基于正交试验的液体动静压球轴承动态特性 数值分析

卢明明,张俊杰

上海理工大学机械工程学院,上海

收稿日期: 2023年12月14日; 录用日期: 2023年12月28日; 发布日期: 2024年1月29日

摘要

偏心率是衡量轴承性能的关键参数,它描述了轴承内部润滑膜的均匀性和稳定性,为研究轴承工作参数 对轴承的偏心率影响,本文以小孔节流的液体动静压球轴承为研究对象,根据流量连续条件求解出油腔 压力,使用有限差分法离散化Reynolds方程并通过松弛迭代法求解得到无量纲油膜压力,进而得到轴承 承载力,基于液体动静压球轴承转子系统动力学模型并采用欧拉算法计算得到轴承平衡时轴心的位置, 从而求出轴承的偏心率。采用正交试验方法,探究了转速、供油压力、油膜厚度对液体动静压球轴承的 偏心率的影响,对试验结果进行极差分析和方差分析可得:试验条件下,轴承的工作参数对偏心率的影 响从大到小排序依次为:供油压力、转速、油膜厚度,并确定出供油压力为2.5 Mpa、油膜厚度为30 μm、 转速为2500 r/min时,液体动静压球轴承的偏心率最小。

关键词

液体动静压球轴承,正交试验法,偏心率

Numerical Analysis of Dynamic Characteristics of Spherical Hybrid Sliding Bearing Based on Orthogonal Experiment

Mingming Lu, Junjie Zhang

College of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Dec. 14th, 2023; accepted: Dec. 28th, 2023; published: Jan. 29th, 2024

Abstract

Eccentricity is a key parameter to measure the performance of bearings, which describes the un-

iformity and stability of the lubrication film inside the bearings. In order to study the influence of bearing operating parameters on the eccentricity of the bearings, this paper takes the spherical hybrid sliding bearings with small holes throttling as the research object, solves the oil cavity pressure according to the condition of flow continuity, discretizes Reynolds' equations by using the finite difference method, and obtains the dimensionless oil film pressure by solving the method of iterative relaxation, and then obtains the bearing load carrying capacity. Based on the spherical hybrid sliding bearing rotor system dynamics model and Euler's algorithm, the position of the axial center when the bearing is in equilibrium is obtained, so as to find out the eccentricity of the bearing. The orthogonal test method was used to investigate the effects of rotational speed, oil supply pressure and oil film thickness on the eccentricity of the spherical hybrid sliding bearings, and the extreme deviation analysis and variance analysis of the test results showed that under the test conditions, the working parameters of the bearings had the following effects on the eccentricity in descending order: The oil supply pressure, rotational speed, and the thickness of the oil film, and it was determined that the oil supply pressure was 2.5 Mpa, and the thickness of the oil film was 30 µm, When the rotational speed is 2500 r/min, the eccentricity of the spherical hybrid sliding bearing is minimized.

Keywords

Spherical Hybrid Sliding Bearings, Orthogonal Experiment, Eccentricity

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

CC O Open Access

1. 引言

液体动静压球轴承具有高回转精度、高转速、低震动、长寿命等优势,在高速精密机床领域应用 广泛。轴承在工作时,由于受到不同的工作条件影响,轴心与轴瓦中心会产生一定的偏移,两者之间 的偏移距离定义为偏心距。偏心距与轴承内外环半径间隙的比值定义为偏心率,它对轴承的工作状态 有着重要的影响。偏心率小的轴承可以提供更小的定位精度、减轻轴承的振动、降低轴承的磨损、同 时具有更高的极限转速,适用于高速旋转的机床应用。因此,研究轴承的偏心率是很有必要的。对于 轴承的数值分析以及运动特性,许多专家学者已经有了广泛的研究。侯予等针对径向气体轴承的偏心 率在试验中"测不准",提出了一套新的径向气体轴承偏心率理论计算方法[1]。董宁等对水润滑轴承 进行流体润滑数值计算,讨论了转速对轴承偏心率的影响,结果表明,随着转速的增加,轴承的偏心 率减小,较大的偏心率会导致油膜温度的升高,对轴承的工作不利[2]。秦薇等建立了液体动静压球轴 承转子系统动力学模型,通过欧拉算法计算出轴承转子中心轨迹,探究了质量和载荷对转子回转精度 的影响,结果表明,质量的增加和载荷的改变会降低转子的回转精度,即轴承的偏心率会增大[3]。马 文生等建立了滑动轴承基于短轴承的非线性油膜力模型,得出了转速对偏心率的影响规律,结果表明, 在一定范围内随着转速的增加,转子中心会朝着轴瓦中心运动,轴承的偏心率变小,超过这个范围时, 转速对轴承偏心率影响不明显[4]。本文在现有研究的基础上,基于液体动静压球轴承转子系统动力学 模型,使用数值计算方法计算出轴承偏心率的理论值,以轴承的偏心率为试验目标,采用正交试验方 法研究轴承的转速、供油压力、油膜厚度等工作和结构参数对轴承偏心率的影响规律,确定出各因素 的主次顺序以及显著性。

2. 液体动静压球轴承数学计算模型

2.1. 液体动静压球轴承的结构

图 1 所示为其轴系结构,主要由主轴、两个半球轴承、液压供油系统以及冷却系统等部件构成,轴 承在工作时,油泵从油箱中吸取具有一定压力的润滑油,油液经过粗过滤器和精过滤器去除油液中的杂 质和空气,经精过滤器处理过后的油液压力若过大则会经过溢流阀调节降压后流回油箱中,满足油压条 件的油液经过节流器流入油腔中,轴承间隙中形成具有一定承载力的油膜,将半球轴承支撑起来,转子 转动时,油液经轴承间隙流回油箱[5]。



1. 旋转轴 2. 节流器 3. 凹半球 4. 凸半球 5. 油腔 6. 液压回路

Figure 1. Spherical hybrid sliding bearing shaft system structure schematic diagram 图 1. 液体动静压球轴承轴系结构示意图

2.2. 液体动静压球轴承动态特性的计算模型

在不考虑动载荷的作用时,动静压球轴承平衡位置时的位置以及受力情况如图2所示。





图中 e 为偏心距, ω 为逆时针的角速度(rad/s)。由受力分析得, 轴心的运动方程为:

$$\begin{cases} m\ddot{x}(\omega t) = W_{x}(\omega t) \\ m\ddot{y}(\omega t) = W_{y}(\omega t) + mg \end{cases}$$
(1)

上式中:*m*为主轴的质量(kg), Wx、Wy为油膜分力(N), \ddot{x} 和 \ddot{y} 分别为主轴沿 x 与 y 方向的加速度分量(m/s²)。 方程两端同时除以 mh₀ ω^2 ,得到无量纲的运动方程:

$$\begin{cases} \ddot{x}(\tau) = \lambda \overline{W}_{x}(\tau) \\ \ddot{y}(\tau) = \lambda \overline{W}_{y}(\tau) + \frac{g}{h_{0}\omega^{2}} \end{cases}$$
(2)

式中 $\tau = \omega t$, $\lambda = \frac{P_s R^2}{M h_0 \omega^2}$, $\left(\overline{W_x}, \overline{W_y}\right) = \frac{\left(W_x, W_y\right)}{P_s R^2}$ 。

基于简化的纳维 - 斯托克斯方程和无滑移的边界条件建立的球坐标系下的液体动静压球轴承动态无 量纲雷诺方程为:

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(H^{3}\frac{\partial\overline{P}}{\partial\varphi}\right) + \sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\left(H^{3}\sin\theta\frac{\partial\overline{P}}{\partial\theta}\right) = \frac{6\omega\eta R^{2}\sin^{2}\theta}{P_{s}h_{0}^{2}}\frac{\partial H}{\partial\varphi} + \frac{12\omega\eta R^{2}\sin^{2}\theta}{P_{s}h_{0}^{2}}\frac{\partial H}{\partial\tau}$$
(3)

式中: H 为无量纲油膜厚度; \overline{P} 为无量纲油膜压力; R 为轴承半径(m); θ 为轴向角(rad); φ 为周向角(rad); η 为润滑油粘度(Pa·S); Ps 为供油压力(Mpa)。

利用保角变换公式:

$$a = -\ln \tan\left(\theta/2\right) \tag{4}$$

将球面求解域转变为平面求解域[3],求解得到的笛卡尔坐标系下的无量纲雷诺方程为:

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(H^{3}\frac{\partial\overline{P}}{\partial\varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial a}\left(H^{3}\frac{\partial\overline{P}}{\partial a}\right) = \Lambda\left(\frac{2e^{a}}{e^{2a}+1}\right)^{2}\frac{\partial(H)}{\partial\varphi} + 2\Lambda\left(\frac{2e^{a}}{e^{2a}+1}\right)^{2}\frac{\partial(H)}{\partial\tau}$$
(5)

式中: $\Lambda = 6w\eta R^2 / P_s h_0^2$ 。

Reynolds 方程的边界条件为:

$$\begin{cases}
P_r = C \\
\overline{P} = 0 \\
\partial \overline{P} / \partial \varphi = 0
\end{cases}$$
(6)

式中 *P*,为油腔压力,忽略轴承里油腔压力的变化,即油腔内压力处处相等,近似为常数 *C*。使用余弦定理计算得到油膜厚度公式[6]:

$$h = h_0 + x \sin \varphi + y \cos \varphi \tag{7}$$

式中x, y为轴心位置坐标。无量纲化后得到:

$$H = 1 + X\sin\varphi + Y\cos\varphi \tag{8}$$

式中: $X = x/h_0$, $Y = y/h_0$ 。

此轴承的节流器类型为小孔节流器,其流量公式为:

$$Q = k \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2(P_s - P_r)}{\rho}}$$
⁽⁹⁾

式中 k 为流量系数, d 为小孔直径(m), ρ 为油液密度(kg/m³)。

润滑油流入油腔的流量为 *Q_{in}*,流出油腔的流量分别为 *Q*₁、*Q*₂、*Q*₃、*Q*₄,根据润滑油流入油腔的流量与流出油腔的流量相等有:

$$\begin{cases} Q_{\text{out}} = Q_2 + Q_3 + Q_4 - Q_1 \\ Q_{\text{out}} = Q_{\text{in}} \end{cases}$$
(10)

单个油腔的流量示意图如下图 3 所示:



Figure 3. Schematic diagram of oil chamber flow 图 3. 油腔流量示意图

沿着周向(φ)和轴向(a)单位体积的流量公式分别为:

$$\begin{cases} q_{\varphi} = \frac{1}{2}\omega hr^{2} - \frac{h^{3}}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial \varphi} \\ q_{a} = \frac{h^{3}}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial a} \end{cases}$$
(11)

将轴承油腔沿周向展开,得到的展开图如下图4所示:



Figure 4. Schematic diagram of the circumferential expansion of the bearing oil cavity 图 4. 轴承油腔周向展开示意图

对公式(11)进行积分并离散化处理,得到的四个油腔的无量纲流量公式分别为:

$$\begin{cases} \overline{Q}_{1} = \sum_{S1} \left(\Delta \Delta a H_{i-1,j} - H_{i-1,j}^{3} \Delta a \frac{\overline{P}_{i,j} - \overline{P}_{i-1,j}}{\Delta \varphi} \right) \\ \overline{Q}_{2} = \sum_{S2} \left(\Delta \varphi H_{i,j-1}^{3} \frac{\overline{P}_{i,j} - \overline{P}_{i,j-1}}{\Delta a} \right) \\ \overline{Q}_{3} = \sum_{S3} \left(\Delta \Delta a H_{i-1,j} - H_{i-1,j}^{3} \Delta a \frac{\overline{P}_{i,j} - \overline{P}_{i-1,j}}{\Delta \varphi} \right) \\ \overline{Q}_{4} = \sum_{S4} \left(\Delta \varphi H_{i,j-1}^{3} \frac{\overline{P}_{i,j} - \overline{P}_{i,j-1}}{\Delta a} \right) \end{cases}$$
(12)

联立公式(9)、(10)和(12),可求得无量纲油腔压力为:

$$\overline{P}_{r} = 1 - \frac{\rho}{2P_{s}} \left(\frac{\left(\overline{Q}_{2} + \overline{Q}_{3} + \overline{Q}_{4} - \overline{Q}_{1}\right) P_{s} h_{0}^{3}}{3k\pi\eta d_{0}^{2}} \right)^{2}$$
(13)

通过有限差分法将无量纲的液体动静压球轴承雷诺方程整理为差分形式:

$$\overline{P}_{i,j} = \frac{A\overline{P}_{i+1,j} + B\overline{P}_{i-1,j} + C\overline{P}_{i,j+1} + D\overline{P}_{i,j-1} + E}{F}$$
(14)

式中系数 A、B、C、D、E、F 分别表示为:

(

$$A = H_{i+1/2,j}^{3}$$

$$B = H_{i-1/2,j}^{3}$$

$$C = \left(\frac{\Delta\varphi}{\Delta a}\right)^{2} H_{i,j+1/2}^{3}$$

$$D = \left(\frac{\Delta\varphi}{\Delta a}\right)^{2} H_{i,j-1/2}^{3}$$

$$E = -0.5\Lambda\Delta\varphi \left(\frac{2e^{a_{i,j}}}{e^{2a_{i,j}}+1}\right)^{2} \left(H_{i+1,j} - H_{i-1,j}\right) - 2\Lambda\Delta\varphi^{2} \left(\frac{2e^{a_{i,j}}}{e^{2a_{i,j}}+1}\right)^{2} \left(\dot{X}\sin\varphi + \dot{Y}\cos\varphi\right)$$

$$F = A + B + C + D$$
(15)

沿着 X 方向和 Y 方向的无量纲油膜分力分别为:

$$\left. \frac{\overline{W}_{x}}{\overline{W}_{y}} \right\} = \begin{cases} \int_{a_{1}}^{a_{2}} \int_{0}^{2\pi} \overline{P} \sin \varphi da d\varphi \\ \int_{a_{1}}^{a_{2}} \int_{0}^{2\pi} \overline{P} \cos \varphi da d\varphi \end{cases}$$
(16)

2.3. 计算流程

给定轴心的初始位移和速度参数,利用欧拉算法可以求得下一时刻的轴心位置参数,欧拉算法的公 式如下:

$$\begin{cases} \dot{X} \left(\tau + \Delta \tau \right) = \dot{X} \left(\tau \right) + \Delta \tau \ddot{X} \left(\tau \right) \\ X \left(\tau + \Delta \tau \right) = X \left(\tau \right) + \Delta \tau \dot{X} \left(\tau + \Delta \tau \right) \\ \dot{Y} \left(\tau + \Delta \tau \right) = \dot{Y} \left(\tau \right) + \Delta \tau \ddot{Y} \left(\tau \right) \\ Y \left(\tau + \Delta \tau \right) = Y \left(\tau \right) + \Delta \tau \dot{Y} \left(\tau + \Delta \tau \right) \end{cases}$$
(17)

式中 τ 为计算周期, $\Delta \tau$ 为时间步长。轴承的结构和润滑参数如下表1所示。

序号	参数	数值
1	小孔直径 d (m)	0.001
2	轴承半径 R (m)	0.03
3	转子质量 m (kg)	40
4	油液密度ρ(kg/m ³)	820
5	油液粘度 η (Pa·S)	0.004
6	流量系数 k	0.6

Table	e 1. Bearing infrastructure parameters and lubrication parameters
表1.	轴承的结构参数和润滑参数

3. 结果与讨论

3.1. 试验方案

本文采用 4 因素 3 水平正交表 L。(3⁴)来进行正交试验,不考虑因素间的交互作用,具体的因素水平 表如表 2 所示,按照 L₀ (3⁴)正交表分成 9 组试验方案,如表 3 所示。

Table 2. Level value of each factor 2. Lever vuice ^友田素的水平值

表 2. 谷因素的水平	ŕ
-------------	---

水平	A:供油压力 Ps (Mpa)	B: 油膜厚度 C (μm)	C: 转速 N (r/min)
1	2.3	20	2000
2	2.4	25	2500
3	2.5	30	3000

Table 3. Orthogonal experimental design program 表 3. 正交试验设计方案

试验序号	因素 A	因素 B	因素C	误差列 D
1	A1 (2.3)	B1 (20)	C1 (2000)	D1
2	A1 (2.3)	B2 (25)	C2 (2500)	D2
3	A1 (2.3)	B3 (30)	C3 (3000)	D3
4	A2 (2.4)	B1 (20)	C2 (2500)	D3
5	A2 (2.4)	B2 (25)	C3 (3000)	D1
6	A2 (2.4)	B3 (30)	C1 (2000)	D2
7	A3 (2.5)	B1 (20)	C3 (3000)	D2
8	A3 (2.5)	B2 (25)	C1 (2000)	D3
9	A3 (2.5)	B3 (30)	C2 (2500)	D1

分别将九组试验方案中的供油压力、油膜厚度、转速的值输入到程序中,按照图 5 的计算流程可以 得到轴承平衡时的轴心的位置,从而计算轴承的偏心率,轴心偏心率的计算公式如下。

$$\varepsilon = \frac{e}{h_0} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{h_0} \tag{18}$$

结合
$$X = x/h_0$$
, $Y = y/h_0$, 可得偏心率 $\varepsilon = X$ 、 Y 的关系为:
 $\varepsilon = \sqrt{X^2 + Y^2}$
(19)

从图 5 可以读出轴承平衡时 X、Y 的值,通过计算得到不同试验方案下的偏心率如表 4 所示。

Table 4. Eccentricity under different test protocols 表 4. 不同试验方案下的偏心率

试验序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Х	0.7293	0.7391	0.6494	0.6231	0.6389	0.6794	0.5153	0.6982	0.4876
Y	0.03963	0.04916	0.09953	0.03071	0.04701	0.1343	0.01627	0.05788	0.1575
3	0.7304	0.7407	0.6570	0.6239	0.6406	0.6925	0.5156	0.7006	0.5124

九组试验方案的结果如下图 5 所示。





3.2. 极差分析和方差分析

为了得到各参数对于球轴承的偏心率的影响规律,需要对表 4 的结果进行极差分析,极差分析的结

果如表5所示。

	5.01			
数量	А	В	С	D
K ₁	2.1281	1.8699	2.1235	1.8834
K_2	1.957	2.0819	1.877	1.9488
K ₃	1.7286	1.8619	1.8132	1.9815
\mathbf{k}_1	0.70937	0.6233	0.70783	0.6278
k ₂	0.65233	0.69397	0.62567	0.6496
k ₃	0.5762	0.62063	0.6044	0.6605
R	0.13317	0.07334	0.10343	0.0327

Table 5. Eccentricity stochastic analysis
表 5. 偏心率极差分析

其中,K₁、K₂、K₃分别为同一水平试验结果之和;k₁、k₂、k₃分别为K₁、K₂、K₃的均值;R为极差,等于k₁、k₂、k₃中最大值与最小值之差。为了更加直观地观察各因素对球轴承偏心率的影响,比较不同因素水平之间的差异,以因素的水平为横坐标、球轴承的偏心率为纵坐标画出因素水平和指标的趋势图,如图 6 所示。



Figure 6. Trend charts of factor levels in relation to indicators 图 6. 因素水平与指标关系趋势图

极差 R 反映了因素在水平波动时,该试验指标的变化幅度,极差越大,表示该因素对试验结果影响 越大,也就是最主要的因素[7]。从表 5 和图 6 可以看出,对球轴承偏心率的影响的主次顺序为 A (供油 压力)、C (转速)、B (油膜厚度)。试验中的第 9 组数据得到的球轴承偏心率最小的因素水平组合为 A₃B₃C₂。 即在供油压力为 2.5 Mpa、油膜厚度为 30 μm、转速为 2500 r/min 时的球轴承偏心率最小。

极差分析仅仅可以简单、直观的判断主要、次要因素,而方差分析相对于极差分析具有许多优势, 特别适用于比较多个组之间的差异,同时提供了更多有关差异性质的信息和统计显著性。为了更准确的 进行误差分析,来考察、判断各个因素的影响是否显著,对上述数据进行方差分析,方差分析的结果如 表 6 所示。

表 6. 偏心率方差分析							
方差来源	平方和	自由度	方差	F 值	P 值		
因素 A	0.027	2	0.013	16.102	0.058		
因素 B	0.010	2	0.005	6.240	0.138		
因素C	0.018	2	0.009	10.763	0.085		
因素 D (误差)	0.002	2	0.001				

Table 6 Analysis of variance for accontricity

F 值是判断各因素是否对响应变量有显著影响的重要依据,F 值越大则说明因素对响应变量的影响越 显著[8]。从上表可以看出,供油压力对球轴承的偏心率的影响最为显著,其次是转速,然后是油膜厚度。 因此在实际生产中,为了减小球轴承的偏心率要合理选择球轴承工作时的供油压力、转速和油膜厚度。

4. 结语

偏心率是衡量轴承性能的重要参数,对轴承的工作状态有着重要的影响,偏心率较小的轴承系统可 以提供更小的定位精度、减轻轴承的振动、减少摩擦和磨损,适用于高速旋转的机床应用。本文以小孔 节流的液体动静压球轴承为研究对象,通过数值计算方法求解雷诺方程,同时结合动力学方程,对液体 动静压球轴承的偏心率进行计算。并将供油压力、油膜厚度、转速作为试验的因素,每个因素设定三个 水平,进行正交试验,对试验的结果进行了极差分析和方差分析。得到的结论如下:

(1) 控制供油压力、工作转速、油膜厚度等工作和结构参数可以有效的调整液体动静压球轴承的偏心 率,从而提高其性能和稳定性。

(2) 正交试验的结果表明:供油压力为 2.5 Mpa、油膜厚度为 30 um、转速为 2500 r/min 时,液体动 静压球轴承的偏心率最小。

(3) 通过对试验结果进行极差分析和方差分析,得出了各因素对液体动静压球轴承偏心率的影响主次 顺序和显著性。在试验条件下,供油压力对轴承偏心率的影响最为显著,其次是转速,然后是油膜厚度。 因此,在设计液体动静压球轴承时,应重点考虑和控制供油压力的大小。

本研究为液体动静压球轴承偏心率的数值求解提供了一种计算思路,同时也为相关领域的工程实践 提供了有价值的参考和指导。未来的研究可以进一步探讨其他因素对轴承偏心率的影响,并结合实际工 程应用进行验证和优化,以推动液体动静压球轴承在高速精密机床领域的进一步发展和应用。

参考文献

- [1] 侯予,孙烨,黑丽民,王秉琛,陈纯正. 橡胶圈加稳径向气体轴承偏心率和偏位角的特性研究[J]. 润滑与密封, 2005(2): 14-16+54.
- [2] 董宁, 王优强, 刘前, 黄兴保. 新型水润滑轴承材料的流体润滑性能分析[J]. 润滑与密封, 2016, 41(5): 23-26+33.
- [3] 秦薇, 沈景凤, 朱锐, 程攀, 薛浩, 薛伟强. 液体动静压球轴承轴心运动轨迹研究[J/OL]. 润滑与密封: 1-9. http://kns.cnki.net/kcms/detail/44.1260.TH.20230216.1620.002.html, 2023-02-17.
- [4] 马文生, 陈照波, 焦映厚, Kirk, R.G. 转速数对滑动轴承动力学系数影响研究[J]. 振动与冲击, 2014, 33(5): 8-13.
- [5] 周羿好, 沈景凤, 陈雨飞. 基于小孔节流的液体动静压球轴承界面滑移下的承载性能分析[J]. 机械强度, 2022, 44(3): 641-648.
- [6] 马金奎, 路长厚, 陈淑江. 瞬变载荷作用下滑动轴承轴心轨迹计算仿真[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(1): 6-10+94.
- [7] 雷祖磊,张相,孙振龙,刘晓燕,赵琛杰,周俊虎,焦峰.基于 CFD 模拟和正交试验设计的弯头磨损研究[J].能 源工程, 2022, 42(1): 7-11.
- [8] 李云雁, 胡传荣. 试验设计与数据处理[M]. 北京: 化学工业出版社, 2007: 176-178.