**Modern Physics** 现代物理, 2016, 6(3), 19-37
Published Online May 2016 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/mp
http://dx.doi.org/10.12677/mp.2016.63003

# The Quality of *G* Complex

**Yiying Guan[1], Tianyu Guan[2]**

[1]Meteorological Bureau of Heilongjiang Province, Harbin Heilongjiang
[2]University of Toronto, Toronto Ontario
Email: guanyiying@163.com

Received: Apr. 5th, 2016; accepted: Apr. 23rd, 2016; published: Apr. 26th, 2016

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

## Abstract

**All physical quantities in the natural world can be expressed by complex numbers, in which the real part and virtual part together form an entity of contradiction. In detail, the real part is not only opposite but also interlinked to the virtual part and they can achieve mutual transformation. In a complex mass, the real part (real mass) embodies the particle (fermion) property of a substance, while the virtual part (virtual mass) embodies the wave (boson) property. Furthermore, the virtual property and entity property of mass lay a foundation for the theory of wave-particle duality. In addition, virtual substance is a main source to produce dark matter. The real part presents with a Riemann geometric space when expanded, which reflects the curvature property of the space-time, while the virtual part presents with a Roche geometric space when expanded, which reflects the torsion property of the space-time. Roche space takes speed as radius and its limited radius is the speed of light.**

## Keywords

**Complex Mass, Real Mass, Virtual Mass, Rest Mass, Dynamic Mass, Real Mass Field, Virtual Mass Field**

# *G*复质量论

**关屹瀛[1]，关天钰[2]**

[1]黑龙江省气象局，黑龙江 哈尔滨
[2]多伦多大学，安大略 多伦多
Email: guanyiying@163.com

收稿日期：2016年4月5日；录用日期：2016年4月23日；发布日期：2016年4月26日

文章引用：关屹瀛，关天钰. *G* 复质量论[J]. 现代物理, 2016, 6(3): 19-37. http://dx.doi.org/10.12677/mp.2016.63003

## 摘 要

**自然界的任何物理量都是复数的。复数的实部和虚部构成了既对立又统一且相互转化的矛盾统一体。复质量的实部(实质量)体现物质的粒子性(费米子)特性，虚质量体现物质的场的波动性(玻色子)特性，虚物质是暗物质的主要来源。质量的虚实属性是任何物质都具有波粒二象性的根源。实部展开的空间为黎曼几何空间，反映了时空的弯曲特性；虚部展开的空间为罗氏几何空间(即速度空间)，反应的是时空的扭曲特性。罗氏空间是以速度为半径的，它的极限半径是光速。**



## 关键词

**复质量，实质量，虚质量，静质量，动质量，实质量场，虚质量场**


## 1. 引言

在二十世纪有两大理论，一个是量子力学，另一个就广义相对论。量子力学通过引入带虚单位 $i$ 的能量和动量算符来替换经典的能量和动量,实现了量子化(即复数化)，从而得到了迅速发展，并不断被实验证实。

1915 年爱因斯坦发表了广义相对论，并获得了巨大成功，随后的水星近日点进动、光线在引力场中弯曲等实验奠定了其巅峰地位。然而，这一正确是相对的，是局部的，是有限的。广义相对论的最大不足是只考虑空间的曲率，没有考虑空间的挠率。目前，只有广义相对论还没有最后量子化(复数化)。近些年发展起来的扭量理论就是在整体宏观上复数化进行了尝试，取得了一些成绩。

本文采用第一规范变换 $\psi \to \psi e^{i\theta}$ 来实现引力的规范化[1] (即复数化)，得到了很多新结果。

## 2. *G* 复质量

质量规范化有：

$$\hat{m} = m_r + i m_x = |m| e^{i\theta} = |m|(\cos\theta + i\sin\theta) |m| \sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}} - i|m| \frac{v_r}{c} \tag{2.1}$$

($|\ |$代表模值，即该物理量的最大值，最大值为常数，不代表绝对值。)

复质量分为实部(实质量)和虚部(虚质量)，实质量也叫静止质量，虚质量也称动质量。

实质量(静质量)，体现了物质的粒子(费米子)特性；虚质量(动质量)，它正比于物质的速度，体现了物质的场的波动性(玻色子)特性，是暗物质的主要来源。这就是任何物质都具有波粒二象性的根源。实质量展开的空间为黎曼几何空间，虚质量展开的空间为罗氏几何空间(即速度空间)，罗氏空间是以速度为半径的,它的极限半径是光速。任何物质都是由实物质和虚物质这两个既对立又统一且相互转化的矛盾体构成。

令上式实虚部相等有：

$$m_r = |m| \sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}} \tag{2.2}$$

$$m_x = |m| \left( -\frac{v_s}{c} \right) = -|m| \times \frac{v_r}{c} \tag{2.3}$$

所以有：

$$m = m_r - i \frac{p_r}{c} \tag{2.4}$$

其共轭复数为：

$$m^* = m_r + i\frac{p_r}{c} \tag{2.5}$$

其平方为：

$$m^2 = \left(m, m^*\right) = m_r^2 + \frac{\left(|m| \times v_r\right)^2}{c^2} \tag{2.6}$$

粒子质量的摸 $|m|$ (即总质量)是个不变量，而 $m_r$ 和 $m_x$ 是随 $v_r$ 的变化而变化。即：当 $v_r = 0$ $m_r = |m|; m_x = 0$；当 $v_r = c$ $m_r = 0; m_x = -|m|$；就是说，当物体速度为零时，粒子实质量(静止质量)最大，等于总质量；当物体运动速度增大时其静质量会越来越小，虚质量会越来越大，但质量的模(即轨道总质量)是不变的量。当物体达到光速时，粒子的静质量为零，当大于光速运动时，原来的静质量将以负的形式存在了，即变成自己反物质。这也解释了陀螺旋转时变轻的原因(运动的物质其静质量随速度的增大而减小)。复质量的引入消除了物质近光速运动时带来的质量无穷大的发散问题。

**证明 2.1 式。**

**根据光学理论有：**

$$E = fh = mc^2 \tag{2.7}$$

上式 $h$ 普朗克常数、$c$ 真空光速(常数)，因 $f$ 是频率，是变量，所以 $m$ 也应是可变量。因光子的静质量为零，因此这里的质量 $m$ 应是动质量(或虚质量) $im_x$。

所以，上式应该写为：

$$fh = im_x c^2 \tag{2.8}$$

把 $f = \frac{\omega}{2\pi}$ 代入上式，得：

$$im_x = \frac{\omega h}{2\pi c^2} \tag{2.9}$$

$G$ 虚(动)质量定理：动质量的本质就是角频率乘上一个常数。

根据复质量定义有：

$$|m|^2 = m_r^2 + m_x^2 \tag{2.10}$$

将(2.8)带入(2.9)式得：

$$m_r = |m|\sqrt{1 - \frac{\omega^2 h^2 i^2}{4\pi^2 c^4 |m|^2}} = |m|\sqrt{1 - \frac{i^2 h^2 \omega^2 4\pi^2 c^4}{4\pi^2 c^4 h^2 |\omega|^2 i^2}} = |m|\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{|\omega|^2}} = |m|\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \tag{2.11}$$

上式就是爱伊斯坦质量速度方程(意义与爱因斯坦质量速度不同)，该式说明：把质量规范化是正确的方法。

## 3. *G* 复质量场强度(质量加速度)

因 $\beta = \pi + \theta$ (见图 1)有：

$$\hat{E} = E_r + iE_x = |E|\left(\cos\beta + i\sin\beta\right) = -|a|\left(\cos\theta + i\sin\theta\right) = -|a|\sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}} + i|a| \times \frac{v_r}{c} \tag{3.1}$$

所以

$$E_r = -|E|\cos\theta = -|a|\sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}} = -E_j = -a_r \tag{3.2}$$

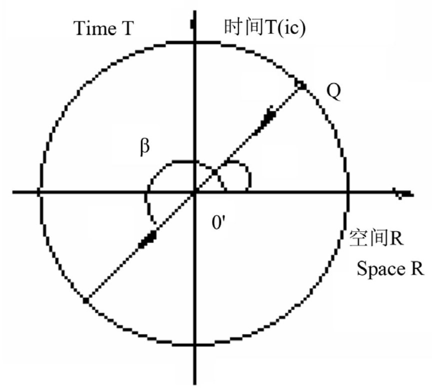


**Figure 1.** *G* complex space-time acceleration
**图 1.** *G* 复时空加速度

因

$$E_x = -|E|\sin\theta = |a|\times\frac{v_r}{c} = r\omega^2\times\frac{v_r}{c} = r\omega\times\frac{cv_r}{rc} = \omega\times v_r \tag{3.3}$$

将(3.2)(3.3)式带入(3.1)有：

$$E = a = -a_r + i|a|\times\frac{v_r}{c} = -a_r + i\omega\times v_r \tag{3.4}$$

(即 $\omega = \dfrac{|a|}{c}$ 为虚质量(动质量)场感应强度， $E_d = \omega\times v_r$ 为虚质量(动质量)场强度。)

另外有：

$$E^2 = E_r^2 + E_x^2 \tag{3.5}$$

当 $v_r = 0$； $E_r = |E|$； $E_x = 0$

$$v_r = c；\ E_r = 0；\ E_x = -|E|$$

说明：当物体的运动速度等于零时，实(静)质场为最大，虚(动)质场为零；当速度达到光速时，实质场为零，虚质场为负的绝对值最大。变化的实质场产生变化的虚质场，变化的虚质场又会产生实质场，因此实虚质量场将在宇宙中产生质量波(引力波)，实质场、虚质场、波动方向三者是相互垂直的，所以质量波是横波。

## 4. *G* 复质量力

设在复平面上有两个物体 $m_1m_2$， $m_1$ 在坐标原点处， $m_2$ 在 $Q$ 点处以近光速运动。

根据牛顿万有引力定律：

$$F = G\frac{m_1m_2}{s^2} \tag{4.1}$$

把上式规范化(复数化)得：

$$\hat{F} = |F|e^{i\beta} = \left|\frac{GMm}{s^2}\right|e^{i\beta} \tag{4.2}$$

因为： $\beta = \pi + \theta$，(见图 1)，

所以有：

$$\hat{F} + i\breve{F} = -G\left|\frac{m_1m_2}{s^2}\right|(\cos\theta + i\sin\theta) \tag{4.3}$$

上式为 $G$ 复质量力公式。

结合 $G$ 复时空理论有：

$$F_r + iF_x = -G\left|\frac{m_1 m_2}{s^2}\right|\left(\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}} - i\frac{v_r}{c}\right) \tag{4.4}$$

( $v_r$ 为物体在时空中运动的速度在空间中的投影，即在实空间内测得的物体运动速度。)

上式为 $G$ 复质量力速度公式。上式实部为：

$$F_r = -G\left|\frac{m_1 m_2}{s^2}\right|\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}} \tag{4.5}$$

上式为 $G$ 实质量力速度公式。

虚部为：

$$F_x = G\frac{|m_1 m_2| \times v_r}{s^2 c} = \frac{a}{c} m_2 \times v_r = \frac{s\omega^2}{c} m_2 \times v_r = m_2 \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_r \text{；} \tag{4.6}$$

( $\omega$ 为物体自传的角频率)。

上式为虚质量力即科里奥利力。

当 $v_r = 0$ 有 $F_r = -m_{2j} g$ ； $F_x = 0$ 。

当 $v_r = c$ 有 $F_r = 0$ ； $F_x = mv_r \times \omega$ 。

当 $v_r > c$ 有 $F_r$ 将为虚值(等价于负值)由原来的引力变为斥力。

说明：当物体运动速度为零时，实质量力最大，虚质量力为零；当物体运动速度为光速时，实质力将为零，虚质力最大，此时，物体不受空间实质力作用；当物质以超光速运动时，原来实空间里存在的万有实质力将变为万有斥力。这样就解释了为什么静(实)质量为零的光子在经过大质量物体的周围时被改变方向(静质量为零的光子不再受静质量力的影响，速率不会再增加，但还受动(虚)质量力的影响，动质量场会改变光子的运动方向)。当物体运动速度为零时，$G$ 静质量万有引力公式将变为牛顿万有引力公式：科里奥利力只改变物体运动的方向，不改变运动速率的大小。该力使粒子产生螺旋运动。

有：

$$F^2 = \left(F, F^*\right) = F_r^2 + F_x^2 = \left(G\frac{m_1 m_{2r}}{s^2}\right)^2 + \left(m\omega \times v_r\right)^2 \tag{4.7}$$

上式也可写成：

$$F^2 = \left(m_2 g\right)^2 + \left(m_2 \omega \times v_r\right)^2 \tag{4.8}$$

上式即为 $G$ 复时空质量力的方程。

如果两个粒子距离足够小，则根据测不准原理，其动量将足够大，即粒子运动速度接近光速，所以有：

$$F_r = -G\left|\frac{m_1 m_2}{s^2}\right|\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}} = \frac{0}{0} = k \tag{4.9}$$

复质量力的引入消除了引力的无穷大。

## 5. *G* 经典质量场方程[2]

类比麦克斯韦方程组，则有以下 $G$ 经典质量场方程组：

$$\begin{aligned}&\nabla\cdot\varepsilon E_r=\rho_0\\&\nabla\cdot\mu E_x=0\\&\nabla\times E_r=-\frac{\mu\partial E_x}{c\partial t}\\&\nabla\times E_x=j_0+\frac{\varepsilon\partial E_r}{c\partial t}\end{aligned}\tag{5.1}$$

($\varepsilon,\mu$ 分别为非真空实质场常数和非真空虚质场常数，$E_r$ 为实(静)质量场强度，$E_x$ 为虚(动)质量场强度。上组方程中，单看实质量场和虚质量场之间不对称，但是，将实质量场和虚质量场的点积和叉积分别相加则实质量场和虚质量场就基本对称了。即：

$$\hat{E}_r=\nabla\cdot\varepsilon E_r+\nabla\times E_r=\rho_0-\frac{\mu\partial E_x}{c\partial t}\tag{5.2}$$

$$\hat{E}_x=\nabla\cdot\mu E_x+\nabla\times E_x=j_0+\frac{\varepsilon\partial E_r}{c\partial t}\tag{5.3}$$

把物质场采用时谐场复数表示后[3]，其时间导数为：

$$\frac{\partial E(r,t)}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\left[E(r)\mathrm{e}^{-i\omega t}\right]=-i\omega E(r,t)\tag{5.4}$$

所以有导数算子：

$$\frac{\partial}{\partial t}\to i\omega\tag{5.5}$$

所以有：

$$\nabla\cdot\varepsilon E_r=\rho_0\tag{5.6}$$

$$\nabla\cdot\mu E_x=0\tag{5.7}$$

$$\nabla\times E_r=i\omega\mu E_x\tag{5.8}$$

$$\nabla\times E_x=j_0-i\omega\varepsilon E_r\tag{5.9}$$

(5.6)与(5.8)相加构成一个静质场复矢量，

$$\hat{E}_r=\nabla\cdot\varepsilon E_r+\nabla\times E_r=\rho_0+i\omega\mu E_x\tag{5.10}$$

(5.7)与(5.9)相加构成动质场复矢量：

$$\hat{E}_x=\nabla\cdot\mu E_x+\nabla\times E_x=j_0-i\omega\varepsilon E_r\tag{5.11}$$

(5.9)(5.10)方程组可以看作 $G$ 经典质量场方程组的复数表达形式。

根据上式，可以说：静质量场的旋度就是动质量场；动质量场的旋度就是静质量场。可以把 $j_0$ 看作动质量场的源。

我们定义一个 $G$ 算符：

$$\triangleleft=\nabla\cdot+\nabla\times\tag{5.12}$$

($\triangleleft$ 读作左三角，$\nabla$ 为拉普拉斯算符。)

该算符把一个矢量转化为复矢量。

例如静电场：

$$\triangleleft E_r=\nabla\cdot E_r+\nabla\times E_r\tag{5.13}$$

上式中 $k=\varepsilon$ 。

## 6. G 质量场张量

定义 G 质量场张量如下：

$$M_{uv}=\begin{bmatrix} 0 & E_{r1} & E_{r2} & E_{r3} \\ -E_{r1} & 0 & -\mu E_{x3} & E_{x2} \\ -E_{r2} & \mu E_{x3} & 0 & -\mu E_{x1} \\ -E_{r3} & -\mu E_{x2} & \mu E_{x1} & 0 \end{bmatrix}=-M_{uv} \tag{6.1}$$

则有：

$$divM_{uv}=\nabla\cdot M_{uv}=j_u \tag{6.2}$$

( $j_u=\rho_0 U_u$ ， $\rho_0$ 为静止质量密度。)

$$curlM_{uv}=\nabla\times M_{uv}=0 \tag{6.3}$$

即：

$$\lhd M_{uv}=\nabla\cdot M_{uv}+\nabla\times M_{uv}=j_u \tag{6.4}$$

上式为 G 质量张量方程组。

## 7. G 复时空张量速度方程[4]

能量动量张量为：

$$T_{uv}=\begin{bmatrix} \omega & s_1/c & s_2/c & s_3/c \\ cg_1 & T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ cg_2 & T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ cg_3 & T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \tag{7.1}$$

( $\omega$ 为能量密度， $s_j$ 为能流密度 $c$ ， $g_i$ 为动量密度矢量， $T_{ij}$ 为三维空间应力张量。)

由于物质密度引起的体积加速度的“牛顿期望值” $-4\pi GT_{uv}t^a t^b\delta V$ 等价于由时空曲率引起的体积加速度效应[5] $R_{ab}t^a t^b\delta V$ 。

所以有：

$$R_{uv}=-4\pi GT_{uv} \tag{7.2}$$

做规范变换(复数化)，得 G 复时空张量方程：

$$|R_{uv}|e^{i\theta}=-4\pi G|T_{uv}|e^{i\theta} \tag{7.3}$$

写成三角形式为：

$$\widehat{R}_{uv}+i\breve{R}_{uv}=-4\pi G|T_{uv}|(\cos\theta+i\sin\theta) \tag{7.4}$$

( $\widehat{R}_{uv}$ 为李奇张量实部， $\breve{R}_{uv}$ 为李奇张量虚部， $\widehat{T}_{uv}$ 为能量动量张量实部， $\breve{T}_{uv}$ 为能量动量张量虚部， $\theta$ 为时空角。)

根据 G 复时空理论有： $\cos\theta=\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}$ ； $\sin\theta=-\frac{v_r}{c}$ 带入(7.4)式。

令 $|T_{uv}|=T$ ( $T$ 为能量动量张量的迹，在整个时空内为一个常数)，所以有 G 复时空张量速度方程：

$$\widehat{R}_{uv}+i\breve{R}_{uv}=-4\pi GT\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}+iT\frac{4\pi Gv_r}{c} \tag{7.5}$$

上式左边第一项反应了时空曲率，第二项反应了时空挠率；右边第一项为实能量动量张量，它产生引力，它使时空弯曲，使粒子加速(减速)，第二项为虚能量动量张量，使时空扭曲，反应空间挠率，该项形成暗能量，暗物质，它产生科里奥利力，使粒子旋转。

上式实部有：

$$\widehat{R}_{uv}=-4\pi GT\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}\text{。} \tag{7.6}$$

上式为 $G$ 实时空张量速度方程。

虚部相等得 $G$ 虚时空张量速度方程：

$$\breve{R}_{uv}=4\pi GT\frac{v_r}{c} \tag{7.7}$$

说明：物体的运动速度影响引力，从而影响空间的曲率。当速度为零时，其物体引力绝对值最大，其造成的时空曲率也最大，此时挠率为零；当物体运动时，静质量逐渐减小，引力也减小，其空间曲率也逐渐开始变小，此时挠率在逐渐增大；当运动速度为光速时，其物体静质量为零，其引力也为零，其时空曲率此时也为零，此时挠率绝对值最大为 $k\left|T_{uv}\right|$。当物体的运动速度超过光速时，时间和空间项符号反转，时间和空间对易，即时间项变为空间项，空间项变为时间项。

## 8. *G* 复时空张量质量方程

根据 $G$ 复时空理论，

因 $\beta=\pi+\theta$

即 $a=a_r+ia_x=|a|(\cos\beta+i\sin\beta)=\frac{c^2}{r}\left[\cos(\pi+\theta)+i\sin(\pi+\theta)\right]=-\frac{c^2}{r}(\cos\theta+i\sin\theta)$ (8.1)

上式实部相等有： $a_r=-\omega^2|r|\cos\theta=-\frac{c^2}{|r|}\cos\theta$。

即：

$$\cos\theta=-\frac{a_r r}{c^2} \tag{8.2}$$

$$\sin\theta=\sqrt{1-\frac{a_r^2\left|r^2\right|}{c^4}} \tag{8.3}$$

由等效原理有：

$$a_r=g=G\frac{M_r}{r^2} \tag{8.4}$$

($g$ 为重力加速度，$G$ 为万有引力常数，$M_r$ 为实质量。)

所以有：

$$\cos\theta=-\frac{GM_r}{rc^2} \tag{8.5}$$

即：

$$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\frac{G^2M_r^2}{r^2c^4}} \tag{8.6}$$

将(8.5)(8.6)带入(7.4)式有：$G$ 复空间张量质量方程。即：

$$\hat{R}_{uv}+i\breve{R}_{uv}=-kT\frac{GM_r}{rc^2}+ikT\sqrt{1-\frac{G^2M_r^2}{r^2c^4}} \tag{8.7}$$

上式实部相等有：

$$\hat{R}_{uv}=-kT\frac{GM_r}{rc^2} \tag{8.8}$$

上式为 $G$ 实空间张量质量方程。

虚部相等有：

$$\breve{R}_{uv}=-iT\sqrt{1-\frac{G^2M_r^2}{r^2c^4}} \tag{8.9}$$

上式为 $G$ 虚空间张量质量方程。

说明：当静质量 $M_r$ 为零时，实引力为零，导致时空曲率为零，但科里奥利力不为零，其挠率也不为零，等于 $-kT$；当 $M=\pm\frac{rc}{G}$，引力最强，空间曲率绝对值最大，此时挠率为零。

## 9. G 质量场度规

把时空间隔规范化得：

$$d\hat{s}=|ds|e^{i\theta}=|ds|(\cos\theta+i\sin\theta) \tag{9.1}$$

平方得：

$$d\hat{s}^2=|ds^2|\left[\left(2\cos^2\theta-1\right)+i2\sin\theta\cos\theta\right] \tag{9.2}$$

上式为 $G$ 复线元。根据 $G$ 复时空能理论得：

$$d\hat{s}^2+id\breve{s}^2=\left|-c^2dt^2+dr^2\right|\left[\left(1-\frac{2v_r^2}{c^2}\right)-i2\frac{v_r}{c}\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}\right] \tag{9.3}$$

上式为 $G$ 复时空速度线元公式。上式实部相等有：

$$d\hat{s}^2=-c^2\left(1-\frac{2v_r^2}{c^2}\right)dt^2+\left(1-\frac{2v_r^2}{c^2}\right)dr^2 \tag{9.4}$$

上式为 $G$ 实空间速度线元。

$G$ 实空间速度度规为：

$$\hat{g}_{uv}=\begin{bmatrix}-c^2\left(1-\frac{2v_r^2}{c^2}\right) & 0\\ 0 & 1-\frac{2v_r^2}{c^2}\end{bmatrix} \tag{9.5}$$

当速度等于零时，

$$\widehat{g}_{uv}=\begin{bmatrix}-c^2 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \tag{9.6}$$

当粒子运动速度等于光速时：

$$\widehat{g}_{uv}=\begin{bmatrix}c^2 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix} \tag{9.7}$$

上式说明，度规与空间速度呈抛物线关系，当物体运动速度为零时，其空间度规最大，为标准度规。当物体运动时，度规发生变化，变为非标准度规。说明，速度影响度规。当速度为光速时变为真空场度规。如 $G$ 复时空度规速度图。

令(9.3)的虚部相等有 $G$ 虚时空速度线元：

$$d\breve{s}^2=\left|-c^2dt^2+dr^2\right|\left[-2\frac{v_r}{c}\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}\right] \tag{9.8}$$

$$d\breve{s}^2=\left[2\frac{v_r}{c}\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}\right]c^2dt^2-2\frac{v_r}{c}\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}dr^2 \tag{9.9}$$

上式为 $G$ 虚空间速度线元。

$G$ 虚空间速度度规为：

$$\breve{g}_{uv}=\begin{bmatrix}2c^2\frac{v_r}{c}\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}} & 0\\ 0 & -2\frac{v_r}{c}\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}\end{bmatrix} \tag{9.10}$$

$G$ 复时空质量线元为：

$$d\widehat{s}^2+id\breve{s}^2=\left|-c^2dt^2+dr^2\right|\left\{\left(2\cos^2\theta-1\right)+i2\sin\theta\cos\theta\right\} \tag{9.11}$$

将(8.5)(8.6)带入(9.9)有：

$$d\widehat{s}^2+id\breve{s}^2=\left|-c^2dt^2+dr^2\right|\left\{\left(2\frac{G^2M^2}{r^2c^4}-1\right)-i2\frac{GM}{rc^2}\sqrt{1-\frac{G^2M^2}{r^2c^4}}\right\} \tag{9.12}$$

上式为 $G$ 复时空质量线元。

实部相等有 $G$ 实时空质量线元：

$$d\widehat{s}^2=-c^2\left\{\frac{2G^2M^2}{r^2c^4}-1\right\}dt+\left(\frac{2G^2M^2}{r^2c^4}-1\right)dr \tag{9.13}$$

$G$ 实时空质量度规有：

$$\widehat{g}_{uv}=\begin{bmatrix}-c^2\left[2\left(\frac{GM}{rc^2}\right)^2-1\right] & 0\\ 0 & 2\left(\frac{GM}{rc^2}\right)^2-1\end{bmatrix} \tag{9.14}$$

$G$ 虚时空质量线元：

$$d\breve{s}^2 = \left|-c^2dt^2 + dr^2\right|\left\{-i2\frac{GM}{rc^2}\sqrt{1-\frac{G^2M^2}{r^2c^4}}\right\} \tag{9.15}$$

$G$ 虚时空质量度规为：

$$\hat{g}_{uv} = \begin{bmatrix} \frac{2GM}{r}\sqrt{1-\frac{G^2M^2}{r^2c^4}} & 0 \\ 0 & -2\frac{GM}{rc^2}\sqrt{1-\frac{G^2M^2}{r^2c^4}} \end{bmatrix} \tag{9.16}$$

说明：当 $M_r = 0$，实质量度规为：

$$\hat{g}_{uv} = \begin{bmatrix} c^2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{9.17}$$

当 $M = \pm\frac{rc^2}{G}$，有实质量度规为：

$$\hat{g}_{uv} = \begin{bmatrix} -c^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{9.18}$$

# 10. 几个重要物理量之间的关系

## 10.1. 电荷与加速度关系

根据 $G$ 复时空理论有：

因：$\beta = \pi + \theta$ (如图 1)。

所以有：

$$a = a_r + ia_x = -\frac{c^2}{|r|}(\cos\theta + i\sin\theta) \tag{10.1.1}$$

($a$ 为复向心加速度。)

令上式实部相等有：

$$a_r = -\frac{c^2}{|r|}\cos\theta \quad \text{即} \cos\theta = -\frac{a_r|r|}{c^2} \tag{10.1.2}$$

由三角函数得：

$$\sin\theta = \sqrt{1-\frac{a_r^2|r^2|}{c^4}} \tag{10.1.3}$$

设一对正负电子对，正电子在原点，电子在 $q$ 点，则电子在 $q$ 点受到的电力如图 1 中的加速度一致。所以有：

$$q = q_r + iq_x = |q|e^{i\beta} = |q|(\cos\beta + i\sin\beta) = -|q|(\cos\theta + i\sin\theta) \tag{10.1.4}$$

($q$ 为复电荷。)

将(10.1.2)(10.1.3)带入(10.1.4)得：

$$q_r + iq_x = -|q|\left(-\frac{a_r|r|}{c^2} + i\sqrt{1-\frac{a_r^2|r|^2}{c^4}}\right) \tag{10.1.5}$$

上式为 $G$ 复电荷加速度方程(简称 GFDJ 方程)。

上式实部相等有：

$$q_r = |q|\frac{a_r|r|}{c^2} \tag{10.1.6}$$

上式为 $G$ 实电荷加速度方程(简称 GSDJ 方程)。

上式说明：电荷、距离的模对于确定的物体都是常数，所以其电荷与加速度的比值一定为常数。实电荷(即静电荷)与其自身的加速成正比。(在某种程度上可以讲，电荷就是其自身加速度在实空间的反映。)当电子的加速度在实空间的投影(实加速度)负的最大时，电荷也是负的最大，当加速度在空间投影为零时，其电子电荷(实)也将为零，此时电子将变为电子中微子，此时运动速度为光速。

鉴于此，可以用描述向心加速(如图 1)等价描述电荷。

即：

$$\frac{q_r}{a_r} = |q|\frac{|r|}{c^2} = k_j \tag{10.1.7}$$

(10.1.5)的虚部相等有：

$$q_x = \sqrt{1 - \frac{a_r^2|r|^2}{c^4}} \tag{10.1.8}$$

上式为 $G$ 虚电荷加速度方程(简称 GXDJ 方程)。

如果在 $q$ 点的是正电子，则(10.1.4)式应该为：

$$q = q_r + iq_x = |q|(\cos\theta + i\sin\theta) \tag{10.1.9}$$

(10.1.2)(10.1.3)带入(10.1.9)得：

$$q_r + iq_x = |q|\left(-\frac{a_r|r|}{c^2} + i\sqrt{1 - \frac{a_r^2|r|^2}{c^4}}\right) \tag{10.1.10}$$

上式实部相等有：

$$q_r = -|q|\frac{a_r|r|}{c^2} \tag{10.1.11}$$

上式与 $Q$ 点为负电荷的电子相差一个负号。即加速度负的最大值的地方为正电荷值最大的地方。

## 10.2. 电荷与质量的关系

根据(2.9)式有：

$$\omega = \frac{2\pi c^2 i m_x}{h} \tag{10.2.1}$$

根据 $G$ 复时空理论有：

$$a = q = r\omega^2 \tag{10.2.2}$$

($a$ 为复向心加速度，$q$ 为复电荷， $\omega$ 为转动角速度，$r$ 电子自旋半径。)

将(10.2.1)带入上式得：

$$q = r\left(\frac{2\pi c^2 i m_x}{h}\right)^2 \tag{10.2.3}$$

将上式规范化得：

$$|q|\mathrm{e}^{i\theta} = \frac{4\pi^2 i^2 c^4}{h^2}\left|rm^2\right|\mathrm{e}^{i\theta} \tag{10.2.4}$$

令上式实部相等得：

$$|q| = \frac{4\pi^2 i^2 c^4}{h^2}\left|rm^2\right| \tag{10.2.5}$$

即：

$$|m| = -\frac{hi}{2\pi c^2}\sqrt{\frac{|q|}{|r|}} \tag{10.2.6}$$

将上式带入万有引力公式(4.4)，令实部相等有：

$$F_r = -G\left|\frac{m_1 m_2}{s^2}\right|\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}} = -G\left|\frac{1}{s^2}\left(\frac{-hi}{2\pi c^2}\sqrt{\frac{|q_1|}{|r_1|}}\right)\left(\frac{-hi}{2\pi c^2}\sqrt{\frac{|q_2|}{|r_2|}}\right)\right|\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}} = G\frac{h^2}{4\pi^2 c^4 s^2}\sqrt{\frac{|q_1 q_2|}{|r_1 r_2|}}\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}} \tag{10.2.7}$$

(等式右边负号代表吸引，正号代表排斥。)

用负质量 $-m_2$ 代入上式得：

$$F_r = -G\left|\frac{m_1(-m_2)}{s^2}\right|\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}} = -G\left|\frac{1}{s^2}\left(\frac{-hi}{2\pi c^2}\sqrt{\frac{|q_1|}{|r_1|}}\right)\left(\frac{hi}{2\pi c^2}\sqrt{\frac{|q_2|}{|r_2|}}\right)\right|\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}} = -G\frac{h^2}{4\pi^2 c^4 s^2}\sqrt{\frac{|q_1 q_2|}{|r_1 r_2|}}\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}} \tag{10.2.8}$$

因为：

$$q_r = |q|\cos\theta \tag{10.2.9}$$

将上式代入（10.2.4）式，并令实部相等得：

$$q_r = \frac{4\pi^2 i^2 c^4}{h^2}\left|rm^2\right|\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}} \tag{10.2.10}$$

因此有 $G$ 复质量定理：

1) 质量与电荷和引力与库仑力是平方关系。
2) 引力要比电磁力弱。
3) 引力遵循同性相吸，异性相斥；而电磁力却遵循同性相斥，异性相吸。
4) 万有引力或库仑力都随电子运动速度增大而减小，当等于光速时，其万有引力力和库仑电力为零。

由(10.2.5)式得：

$$r = -\frac{|q|h^2}{4\pi^2 c^4 |m|^2} \tag{10.2.11}$$

# 11. 同位旋

## 11.1. *G* 同位旋

$G$ 粒子在复时空内旋转时，形成了 $G$ 同位旋，该同位旋满足幺模幺正群 SU(4)，其同位旋量为 $j = 3/2$，

其第三分量共有 $2j+1$ 个态，即−3/2，−1/2，1/2，3/2，上述四态分别对应如下：

$$G_{jn} \equiv \begin{pmatrix} \varphi_{1n} \\ \varphi_{2n} \\ \varphi_{3n} \\ \varphi_{4n} \end{pmatrix}, \quad G_{jn}^{*} \equiv \left(\varphi_{1n}^{*}, \varphi_{2n}^{*}, \varphi_{3n}^{*}, \varphi_{4n}^{*}\right) \tag{11.1.1}$$

($j = 1, 2, 3, 4$。不同的 $j$ 代表不同的时空角。$n = 1, 2, 3$ 不同 $n$ 代表不同的代。如图 2)。

$G$ 同位旋第三分量为：

$I_3 = -3/2$，态对应时空角 $\theta = -\pi$，其对应轻子：$\tau, \mu, e$。

$I_3 = -1/2$ 态对应时空角 $\theta = \frac{\pi}{2}$，其对应中微子：$\nu_\tau, \nu_\mu, \nu_e$。

$I_3 = 1/2$ 态对应时空角 $\theta = \frac{2\pi}{6}$，其对应夸克的：d，s，b。

$I_3 = 3/2$ 态对应时空角 $\theta = -\frac{\pi}{6}$，其对应夸克：u，c，t。

$G_{11} = d$下夸克，$G_{12} = s$奇夸克，$G_{13} = b$底夸克；$G_{21} = \nu_e$电子中微子，$G_{22} = \nu_\mu$中微子，$G_{23} = \nu_\tau$中微子。

$G_{31} = e$电子，$G_{32} = \mu$轻子，$G_{33} = \tau$轻子。

$G_{41} = u$上夸克，$G_{42} = c$粲夸克，$G_{43} = t$顶夸克(如图 2)。

## 11.2. Y 同位旋

y 粒子在复时空内旋转时，形成了 Y 同位旋，该同位旋满足幺模幺正群 YSU(5)，其同位旋量为 $j = 2$，其第三分量共有 5 个态，即−2，−1，0，1，2，2，上述五态分别对应如下(见图 3)：

$$Y_j \equiv \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \end{pmatrix}, \quad Y_j^{*} \equiv \left(\varphi_1^{*}, \varphi_2^{*}, \varphi_3^{*}, \varphi_4^{*}\right) \tag{11.2.1}$$

($j = 1, 2, 3, 4, 5$ 不同的 $j$ 代表不同的时空角)。

Y 同位旋第三分量为：

$I_3 = -2$，对应强相互作用的交换子——胶子。

$I_3 = -1$ 态其对弱相互作用的交换子——应 W、Z 玻色子。

$I_3 = 0$ 对应希格斯玻色子。

$I_3 = 1$ 态其对应电磁作用的交换子——光子。

$I_3 = 2$ 态对应引力作用的交换子——引力子。

## 11.3. *G* 对称破缺

当 $G$ 对称性(同位旋)破缺后，$G$ 对称分裂为两个二维对称性(同位旋)，即电子－电子中微子同位旋和夸克－夸克同位旋。

**(1) 轻子－轻子中微子同位旋为：**

$$\varphi_{dn} \equiv \begin{pmatrix} \varphi_{qn} \\ \varphi_{zn} \end{pmatrix}, \quad \varphi_{dn}^{*} \equiv \left(\varphi_{qn}^{*}, \varphi_{zn}^{*}\right) \tag{11.3.1}$$

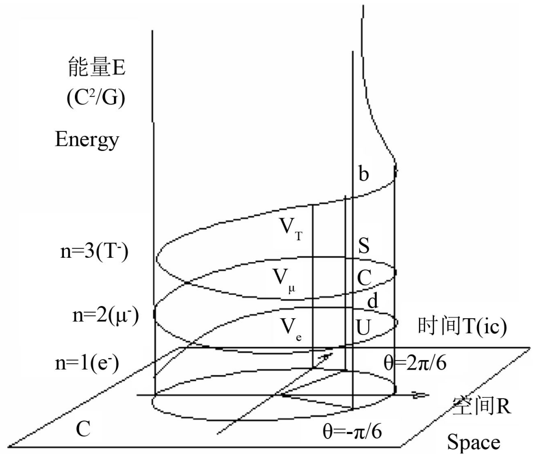


**Figure 2.** *G* super complex spatiotemporal fiber bundle
**图 2.** *G* 超复时空纤维丛

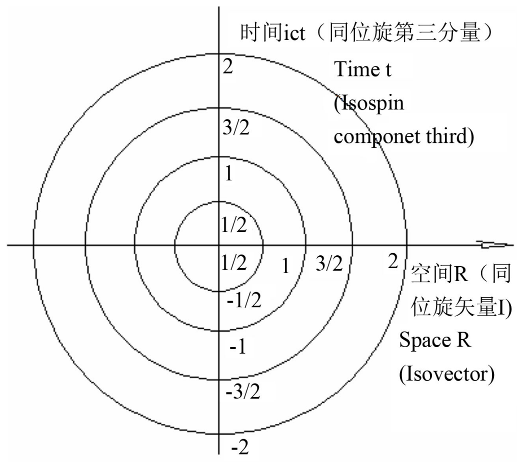


**Figure 3.** *G* isospace
**图 3.** *G* 同位旋空间

($n$ = 1，2，3。$\varphi_{q1}=e$(电子)，$\varphi_{q2}=\mu$子，$\varphi_{q3}=\tau$子，$\varphi_{z1}=\nu_e$(电子中微子)，$\varphi_{z2}=\nu_\mu$($\mu$中微子)，$\varphi_{z3}=\nu_\tau$($\tau$中微子)。)

轻子－中微子同位旋为 1/2，其第三分量有两态，分别为$\pm\frac{1}{2}$。

(2) 和夸克－夸克同位旋。

$$\varphi_{kn}\equiv\begin{pmatrix}\varphi_{qn}\\ \varphi_{zn}\end{pmatrix},\quad \varphi_{kn}^{*}\equiv\left(\varphi_{qn}^{*},\varphi_{zn}^{*}\right) \qquad (11.3.2.)$$

($n$ = 1, 2, 3。$\varphi_{q1}=u$(夸克)，$\varphi_{q2}=c$(夸克)，$\varphi_{q3}=t$(夸克)，$\varphi_{z1}=d$(夸克)，$\varphi_{z2}=s$(夸克)，$\varphi_{z3}=b$(夸克)。)

夸克的同位旋为 1/2，其第三分量有两态，分别为$\pm\frac{1}{2}$。

## 12. *G* 超对称

基本费米子和基本波色子是同一种粒子——c 太极子在复时空内的不同运动状态，当基本费米子在复

时空中转动 $\frac{\pi}{2}$ 时，将转化为基本波色子，反之亦然。如图 4。

$$\varphi_{cn} \equiv \begin{pmatrix} \varphi_{fn} \\ \varphi_{bn} \end{pmatrix}, \quad \varphi_{cn}^{*} \equiv \left( \varphi_{fn}^{*}, \varphi_{bn}^{*} \right) \tag{12.1.}$$

($n = 1, 2, 3$ 为三代。$\varphi_{fn}$ = 费米子，$\varphi_{bn}$ = 波色子。)

其拉氏函数密度为：

$$\psi = \left\{ \frac{\partial \varphi_{cn}^{*}}{\partial x_{\mu}} \cdot \frac{\partial \varphi_{cn}}{\partial x_{\mu}} + m^{2} \varphi_{cn}^{*} \varphi_{cn} \right\} \tag{12.2}$$

其运动方程为：

$$\left( [\ \ ] - m^{2} \right) \psi = 0 \tag{12.3}$$

其守恒量(同位旋)为：

$$K = -i \int \frac{\partial \varphi}{\partial t} k \varphi \cdot \mathrm{d}x \tag{12.4}$$

( $K$的分量为$K_1, K_2, K_3$; $k$的分量为$k_1, k_2, k_3$。)

物质波如图 5。

物质在复时空中旋转满足 SU(2)，根据李群有[2]：

$$su(2) = \sigma_0 \cos\frac{\theta}{2} + i\widehat{T}^{\nu} \sigma_{\nu} \sin\frac{\theta}{2} \tag{12.5}$$

( $\nu = 1, 2, 3$，$\sigma$为泡利自旋矩阵，$\theta$为时空角，$\widehat{T}^{\nu}$ 为实三维矢量。

其中：

$$\sigma_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}; \sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix})$$

因三角函数的周期分为 $2\pi$，所以(12.1)式的 $\theta = 4\pi$ 为一个周期。当 $\theta$ 等零时，实部为 1，虚部为零；当转过 $2\pi$ 角时，实部等于−1，并没有返回原来状态，但虚部等于零，返回到原来状态；当转过 $4\pi$ 时，实部才重回到原来状态 1，虚部此时也为零。因此，可以说，(12.1)式的实部构成了费米子，并反应了费米子的电特性；虚部构成了玻色子，并反映了玻色子磁和色特性。($\sigma_0$ 构成了电荷维度，$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 分别是 SU(2)的生成元，同时也构成了色荷三维度。)

原则上每个费米子都有一个玻色子，但是，因为玻色子的全同性使其无法区分。这就是 $G$ 超对称性。

由(12.1)式有：

$$\mathrm{su}^{2}(2) = \left( \sigma_0 \cos\frac{\theta}{2} \right)^{2} + \left( \widehat{T}^{\nu} \sigma_{\nu} \sin\frac{\theta}{2} \right)^{2} \tag{12.6}$$

根据 $G$ 超复时空理论，同位旋空间即是复时空间，所以，超对称满足 SU(2)群。

其特征标为[4]

$$\chi^{(j)}(\alpha) = \sum_{m=-j}^{j} \mathrm{e}^{im\alpha} = \frac{\sin\left( j + \frac{1}{2} \right)\alpha}{\sin(\alpha/2)} \tag{12.7}$$

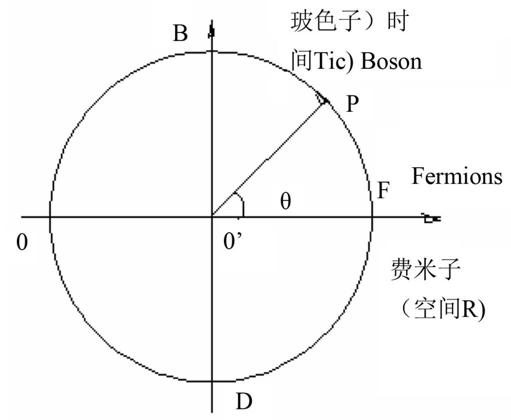


**Figure 4.** *G* super symmetry model
**图 4.** *G* 超对称模型

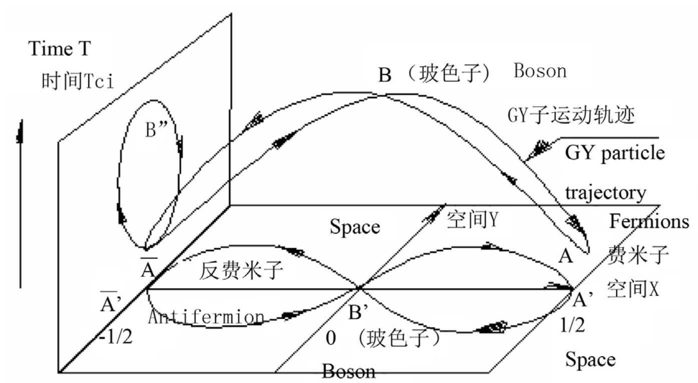


**Figure 5.** GY particle fiber bundle
**图 5.** GY 子纤维丛

($\alpha$ 为实三维空间内绕 z 轴转动的角度。$j$ 为同位旋量，$j=$ 非负整数 时，函数表示的是玻色子，当 $j=$ 非负半整数时，函数表示的是费米子)。

其表示(函数)为[4]：

$$f_{jn}^{m}=\frac{u^{j+m}v^{j-m}}{\left[(j+m)!(j-m)!\right]^{1/2}} \tag{12.8}$$

($n$ 为能量代，$n = 1, 2, 3$。$j$ 为同位旋量，$m$ 为同位旋第三分量。)

其矩阵元为[4]：

$$D^{(j)}(a,b)_{m'}^{m}=\sum\frac{\left[(j+m)!(j-m)!(j+m')!(j-m')!\right]^{1/2}}{\left[(j+m-k)k!(j-m'-k)!(m'-m+k)!\right]}\times a^{j+m-k}\left(a^{*}\right)^{j-m'-k}b^{k}\left(-b^{*}\right)^{m'-m+k} \tag{12.9}$$

$$D^{(j)}(a,b)=\begin{cases}D^{(j)}(-a,-b),\ j=\text{非负整数}(\text{波色子})\\-D^{(j)}(-a,-b),\ j=\text{非负半整数}(\text{费米子})\end{cases} \tag{12.10}$$

当 $j$ 为非负整数时，SU(2)群的两个不同元素对应于同一个表示矩阵；

当 $j$ 为非负半整数时，SU(2)群的表示矩阵 $D^{(j)}(a,b)$ 与群元$(a, b)$一一对应。

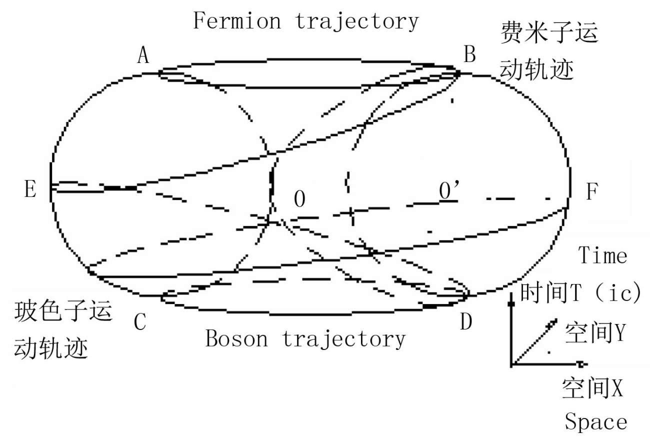


**Figure 6.** *G* complex space-time three-dimensional model
**图 6.** *G* **复时空三维模型**

其物理意义为：波色子有两个元素(即正反粒子)有同一个表象；费米子的正反粒子具有不同的表象。

如果建立 SO(3)的双峰群 $so'(3)$，则 SU(2)与 SO(3)的双峰群 $so'(3)$ 同构。

费米子与玻色子模型如图 6。其中 AB-O-CD 区(即双喇叭区)为反态物质区，空间为负，时间为负，能量为负，曲率为负值，满足罗氏几何性质；AB-FE-CD 区(即球外表面)是正态物质态区，空间为正，能量为正，时间为正向，曲率为正，满足黎氏几何性质。其自旋为非负半整数的费米子时，在正态时空里旋转一圈，然后进入反态时空里旋转一圈，然后才能回到原来位置(共旋转 720 度返回原来位子)，费米子的轨迹在空间的投影形成打了一个结的闭合弦；其自旋为非负整数的玻色子，它或在正态区域或在反态区域旋转，不跨正反区域旋转，所以它只转一圈(360 度)就能回到原来位置，玻色子的轨迹在空间的投影形成了一个闭合的圈弦。AB，DC 构成视界面。

该面为奇面，为零超曲面，即该面上的法矢量等于切矢量，且为无限红移面，即：$\Delta t = \Delta\tau\Big/\sqrt{1-GM/c^2r}$；$v = v_0\sqrt{1-GM/c^2r}$。当 $\Delta t \to \infty, v \to 0$。即在该曲面上运动的物体对于遥远的观察者而言其运动的时间为无限长，其红移为无限大。小于关屹瀛半径之内为洞内，如果物体向洞内运动，则该洞为黑洞，反之，当物体由洞内向洞外运动，则该洞为白洞。

在洞外，时空度规 $g_{00} < 0, g_{11} > 0, g_{22} > 0, g_{33} > 0$，在洞内则因有：$r < GM/c^2$ 所以有 $g_{00} > 0, g_{11} < 0, g_{22} > 0, g_{33} > 0$。即粒子以恒定速率由 0 处开始逆时针向下旋转，当旋过 DC 时，时空反转，时间和空间分别由负变为正。原来在反态时空里为实的三维反空间到正态时空里变为虚的一维时间，原来在反态时空里为虚的一维时间，到正态时空里变为实的三维空间，粒子手性也发生了翻转，原来反态物质变为正态物质，此时粒子开始带负电；继续旋至 AB 时，时空再次翻转，时间和空间分别由正变负，即虚的一维时间又变为实的三维反空间(类空间)，同时实的三维空间在反空间里将变为虚的一维时间(类时间)，手性再次翻转，时间由正又变为负，物质态又变为反物质态，此时粒子又开始带正电。

## 13. 结束语

自然界的任何物理量都是复数的。复数的实部和虚部构成了既对立又统一且相互转化的矛盾统一体。复质量的实部(实质量)体现物质的粒子性(费米子)特性，虚部(虚质量)体现的是物质的场的波动性(玻色子)特性，是暗物质的主要来源。这就是任何物质都具有波粒二象性的本质根源。实部展开的空间为黎曼几何空间，虚部展开的空间为罗氏几何空间(即速度空间)，罗氏空间是以速度为半径的，它的极限半径是光速。我们坚信自然界本身深层次上是复数的。

## 参考文献 (References)

[1] 舒茨, B.F. 数学物理中的几何方法[M]. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1986: 277.
[2] 赵峥, 刘文彪. 广义相对论基础[M]. 北京: 清华大学出版社, 2014: 25-62.
[3] 葛德彪, 魏兵. 电磁波理论[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 11.
[4] 刘辽, 赵峥. 广义相对论[M]. 第 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2010: 77.
[5] 罗杰·彭罗斯. 通向实在之路[M]. 王文浩, 译. 长沙: 湖南科技出版社, 2013: 333.