

Valence Electrons of Metals Moveable but Free

Zishan Yu

Agriculture Committee, Xuzhou
Email: yuzs1963@sina.com

Received: Sep. 6th, 2013; revised: Oct. 2nd, 2013; accepted: Oct. 14th, 2013

Copyright © 2013 Zishan Yu. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract: After analyzing the flaws of the free electron theory of metals, it is considered that the theory transgresses against some basic laws of physics and that its scientific rationality is worth to be discussed further. By re-studying electric power, the laws of resistance force and power dissipation of electron motioning in metals are revealed and their equations are established respectively. Based on the new equations, an original viewpoint that metallic valence electrons are moveable but motioning randomly at high speeds is proposed and proved. Furthermore, the viewpoint that electrons' motion in metals follows the Newton laws strictly is demonstrated. The new cognitions show particularly important significances. They will greatly extend the application of the classical mechanics laws in the microscopic field, destabilize the foundation of the free electron theory and a series of the theories which are on the basis of the free electron theory and produce a series of original theories.

Keywords: Metal; Free Electron; Electric Field; Motion; Mechanics; Newton Law; Power

金属价电子具有可移动性但不是自由电子

余子山

徐州市农委, 徐州
Email: yuzs1963@sina.com

收稿日期: 2013年9月6日; 修回日期: 2013年10月2日; 录用日期: 2013年10月14日

摘要: 本文分析金属自由电子论的瑕疵, 认为自由电子论与诸多物理学基本规律相违背, 其科学合理性值得商榷。论文深入研究金属电功率, 发现电子在金属中运动的阻力和能耗的一般规律, 并建立电子运动阻力方程与功耗方程。论文提出并论证“金属价电子具有可移动性, 不是高速无规则运动的自由电子”的原创性认识, 还进一步论证了“电子在金属中运动严格遵循牛顿定律”的观点。本文的创新认识, 具有特别重要的意义: 拓展了经典力学规律在微观领域的应用, 动摇了金属自由电子论, 以及建立在自由电子论基础上的一系列理论的基石, 促进学界对相关理论的重新认识, 将催生一系列原创性的新理论。

关键词: 金属; 自由电子; 电场; 运动; 力学; 牛顿定律; 功率

1. 引言

金属具有热、电良导体等诸多特性。物理学理论认为: 金属的这些特性由自由电子决定, 围绕自由电子建立了诸多理论, 如经典机制的 Drude 自由电子论、量子机制的 Sommerfeld 自由电子论等, 这些理论合

理解了金属导热、导电、热容量等问题。自由电子论的观点被学界普遍接受, “金属中充满高速无规则运动的自由电子”已成为基本常识。

但是, 自由电子论与诸多物理学基本规律相违背, 其科学合理性值得商榷。本文认为, 电子在金属

中运动(除特别声明外,本文中电子“运动”均指移位运动,速度为0表示电子绕核运动,而不是静止不动)存在阻力,克服阻力运动必须消耗能量。提出并论证“金属价电子仅具有可移动性,不是也不可能是高速无规则运动的自由电子,电子在金属中运动严格遵循牛顿定律”等原创性观点。

2. 自由电子论的瑕疵

2.1. 超高的自由电子气体压强

根据自由电子理论,金属体积为 V , 自由电子数为 N , 浓度为 $n = \frac{N}{V}$, 费米能量为 μ_0 , 自由电子内能为 U , 玻尔兹曼常数为 k 。则温度为 T 的条件下, 自由电子气体的压强 P 为:

$$P = \frac{2}{3} \cdot \frac{U}{V} = \frac{2}{5} n \mu_0 \left[1 + \frac{5}{12} \pi^2 \left(\frac{kT}{\mu_0} \right)^2 \right] \geq \frac{2}{5} n \mu_0 \quad (1)^{[1]}$$

一般金属的费米能级 $\mu_0 \sim eV$, 自由电子浓度 $n \sim 10^{28}/m^3$, 金属内部自由电子气体压强将高达 $P \sim 10^{10} \text{ pa} \sim 10^5 \text{ atm}$ 。如此巨大的自由电子气体压强是否存在, 金属表面抵抗自由电子气体压强的机制是什么, 如何用科学的方法检测自由电子气体压强等问题, 并没有令人信服的答案。

但是, 作为反例汞金属却可以证明, 所谓的金属自由电子气体压强客观上不存在。汞金属的费米能级和自由电子浓度分别为:

$$\mu_0 = 7.13 \text{ eV}, n = 8.65 \times 10^{28} / m^3 \quad [2]$$

根据(1)式汞金属内部自由电子气体压强将高达:

$$P > 3.9 \times 10^{10} \text{ pa} \approx 3.9 \times 10^5 \text{ atm}$$

然而客观事实是, 汞金属质量密度 ρ , h 高汞柱产生的压强为 $P_{Hg} = \rho gh$, 从未论及自由电子气体的压强问题。证明汞金属内部只有原子重量引起的压强, 自由电子压强客观上不存在。

2.2. 自由电子高速无规则运动不消耗能量

根据自由电子论, 自由电子在金属中高速无规则运动。若电子质量为 m , 费米动量为 $p_0 = \sqrt{2m\mu_0}$, 那么自由电子的平均速度 \bar{v} 为:

$$\bar{v} > \frac{3}{4} \cdot \frac{p_0}{m} = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{2\mu_0}{m}} \quad (2)^{[1]}$$

以铜为例, $\mu_0 = 1.1 \times 10^{-18} \text{ J}$, 电子质量 $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 。自由电子无规则运动平均速度高达 $\bar{v} > 10^6 \text{ m/s}$ 。

阻力总是与运动方向相反, 起阻碍运动的作用, 无论是直流电还是交流电, 通过金属导体都消耗电功率, 证明电子在金属中运动存在阻力, 克服阻力运动必须消耗能量。断开电源, 电流立刻停止, 说明没有外界能量补充, 电子在金属中的运动无力为继。自由电子在金属原子间高速无规则运动(交流电电子平均位移为0, 可视为特殊的无规则运动), 没有阻力不消耗能量, 无疑是“无米之炊”, 既不合乎逻辑, 也不符合物理学规律作用的一致性原则。后面将证明, “金属价电子无规则运动速度不存在”的自主认识。

2.3. 电流通过不同金属界面没有“能差效应”

根据自由电子论, 在温度不很高的条件下, $kT \ll \mu_0$ 成立。金属中自由电子平均能量 $\bar{\epsilon}$ (参见(1)式)为:

$$\bar{\epsilon} = \frac{3}{5} \mu_0 \left[1 + \frac{5}{12} \pi^2 \left(\frac{kT}{\mu_0} \right)^2 \right] \geq \frac{3}{5} \mu_0 \quad (3)$$

不同金属的费米能级 μ_0 不同, “自由电子”在不同金属中能量 ($\bar{\epsilon}$) 的大小不等, 两种金属接触如图 1 所示, 自由电子穿越界面其能量将发生突变。根据能量守恒定律, 必然从外界吸收能差 $|\epsilon_1 - \epsilon_2|$ 以补充不足, 或者对外界释放多余的能量 $|\epsilon_1 - \epsilon_2|$, 在界面处产生焦耳热之外的吸热或放热现象——“能差效应”。

若电子电量 e , t 时间内通过界面的电量 q , 电流

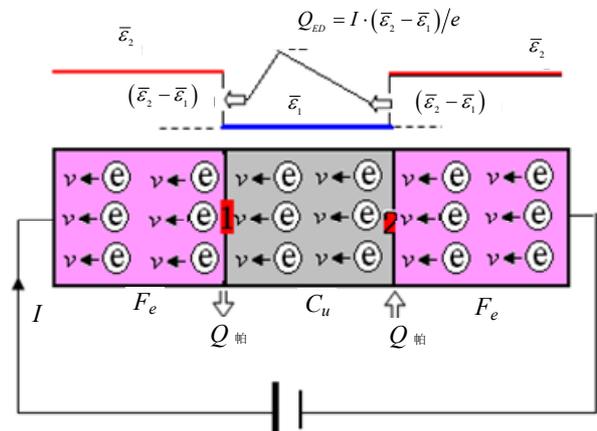


Figure 1. Find no energy difference effect in interfaces
图 1. 界面未发现能差效应

强度 $I = \frac{q}{t} = \frac{e}{t} \cdot \frac{q}{e}$, t 时间内通过金属界面的电子数为

$\frac{q}{e}$, 界面处吸收或释放的“能差效应”用功率表示为

Q_{ED} :

$$Q_{ED} = \frac{1}{t} \cdot \frac{q}{e} (\bar{\varepsilon}_2 - \bar{\varepsilon}_1) = I \cdot \frac{(\bar{\varepsilon}_2 - \bar{\varepsilon}_1)}{e} \geq I \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{\mu_{02} - \mu_{01}}{e} \quad (4)$$

(4)式的能差效应十分显著。以铜、铁金属为例, 费米能量分别为:

$$\mu_{Cu} = 7.00 \text{ eV}, \quad \mu_{Fe} = 11.1 \text{ eV}$$

根据(4)式, 若电流强度为 1 安培, 电流经过铜铁界面时, 在界面处应当释放或吸收功率 Q_{ED} 为:

$$Q_{ED} \geq I \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{\mu_{02} - \mu_{01}}{e} = 1 \times 2.5 = 2.5 \text{ W}$$

如图 1 所示, 在界面 1 处, 自由电子由铜穿越界面到铁, 应吸收能差 Q_{ED} ; 在界面 2 处自由电子由铁穿越界面到铜, 应释放能差 Q_{ED} 。(4)式自由电子“能差效应”远比帕尔贴效应^[3]显著。然而, 电流经过铜铁界面, 发现帕尔贴效应(在界面 1 处放热, 在界面 2 处吸热, 与自由电子的“能差效应”相反), 却没有发现自由电子的“能差效应”。据此本文认为, 自由电子的无规则运动能量($\bar{\varepsilon}$)不存在, 自由电子的“能差效应”不存在。

2.4. 原子实弹射自由电子

同性电荷斥, 异性电荷相吸, 是电荷相互作用的基本规律。根据 Drude 自由电子模型, 如图 2 所示, 带负电的、高速无规则运动的自由电子(蓝色标识), 与带正电的原子实(红色标识)频繁“碰撞”, 碰撞结果是原子实弹射自由电子使之远离自己, 而不是捕获自由电子使之围绕自己运动。显然违背了异性电荷相互吸引的基本规律。

2.5. 自由电子论不断发展原因

无论是经典机制的自由电子论, 还是量子机制的自由电子论, 都与诸多物理学基本规律相违背。然而, 自由电子论得以确立并不断发展, 且在自由电子观念基础上建立了许多理论, 形成相对独立的理论体系, 有其客观合理性。

一是自由电子论及相关理论, 都在某一方面或几

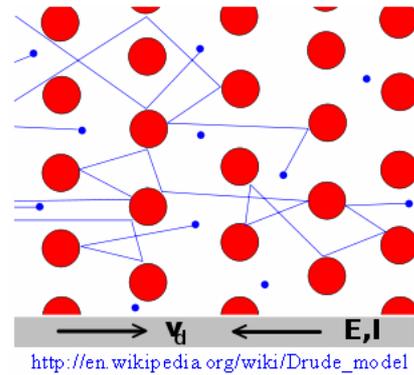


Figure 2. Drude model of free electrons
图 2. Drude 自由电子模型

个方面合理地解释了金属的特有属性, 或有效地解决一些实践的问题。如 Drude 自由电子论合理解释了金属导电问题, Sommerfeld 自由电子论有效地解释了金属热容量问题等。二是与自由电子的高速无规则速度的相关结论, 大多是观念性的结论而不涉及应用。如无规则运动速度、自由电子平均能量、自由电子气体压强、费米能级等都是观念。即使有些应用研究涉及这些观念, 但是这些观念并没有真正进入应用的范

围。如自由电子论关于电导率的结论是: $\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$, ^[4]

τ 是相邻两次碰撞的平均时间, 由平均自由程与平均无规则运动时间决定, 似乎与无规则运动速度紧密相关。但是, 根据欧姆定律, 可得电导率为:

$$\sigma = \frac{1}{A} \cdot \frac{dq}{dt} \cdot \frac{dx}{dV}$$

A 是导体界面, V 电压, 显然 σ 与无规则运动速度并无关系。有效避免或掩盖了“高速无规则速度”引起的各种矛盾。三是自由电子论的应用, 都是价电子的可移动性和定向运动速度 v_d 实现, 与高速无规则运动速度无关。如导电问题, 根据自由电子论的观点, 自由电子运动速度是高速无规则运动速度 v_r 上叠加一个微小的定向运动速度 v_d , 即 $v = v_r + v_d$, 但电流密度 $j = nev_d$, 与无规则运动速度无关, 讨论电功率则避开了无规则运动速度 v_r 消耗能量的问题等。

应当肯定, 自由电子论合理地解释了金属的特有属性或解决了许多实践问题, 诸多方面闪烁着真理的光芒, 如 Drude 电子运动方程在很大程度上揭示了电子(定向)运动规律, 这些无疑是伟大的创造。但是, 不可否认自由电子论存在明显的局限性, 从多个角度观察、用联系的观点看自由电子论, 矛盾便显露出来,

如前面分析的若干局限性。自由电子论的真理性值得商榷，有待进一步发展完善。下文将论证，“金属价电子仅具有可移动性但不是自由电子，金属中电子运动遵循牛顿定律”的自主创新观点，与自由电子论争鸣。

3. 电子在金属中运动阻力与能耗

3.1. 金属价电子静态形式绕原核运动

金属中价电子运动形式有两种：一是固有运动(静态形式)。即电子围绕原子核运动，电子固有运动不受阻力的作用，无须消耗能量能够长期维持固有运动状态。本文认为，价电子静态形式是围绕原子核运动，不消耗能量。二是移位运动。电子摆脱原子核束缚，在不同原子间运动，电子移位运动存在阻力，克服阻力运动必须消耗能量。自由电子论中，价电子无规则运动属于移位运动的范畴。

3.2. 金属中电子运动阻力方程

如图3所示，在电场强度 E 的作用下， t 时间内 N 个电子逆电场方向移位运动，移位运动速度 $v = \frac{d}{t}$ ，距离为 d ，电流强度为 $I = \frac{Ne}{t}$ ，电压为 U 。电源为电子运动提供动力，输入功率为：

$$P = IU = \frac{Ne}{t} \cdot Ed = N \cdot eE \cdot \frac{d}{t} = N \cdot eE \cdot v \quad (5)$$

金属导体截面 S ，电阻率为 ρ ，电阻为 $R = \rho \frac{d}{S}$ ，载流电子的浓度为 $n = \frac{N}{S \cdot d}$ 。则电子克服阻力运动所消耗的功率为：

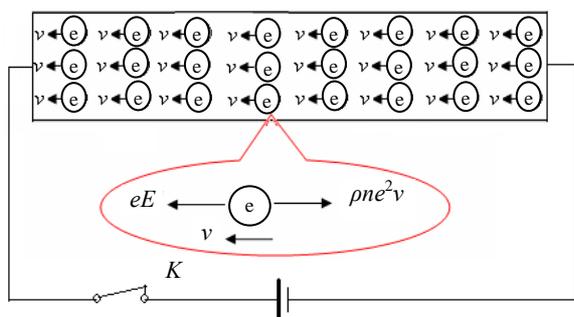


Figure 3. Mechanics law of electron motion
图3. 电子在金属中运动的力学规律

$$P = I^2 R = \left(\frac{Ne}{t} \right)^2 \cdot \rho \frac{d}{S} = N \rho e^2 \cdot \frac{N}{Sd} \cdot \left(\frac{d}{t} \right)^2 \quad (6)$$

$$= N \rho e^2 \cdot n \cdot v^2 = N \cdot \rho n e^2 v \cdot v$$

(5)式、(6)式数量上相等，反映了电源输入功率 IU ，与电子克服阻力运动所消耗的功率 $I^2 R$ 相等的客观事实，是能量守恒定理的具体体现。比较(5)式与(6)式，可得电子在金属中运动所受阻力的大小为：

$$f = \rho n e^2 v \quad (7)$$

电子在金属中运动阻力，用矢量表示为：

$$f = -\rho n e^2 v \quad (7')$$

(7)式表明：电子在金属中运动所受阻力大小 f ，与电子的移位运动速度 v 成正比，阻力方向与电子运动方向相反。

特别指出，(7)式、(7')式电子移位运动阻力方程，虽然由电功率推导得到，但它摆脱了电的特殊形式，反映了电子在金属中运动阻力的一般规律，只与运动有关，而与电场无关，无论是有规则的定向运动，还是无规则的随机运动，也不管是何种原因引起的电子运动都普遍适用。

如图3所示的电子运动系统，本文的看法与自由电子论的观点显著不同。Drude 自由电子论认为：在稳恒电场 E 作用下，电子运动为力学非平衡系统。若电子动量为 p ，两次碰撞平均时间为 τ ，则电子运动方程为：

$$\frac{dp}{dt} = eE - \frac{p}{\tau} \quad (8)^{[4]}$$

而本文认为，在稳恒电场 E 作用下，电子运动为力学平衡系统，电场对电子施加的动力为 eE ，金属对电子运动产生阻力 $f = \rho n e^2 v$ ，两者大小相等方向相反(暂稳态时间极短暂，见下文)，电子运动处于力学平衡状态。

实际上，(8)式中 $\frac{p}{\tau} = \rho n e^2 v$ ，结果与(7)式、(7')式一致，只是(8)式以“价电子高速无规则运动”观念为基础， p 是两次相邻碰撞时间内积累的定向动量，应用范围限制在 $(0 \sim \tau)$ 时间内。本文放弃“价电子高速无规则运动”观念，认为价电子静态运动是绕核运动，具有可移动性质，(7)式、(7')式是电子移位运动阻力，对任意移位运动普遍适用。

3.3. 金属中电子运动功耗

根据(5)式, 金属中可移动电子在外电场作用下发生移位运动, 电源为每个电子的移位运动提供动力, 功率 p_E 大小:

$$p_E = \frac{IU}{N} = e\mathbf{E} \cdot \mathbf{v} = eE\mathbf{v} \quad (9)$$

(9)式表明: 对电子而言, 电场力推动电子移位运动的功率 $eE\mathbf{v}$, 数值上等于动力 $e\mathbf{E}$ 点乘运动速度 \mathbf{v} 的基本规律仍然适用。(9)式本质是(5)式电源输入功率的微观电子形式。

根据(6)式, 每个电子克服阻力运动消耗的功率 p 大小为:

$$p = \frac{I^2 R}{N} = \rho n e^2 \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = \rho n e^2 v^2 \quad (10)$$

(10)式表明, 金属中电子移位运动, 克服阻力做功所消耗的功率 p , 与运动速度的平方成正比。同时表明: 电子运动消耗的功率 $\rho n e^2 v^2$, 数值上等于阻力 $\rho n e^2 \mathbf{v}$ 点乘运动速度 \mathbf{v} 的基本规律仍然适用。(10)式本质是(6)式电阻消耗功率(焦耳热)的微观电子形式。

特别指出, (10)式电子克服阻力移位运动所消耗的功率, 虽然由电功率推导得到, 但它摆脱了电的特殊形式, 反映了电子在金属中克服运动阻力所消耗功率的一般规律, 只与运动有关, 而与电场无关, 无论是有规则的定向运动, 还是无规则的随机运动, 也不管是何种原因引起的电子运动都普遍适用。

自由电子论认为, 金属价电子高速无规则运动(属于移位运动范畴)没有阻力, 不消耗能量能够长期保持高速无规则运动状态。而本文认为, 金属中价电子移位运动存在阻力 $\rho n e^2 \mathbf{v}$, 克服阻力运动必须消耗能量, 功耗为 $\rho n e^2 v^2$, 没有外界补充能量, 无规则运动不可能长期保持。这是本文认识与自由电子论观点矛盾的焦点, 或最根本的区别。

4. 金属价电子不是自由电子

4.1. 价电子高速无规则运动速度不存在

假设金属中价电子为自由电子, 且自由电子无规则运动速度为 \mathbf{v}_{ri} , 电场作用下定向运动速度为 \mathbf{v}_{di} , 那么任意时刻自由电子总是以 $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{ri} + \mathbf{v}_{di}$ 合速度运动。根据(10)式, 金属中电子运动消耗的总功率应为:

$$\begin{aligned} \sum p_i &= \sum \rho n e^2 v_i^2 = \sum \rho n e^2 (\mathbf{v}_{di} + \mathbf{v}_{ri}) \cdot (\mathbf{v}_{di} + \mathbf{v}_{ri}) \\ &= \sum \rho n e^2 (v_{di}^2 + v_{ri}^2 + 2\mathbf{v}_{ri} \cdot \mathbf{v}_{di}) \end{aligned}$$

由于 \mathbf{v}_{ri} 是无规则运动速度, 对于考察的电子群体而言, 矢量 $\sum \mathbf{v}_{ri} = \mathbf{0}$, 但是标量 $\sum v_{ri}^2 \neq 0$ 。因此上式为:

$$\sum p_i = \sum \rho n e^2 v_{di}^2 + \sum \rho n e^2 v_{ri}^2 = P_d + P_r \quad (11)$$

(11)式中第一项 $P_d = \sum \rho n e^2 v_{di}^2$, 是维持自由电子定向运动状态所消耗的功率, 其宏观形式即(6)式 $P = I^2 R$ 电功率。

(11)式中第二项 $P_r = \sum \rho n e^2 v_{ri}^2$, 是维持自由电子无规则运动所消耗的功率。我们对它做进一步处理:

$$\begin{aligned} \frac{P_r}{V} &= \frac{1}{V} \sum \rho n e^2 v_{ri}^2 = \frac{1}{V} \cdot \frac{2}{m} \rho n e^2 \cdot \sum \frac{m}{2} v_{ri}^2 \\ &= \frac{1}{V} \cdot \frac{2}{m} \rho n e^2 \cdot \frac{3}{5} N \mu_0 \left[1 + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\mu_0} \right)^2 \right] \\ &\geq \frac{6}{5} \cdot \frac{\rho n^2 e^2}{m} \mu_0 \end{aligned} \quad (12)$$

上式中 μ_0 为费米能量, 并应用了内能关系式:

$$\sum \frac{1}{2} m v_{ri}^2 = \frac{3}{5} N \mu_0 \left[1 + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\mu_0} \right)^2 \right] \geq \frac{3}{5} N \mu_0$$

(12)式表明, 若金属中价电子为自由电子, 且自由电子服从 Fermi-Summerfield 规律, 那么单位体积必须消耗 $\frac{P_r}{V} \geq \frac{6}{5} \cdot \frac{\rho n^2 e^2}{m} \mu_0$ 的巨大功率, 才能维持金属中自由电子的高速无规则运动状态。

以铜为例, $\mu_0: 7.00 \text{ eV}$, 295 K 时 $\rho = 1.70 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, $n = 8.47 \times 10^{28} / \text{m}^3$ 。如果无规则运动速度存在, 那么根据(12)式, 为维持铜金属中自由电子无规则运动状态, 单位体积铜金属必须消耗功率:

$$\frac{P_r}{V} \geq 4.63 \times 10^{24} \text{ W/m}^3$$

实际的金属没有消耗 $\frac{P_r}{V} \geq \frac{6}{5} \cdot \frac{\rho n^2 e^2}{m} \mu_0$ 功率。因此, 本文认为价电子的无规则运动速度 \mathbf{v}_{ri} 客观上不存在, 即金属价电子不是高速无规则运动的自由电子。

从逻辑的角度看, 一个自由电子以 $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{ri} + \mathbf{v}_{di}$ 合速度运动, 金属只对定向运动分速度 \mathbf{v}_{di} 产生阻碍作

用, 需要消耗功率 $p_d = \rho ne^2 v_d^2$, 才能维持定向运动状态; 而对无规则运动分速度 v_r 不产生阻碍作用, 不消耗功率 $p_r = \rho ne^2 v_r^2$, 能够长期保持高速无规则运动状态, 不合乎逻辑, 缺乏科学的、严谨的证明。

(7)和(10)式从微观层次反映, 电子在金属中移位运动所受阻力和能耗的一般规律, 只要电子发生移位运动, 无论是有规则的定向运动, 还是无规则的随机运动, 都存在阻力 $f = \rho ne^2 v$, 克服阻力运动必须消耗功率 $p = \rho ne^2 v^2$ (超导状态 $\rho = 0$ 例外)。

4.2. 没有外界能量补充“自由电子”无规则运动不能维持

由于电子在金属中运动存在阻力, 克服阻力运动需要消耗能量, 如果没有外界源源不断地补充能量, 那么金属中的“自由电子”即使有很高的初速度, 经过很短暂的时间、运动很小的路程, 自由电子的运动能量将消耗殆尽, 不能维持高速无规则运动状态。

设想: 金属中某个自由电子的初速度为 v_0 , 根据(7)式分别计算该电子无规则运动的持续时间和最大运动路程 l_{\max} 。

4.2.1. 无规则运动持续时间

定义: 新的物理量——暂稳态时间常数 τ , 单位是 s, 数量为:

$$\tau = \frac{m}{\rho ne^2} \quad (13)$$

暂稳态时间常数 τ 的物理意义: 是电子在金属中运动, 由一种稳定态向另一种稳定态过渡的时间。根据(13)式, 暂稳态时间常数完全由金属材料的性质决定。与电子运动以及引起电子运动的外界因素, 如速度、电场等无关。对于金属而言, 暂态时间常数 τ 很小, 即两个稳态之间的过渡时间十分短暂。以铜为例, 295 K 时 $\rho = 1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$, 载流电子浓度 $n = 8.47 \times 10^{28} / m^3$, $\tau \approx 2.5 \times 10^{-14} s$ 。

特别说明, 尽管(13)式暂态时间常数, 与 Drude 自由电子论的“自由电子相邻两次碰撞平均时间”完全相同, 但是两者的物理意义显著不同。

没有外电场的作用, 根据(7)式电子运动方程为:

$$f = -\rho ne^2 v = ma = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow -\frac{dt}{\tau} = \frac{dv}{v}$$

求解微分方程, 并把 $t = 0, v = v_0$ 初始条件代入, 可得:

$$v = v_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (14)$$

根据(14)式, 电子即使有很高的初速度, 在没有外界能量补充的条件下, 无规则运动速度以指数规律衰减, 在极短的时间内迅速衰减为 0, 成为围绕某个原子核运动的束缚电子。以铜为例, 电子运动初速度为 $10^6 m/s$, 根据(14)式, 经过 $10^{-12} s$ 后该电子的无规则运动速度为:

$$v = v_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = 10^6 \cdot \exp\left[-\frac{10^{-12}}{2.5 \times 10^{-14}}\right] \approx 4.3 \times 10^{-12} m/s$$

即一个初速度为 $10^6 m/s$ 的运动电子, 经过 10^{-12} 秒的短暂时间后, 该电子无规则速度已衰减为 $4.3 \times 10^{-12} m/s$, 实际为 0, 退化为围绕某个原子实运动的束缚电子。

4.2.2. 无规则运动最大路程 l_{\max}

根据(7)式有:

$$f = -\rho ne^2 v = -\rho ne^2 \frac{dl}{dt} = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow dl = -\tau dv$$

上式积分得:

$$l_{\max} = \int dl = -\tau \int_{v_0}^0 dv = \tau v_0 \quad (15)$$

即一个初速度为 v_0 的电子, 在没有外界能量补充的条件下, 在金属中最大运动路程为 τv_0 。以铜为例, 运动电子的初速度为 $10^6 m/s$ 。根据(15)式, 该电子无规则运动的最大路程为:

$$l_{\max} = \tau v_0 = 2.5 \times 10^{-14} \times 10^6 = 2.5 \times 10^{-8} (m)$$

(14)式、(15)式表明, 由于金属对电子运动的阻力作用, 价电子即使有很高的无规则运动初速度, 也只能持续很短暂的时间, 运动很小的距离, 电子移位运动能量就消耗殆尽, 无力维持高速无规则运动, 退化为围绕原子核运动的束缚电子。

根据(12)、(14)、(15)三式, 本文认为: 金属中价电子的特殊性, 仅仅是具有可移动性, 在外力的作用下消耗一定的能量, 克服运动阻力做功, 可以移位运动, 但不是也不可能是高速无规则运动的自由电子。

一般情况下，金属中价电子只能围绕原子核运动。金属的导电、导热过程，价电子所起的作用仅仅是电荷或能量传输的“搬运工”。

金属自由电子论，没有看到电子在金属中运动受到 $f = -\rho ne^2 v$ 的阻力作用，克服阻力运动必须消耗 $p = \rho ne^2 v^2$ 功率，这是自由电子论产生认识误差的根源。“金属中充满自由电子，自由电子以极大的速度无规则运动”的观点，是美丽的错误。

5. 金属中电子运动遵循牛顿定律

5.1. 稳恒电场作用下 金属中电子的运动规律

如图 3 所示，在 $t = 0$ 时刻闭合电源开关，我们研究电子的运动规律。设：金属中电场强度为 E ，价电子运动速度为 v ，则运动电子受两个力的作用：一个是电场对电子的作用力(动力)，另一个是金属对运动电子的阻力，两者方向相反。根据牛顿第二定律以及(7')式结论，电子运动方程为：

$$eE - \rho ne^2 v = ma = m \frac{dv}{dt} \quad (16)$$

求解微分方程，并把 $v_0 = 0$ (电子绕核运动)初始条件代入可得：

$$v = \frac{E}{\rho ne} \left[1 - \exp\left(-\frac{\rho ne^2}{m} t\right) \right] \quad (17)^{[5]}$$

把 $\tau = \frac{m}{\rho ne^2}$ 代入上式得：

$$v = \frac{E}{\rho ne} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (17')$$

电子运动加速度和所受合力分别为：

$$\begin{cases} a = \frac{dv}{dt} = \frac{E}{\rho ne\tau} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = \frac{eE}{m} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \\ F = ma = eE \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \end{cases} \quad (18)$$

一般金属 $\tau: 10^{-14} \sim 10^{-13}$ s， $\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ 在不到 10^{-12} 秒的时间内快速衰减为 0。稳恒电场作用下，电场强度、电子运动速度、加速度与时间关系如图 4 所示。

如果忽略极短暂的不稳定过程，那么(17)式、(18)

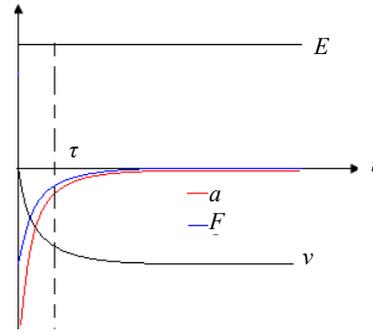


Figure 4. The laws of an electron motion in a DC field
图 4. 稳恒电场作用下电子运动规律

式可以简化为：

$$\begin{cases} v \approx \frac{E}{\rho ne} \\ a = 0 \\ F = 0 \end{cases} \quad (19)$$

(19)式表明：通常情况下金属中电子运动速度(即电流)，与电场强度的关系，近似为即时关系。

稳恒电场作用下金属中电子的运动机理：电场作用力 eE 推动价电子加速运动，而金属对电子运动产生 $\rho ne^2 v$ 的阻力；速度增大，阻力增大，当 $\rho ne^2 v = eE$ 时，电子处于力学平衡状态，以 $v = \frac{E}{\rho ne}$ 匀速运动。

电子从 $v_0 = 0$ 到 $v = \frac{E}{\rho ne}$ 不稳定过程时间 τ 小于 10^{-12} 秒，忽略短暂的暂态过程，电场和电流可以认为即时关系。

实际上，Drude 电子(定向)运动方程(8)式，与(16)式完全一致，只是理论基点不同，导致对电子定向运动规律认识的显著差异。Drude 理论认为，自由电子在高速无规则运动基础上叠加一个微小的定向运动，电子在两次碰撞期间，积累定向动量，电子与原子实碰撞，定向运动动量突变为 0，电子定向运动以 τ 周期的跳跃^[4]。

若 $t = 0$ 时刻电路由闭合状态断开，电场由 E 突变为 0，此时 $v_0 = \frac{E}{\rho ne}$ 。根据(7')式和牛顿定律，电子运动方程为：

$$-\rho ne^2 v = ma = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{E}{\rho ne} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (20)$$

即电场消失，电子移位运动速度以极快的速度衰减为0，成为绕核运动的束缚电子。

稳恒电场作用下，电子微观运动严格遵循牛顿定律。

5.2. 交变电场作用下 金属中电子的运动规律

图3中，若电源为角频率为 ω 的交流电源，即电场强度为 $E \sin \omega t$ 。根据(7')式和牛顿定律，电子运动力学方程为：

$$eE \sin \omega t - \rho n e^2 v = ma = m \frac{dv}{dt} \quad (21)$$

解(21)式微分方程，并把 $\tau = \frac{m}{\rho n e^2}$ 以及 $v_0 = 0$ 初始条件代入可得：

$$v(t) = \frac{E}{\rho n e} \frac{1}{\sqrt{1+(\tau\omega)^2}} \left[\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \sin \varphi + \sin(\omega t + \varphi) \right]$$

$$= \frac{eE\tau}{m\sqrt{1+(\tau\omega)^2}} \left[\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \sin \varphi + \sin(\omega t + \varphi) \right] \quad (22)^{[5]}$$

其中， $\text{tg} \varphi = -\tau\omega$ 。

一般金属 $\tau: 10^{-14} \sim 10^{-13}$ s。对于 $\omega \ll 10^{13}$ /s的“低频”交变电场， $\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ 在 10^{-12} 秒之内快速衰减为0。

因此，稳定后(22)式退化为：

$$v(t) = \frac{eE\tau}{m\sqrt{1+(\tau\omega)^2}} \tau \sin(\omega t + \varphi)$$

考虑 $\text{tg} \varphi \approx \varphi = -\tau\omega \rightarrow 0^-$ ，那么稳定后电子运动速度可以近似表达为：

$$v(t) = \frac{eE}{m} \cdot \tau \sin(\omega t + \varphi) = \frac{eE}{m} \cdot \tau \sin(\omega t - \omega\tau) \quad (23)$$

(23)式表明，交变电场作用下，金属中电子运动与电场同频振动。

电子运动加速度 $a(t)$ 为：

$$a(t) = v'(t)$$

$$= \frac{eE\tau}{m\sqrt{1+(\tau\omega)^2}} \left[\left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \sin \varphi + \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi) \right]$$

经过极短暂的过渡时间 τ ，忽略小量，稳定后电

子运动加速度为：

$$a(t) = \frac{eE\tau\omega}{m} \cos(\omega t + \varphi) = \frac{eE\tau\omega}{m} \cos(\omega t - \omega\tau) \quad (24)$$

电子所受的合力：

$$F = ma = \frac{eE\tau}{\sqrt{1+(\tau\omega)^2}} \times \left[\left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \sin \varphi + \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi) \right]$$

经过极短暂的过渡时间 τ ，忽略小量，稳定后运动电子所受合力为：

$$F = eE\tau\omega \cdot \cos(\omega t + \varphi) = eE\tau\omega \cdot \cos(\omega t - \omega\tau) \quad (25)$$

(23)、(24)、(25)式表明，交变电场作用下，金属中电子运动速度、加速度、电子所受合力，均与电场同频振荡。交变电场作用下，电子运动规律如图5所示。

从上面分析可以看出，在交变电场的作用下，金属中电子运动也严格遵循牛顿定律。

可见，无论是稳恒电场还是交变电场的作用下，牛顿定律依然支配着金属价电子微观运动过程。物理学理论认为，经典力学不再适用的观点值得商榷。

本文的主要看法，与自由电子论相应的观点比较，归纳如表1所示。

6. 小结

综上所述，本文得出若干重要结论：电子在金属中运动存在阻力，金属价电子不是也不可能是高速无规则运动的自由电子。在没有外力的作用下，金属价电子的运动形式是围绕原子核运动(静态运动、固有运动)。金属价电子具有可移动特性，在外力作用下消耗一定的能量可以发生移位运动。电子在金属中运动严格遵循牛顿定律，并没有超越经典力学作用的范围。

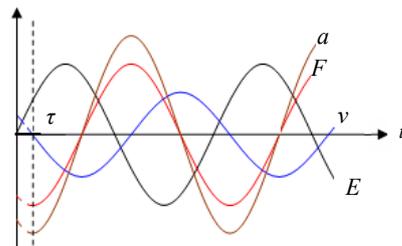


Figure 5. The laws of an electron motion in a AC field
图5. 交变电场作用下电子运动规律

Table 1. The viewpoints in this paper VS. the viewpoints of free electron theory
表 1. 本文看法与自由电子论观点比较

序号	比较项目	自由电子论观点	本文看法
1	价电子特殊性	摆脱原子核束缚，在金属体积内高速无规则运动	可移动性，移位运动存在阻力，必须消耗能量
2	无外力作用 价电子静态运动	高速无规则运动，平均速度： $\bar{v} > \frac{3}{4} \cdot \frac{p_0}{m} = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{2\mu_0}{m}}$	围绕原子核运动，移位运动速度为 0
3	电子运动功耗	定向运动消耗焦耳热，无规则运动不消耗能量	移位运动速度 v ，消耗功率： $p = \rho ne^2 v^2$
4	价电子压强	自由电子气体压强巨大： $P > \frac{2}{5} n \mu_0$	绕核运动，不存在自由电子气体压强
5	价电子能量	自由电子具有高能量，平均能量 $\bar{\epsilon} > \frac{3}{5} \mu_0$	价电子绕核运动，不是独立内能单元，原子为内能最小计量单元
6	时间常数： $\tau = \frac{m}{\rho ne^2}$	自由电子相邻两次碰撞平均时间	电子运动由一种稳态向另一种稳态过渡的时间
7	价电子运动规律	超越牛顿定律适用范围，在 τ 时间内电子（定向运动） 力学规律： $\frac{dp}{dt} = eE - \frac{p}{\tau}$	严格遵循牛顿定律，移位运动方程： $eE - \rho ne^2 v = m \frac{dv}{dt}$

本文的创新认识，具有特别重要的意义。一是发现电子在金属中运动的阻力和能耗规律，并建立阻力方程和能耗方程，为进一步创新研究、扩大创新成果提供了新的理论与工具。二是重新确立经典力学对金属中电子运动的支配地位，拓宽了经典力学在微观领域的应用范围。三是动摇了自由电子论及其相关理论的基石，促进学界对相关理论的重新认识，必将催生一系列原创性的新理论，涌现一批创造新理论的大师。

7. 致谢

感谢硕士生导师、空军后勤学院高全仁教授，博士生导师、后勤指挥学院林孝诚教授、王宗喜教授等，他们赋予我智慧的双眼，辩证的思维方法和自主创新的能力。感谢后勤指挥学院 02 级全体博士生，在共同的学习生活中，鼓励和鞭策我不断自主创新，给予诸多有益的启迪。感谢我的孩子、中南林业科技大学硕士研究生余泽华同学，质疑被学界普遍接受的名家

理论绝非易事，每次心生彷徨时，他总是赞美我的学术观点“充满智慧的光芒”，给我以继续努力的信心和力量。感谢我的妻子吴锦伟女士对我学术研究的一贯支持。感谢《现代物理》等学术期刊的编辑，他们为我学术观点的传播提供机会和平台。感谢徐州市农业委员会市场与经济信息处处长葛光明、主任科员鹿林，他们良好的品德修养、孜孜不倦的学习精神、一丝不苟的工作态度是我学习的榜样。感谢网络平台，它是我不断获取新知识的主要途径。

参考文献 (References)

- [1] 汪志诚 (1980) 热力学·统计物理. 人民教育出版社, 北京, 275-278.
- [2] <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/tables/fermi.html#c2>
- [3] 梁灿彬, 秦光戎, 梁竹健 (1982) 电磁学. 高等教育出版社, 北京, 254-255.
- [4] Drude model. http://en.wikipedia.org/wiki/Drude_model
- [5] 四川大学数学系高等数学教研室 (1978) 高等数学(第一册). 人民教育出版社, 北京, 214-218.