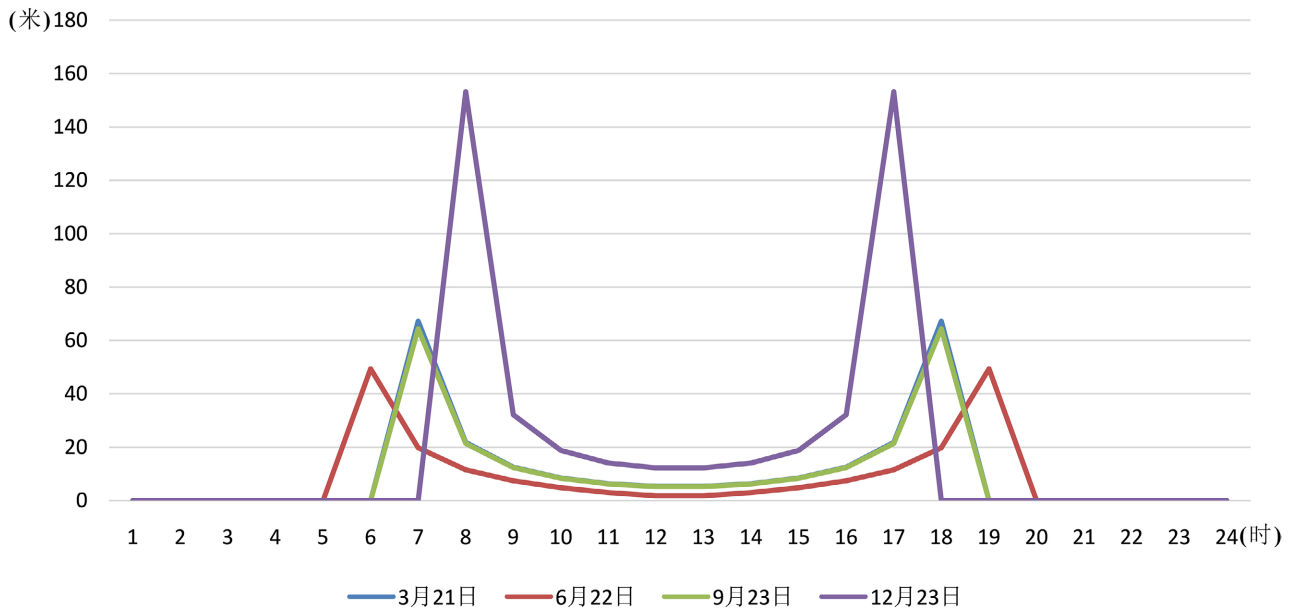


Figure 1. Shadow height

图 1. 阴影高度

阴影面积

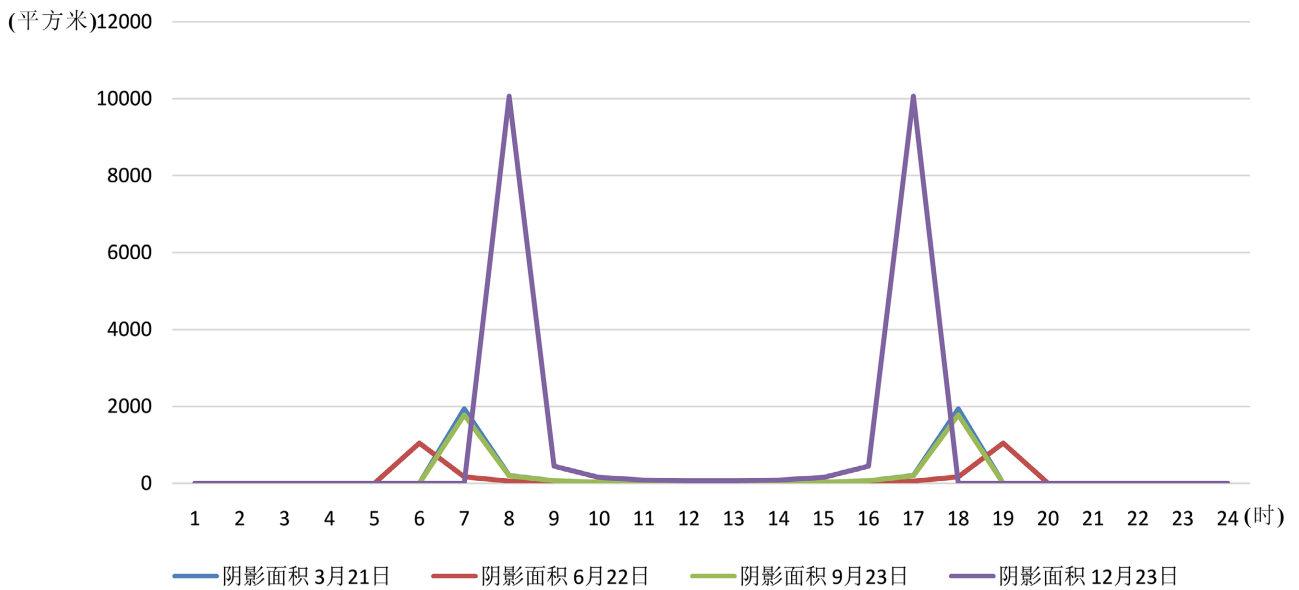


Figure 2. Shadow area

图 2. 阴影面积

2) 在春分、夏至、秋分、冬至四个季节中，太阳的日照时间和影子方向和高度均呈现不同的变化。在不同季节中，影子的方向和高度也有所不同：春分日日照时长为 12 小时，阴影方向呈现东南 - 东北逆时针变化，阴影高度在 11 时~12 时影子高度达最小值 5.33 m，在 6 时、17 时达最大值 67.21 m；夏至日日照时长最长达 14 小时，阴影方向呈现东南 - 东北 - 西北 - 西南逆时针变化，阴影高度在 11 时~12 时

达最小值 1.82 m, 在 5 时、18 时达最大值 49.38 m; 秋分日日照时长为 12 小时, 阴影方向呈现西北 - 西南逆时针变化, 阴影高度在 11 时~12 时达最小值 5.25 m, 在 6 时、17 时达最大值 64.43 m; 冬至日日照时长 10 小时, 达一年中最短, 阴影方向呈现西南 - 东南逆时针变化, 阴影高度在 11 时~12 时达最小值 12.3 m, 在 7 时、16 时达最大值 153.24 m。

3) 阴影高度和面积呈 U 形变化, 与受光面积呈正比, 且随季节变化呈现不同的方向和大小。在一天中, 正午时树冠阴影面积达最小值, 受光面积最大; 在日出、日落时阴影面积达最大值, 受光面积最小。夏至日树冠阴影面积达到最小值, 冬至日达到最大值。由于太阳方位角和太阳高度角的变化, 阴影面积呈现以正午 11~12 时为对称轴, 正午时阴影面积最小, 然后依次向两边呈指数型递增, 太阳转至地平线以下后阴影面积降为 0。春分日每时的阴影面积要高于秋分日每时的阴影面积。见图 1 阴影高度和图 2 阴影面积。

4. 结语

本文对延安地区核桃树的阴影变化情况进行了较为全面的分析。通过使用太阳高度角和方位角模型, 我们能够根据不同日期和时间的输入, 模拟核桃树在不同季节和一天中不同时间的阴影高度和方向。这使得我们能够更好地了解核桃树树冠的受光和遮阴情况。这项研究对于核桃树的种植和管理提供了重要的参考价值, 有助于优化核桃树种植布局和光照条件, 提高核桃的产量和质量, 促进核桃树的健康生长。

5. 基金项目

省级大学生创新创业训练项目(项目编号: S202310719150)。

参考文献

- [1] 刘永朝. 篱式果园冠高与冠形随纬度变化探讨[J]. 农业工程学报, 2006, 22(7): 214-216.
- [2] 贺晓雷, 于贺军, 李建英, 等. 太阳方位角的公式求解及其应用[J]. 太阳能学报, 2008, 29(1): 69-73.
- [3] 王国安, 米鸿涛, 邓天宏, 等. 太阳高度角和日出日落时刻太阳方位角一年变化范围的计算[J]. 气象与环境科学, 2007, 30(1): 161-164.
- [4] 黄晓东, 王玉洁, 石恒华, 等. 树木树冠阴影面积与种植间距的编程计算分析研究[J]. 北京农学院学报, 2013, 28(1): 50-52.