Modern Physics 现代物理, 2016, 6(3), 38-48
Published Online May 2016 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/mp
http://dx.doi.org/10.12677/mp.2016.63004

Hans汉斯

The *G* Super Unified Theory

—The *G* Gauge Theory of Gravitation

Yiying Guan[1], Tianyu Guan[2]

[1]Meteorological Bureau of Heilongjiang Province, Harbin Heilongjiang
[2]University of Toronto, Toronto Ontario
Email: guanyiying@163.com

Received: Apr. 18th, 2016; accepted: May 2nd, 2016; published: May 5th, 2016

Abstract

This thesis puts forth *G* super-unified group and particle, and reveals the source for space and time. The direct product group is expressed as U(1) XSU(2) XSU(3) XU(4) which can also be expressed as single group U(20). This thesis points out that: with the gradual fall of temperature of the universe, the universe will break for the first time and generate U(4) XU(5) group to cause gravity separation expressed as U(4) (*G* particle) (gravity space-time) group. Afterwards, the gravity will break into lepton and quark group, *i.e.* U(2) XU(2). The interaction of lepton and quark group will generate the present three-dimensional antisymmetric space and one-dimensional full symmetric time. When the universe breaks for the second time, the strong interaction is separated. When it breaks for the third time, weak interaction is separated; the remaining one-dimensional U(1) group will form electromagnetic interaction, *i.e.* SU(3) XSU(2) XU(1).

Keywords

***G* Superunification, *G* Supersymmetry, Twenty-Dimensional Time-Space, Cosmic Phase Change, Universe Break, Complex Time-Space**

*G*超统一论

—*G*引力规范理论

关屹瀛[1]，关天钰[2]

[1]黑龙江省气象局，黑龙江 哈尔滨

文章引用：关屹瀛，关天钰. *G* 超统一论[J]. 现代物理, 2016, 6(3): 38-48. http://dx.doi.org/10.12677/mp.2016.63004

[2]多伦多大学，安大略 多伦多
Email: guanyiying@163.com

收稿日期：2016年4月18日；录用日期：2016年5月2日；发布日期：2016年5月5日

摘 要

本文提出*G*超统一群及粒子，揭示时空的起源。其直积群表示为U(1) XSU(2) XSU(3) XU(4)，也可用单群U(20)表示。该文指出：随着宇宙温度的逐渐降低，宇宙第一次破缺，生成了U(4) XU(5)群，此时引力分离出来，用U(4) (*G*粒子) (引力时空)群表示。之后，引力破缺成轻子和夸克群，即U(2) XU(2)。轻子和夸克群相互作用生成了我们现在的三维反对称空间和一维全对称时间；宇宙第二次破缺时，强相互作用分离出来，第三次破缺，弱作用分离出来，剩余的一维U(1)群，形成了电磁相互作用，即SU(3) XSU(2) XU(1)。

关键词

***G*超统一，*G*超对称，二十维时空，宇宙相变，宇宙破缺，复时空**

1. 引言

目前发现了弱相互作用，且满足 SU(2)群，强相互作用，且满足 SU(3)群，电磁相互作用，且满足U(1)群。并且建立了标准模型(完成了强、弱电统一理论)，SU(3) XSU(2) XU(1)。Georgi 和 Glashow 1974年提出大统一模型 SU(5)，但后来被质子衰变实验所排出。

2. 引力作用的群表示[1]

设引力场为

$$\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} \tag{2.1}$$

其拉氏量密度：

$$\zeta_{jn} = \bar{\psi}\left(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} + \widehat{M}\right)\psi \tag{2.2}$$

显然上式在 U(4)整体规范变换

$$\psi(x) \to \psi'(x) = U\psi(x) \tag{2.3}$$

$$U = \exp\left(-iT^{\alpha}\theta^{\alpha}\right), \left(\alpha = 1, 2, 3, \cdots, 16\right) \tag{2.4}$$

下不变的。其中 θ^{α} 是与 x 无关的 16 个实参数，T^{α} 是 U(4)群的 16 个生成元。

它们满足群代数

$$\left[T^{a}, T^{b}\right] = if^{abc}T^{c} \tag{2.5}$$

以及正交关系：

$$T_r\left[T^{a}T^{b}\right] = \frac{1}{2}\delta^{ab} \tag{2.6}$$

为了讨论定域规范不变性，将 $\theta^{\alpha}(x)$ 代替 θ^{α} 得：

$$U=\exp\left(-iT^{\alpha}\theta^{\alpha}(x)\right) \tag{2.7}$$

此时，场的导数为：

$$\left(\partial_{\mu}\psi\right)'\equiv\partial_{\mu}\psi'=\left(\partial_{\mu}U(x)\right)\psi+U(x)\partial_{\mu}\psi \tag{2.8}$$

由于右边多出第一项，所以，拉氏密度在(2.3) (2.7)变换下不是不变量。要想不变，则要找出协变导数。

$$\left(W_{\mu}\psi\right)'\equiv W_{\mu}'\psi'=\left(W_{\mu}'U(x)\right)\psi=U(x)W_{\mu}\psi \tag{2.9}$$

比较上式的系数得：

$$W_{\mu}'=U(x)W_{\mu}U^{-1}(x) \tag{2.10}$$

为了简化，引进矩阵矢量引力规范场：

$$D_{\mu}(x)=D_{\mu}^{\lambda}(x)T^{\lambda} \tag{2.11}$$

协变微商为：

$$W_{\mu}=\partial_{\mu}+igD_{\mu} \tag{2.12}$$

所以

$$W_{\mu}'=\partial_{\mu}+igD_{\mu}=U(x)\left(\partial_{\mu}+igD_{\mu}\right)U^{-1}(x)=\partial_{\mu}-\left(\partial_{\mu}U(x)\right)U^{-1}(x)+igU(x)D_{\mu}U^{-1}(x) \tag{2.13}$$

所以：

$$D_{\mu}'=U(x)D_{\mu}U^{-1}(x)+\frac{i}{g}\left(\partial_{\mu}U(x)\right)U^{-1}(x) \tag{2.14}$$

规范场 D_{μ} 是按 T^{α} 标架传播的，这样的规范场矢量 D_{μ} 传递的是动量。

所以有：

$$\zeta_{0}=\bar{\psi}\left(i\gamma^{\mu}W_{\mu}+\widehat{M}\right)\psi \tag{2.15}$$

如果把规范场看成动力学场，则必须引进规范场的拉氏量密度，并要求它在变换(2.14) (2.3)、(2.7)下不变。为此，引进引力规范场张量：定义

$$D_{\mu\nu}\equiv D_{\mu\nu}^{\alpha}T^{\alpha}=-\frac{i}{g}\left[W_{\mu},W_{\nu}\right]=\partial_{\mu}D_{\nu}-\partial_{\nu}D_{\mu}+ig\left[D_{\mu},D_{\nu}\right]=\partial_{\mu}D_{\nu}^{\alpha}T^{\alpha}-\partial_{\nu}D_{\mu}^{\alpha}T^{\alpha}+igf^{abc}D_{\mu}^{\alpha}D_{\nu}^{b}T^{c} \tag{2.16}$$

或定义：

$$D_{\mu\nu}^{\alpha}=\partial_{\mu}D_{\nu}^{\alpha}-\partial_{\nu}D_{\mu}^{\alpha}-gf^{abc}D_{\mu}^{\alpha}D_{\nu}^{b} \tag{2.17}$$

$$D_{\mu\nu}'^{\alpha}=D_{\mu}^{\alpha}+f^{abc}\theta^{b}(x)D_{\mu\nu}^{c} \tag{2.18}$$

可以看出：$-T_{r}\left(D_{\mu\nu}D^{\mu\nu}\right)/2$ 是变换(2.14) (2.7)、(2.3)下的不变量。可以取它为引力规范场的拉氏量密度即：

$$\zeta_{g}=-T_{r}\left(D_{\mu\nu}D^{\mu\nu}\right)/2=-\frac{1}{2}D_{\mu\nu}^{a}D^{b\mu\nu}T_{r}\left(T^{a}T^{b}\right)=-\frac{1}{4}D_{\mu\nu}^{a}D^{b\mu\nu} \tag{2.19}$$

这样就得到了在引力定域规范变换式(2.14) (2.7)、(2.3)下不变的拉氏量密度：

$$\zeta=\bar{\psi}\left(i\gamma^{\mu}W_{\mu}-M\right)\psi-\frac{1}{4}D_{\mu\nu}^{a}D^{b\mu\nu}=\bar{\psi}\left(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}-M\right)\psi-\frac{1}{4}D_{\mu\nu}^{a}D^{b\mu\nu}-g\bar{\psi}\gamma^{\mu}D_{\mu}^{\alpha}T^{\alpha}\psi \tag{2.20}$$

上式右边第三项是 U(4)域规范不变性确定的物质场与引力规范场 D_{μ}^{α} 之间的相互作用，是同位旋流，耦合常数 g 表征了相互作用强度。此外，与阿贝尔情形不同的是，在非阿贝尔情况下，由于 D_{μ}^{α} 中除了导数外，还有 D_{μ}^{α} 的乘积项，故上式右边第二项含有 D_{μ}^{α} 的 3 次和 4 次项，它们表示了引力规范场的自相互作用。

综上所述，如果是 4 个态的引力场，在 U(4)定域规范变换(7.3.4.3) (7.3.4.7)下不变，则必须引进 16 个规范场，它们按定域规范变换式(7.3.4.14)变换，并与 4 重态的同位旋矢量流耦合确定它们之间的相互作用。由于 U(4)群的非阿贝尔性，引力规范场张量中除了散度项外，还有引力规范场的乘积项，这规定了引力规范场还有自相互作用。

3. *G* 真空模型

3.1. *G* 真空定理

本人首次给出如下真空定义及定理：

- 真空定义：静质量为零的物质态。
- 真空定理 1：在真空内，物质是以波的形式存在的。
- 真空定理 2：真空内的物质满足线性关系。
- 真空定理 3：真空内的物质态是可以叠加的。
- 真空定理 4：真空物质态是非色散的(色散度为零)。
- 真空定理 5：真空内一切物质态都是以真空光速运动的。

3.2. 真空自发对称性破缺[2]

在复时空标量场内的拉格朗日量的密度为：

$$\zeta=\partial_{\mu}\phi^{+}\partial^{\mu}\phi-U\left(\phi^{+}\phi\right) \tag{3.2.1}$$

其相互作用势为：

$$U\left(\phi^{+}\phi\right)=-\mu^{2}\phi^{+}\phi+\lambda\left(\phi^{+}\phi\right)^{2} \tag{3.2.2}$$

当 μ^2、λ 都为大于零的实数时，相互作用势的最小值并不发生在 $\phi=0$ 处，因此 $\phi=0$ 并不是复时空标量场系统的真空态，如图 1。为了找出系统的真空点，只需求出 $U\left(\phi^{+}\phi\right)$ 的最小值。容易求得最小值点为：

$$\phi_{0}=\sqrt{\frac{\mu^{2}}{2\lambda}}\mathrm{e}^{i\theta}=\frac{v}{\sqrt{2}}\mathrm{e}^{i\theta} \tag{3.2.3}$$

不失一般性，可以取任意角，令 $\theta=0$。因为系统具有 U(1)旋转不变性，

即使取

$$\phi_{0}=\frac{v}{\sqrt{2}} \tag{3.2.4}$$

任意相角 θ 也可通过 U(1)变换 $\phi\to\mathrm{e}^{i\theta}\phi$ 再次产生出来。相角 θ 是时空角，是不可观测量。当真空点相角确定之后，系统 U(1)旋转对称性就消失了，这种系统所具有的对称性因物理真空点的移动而消失的现象称为真空自发对称性破缺(真空相变)。

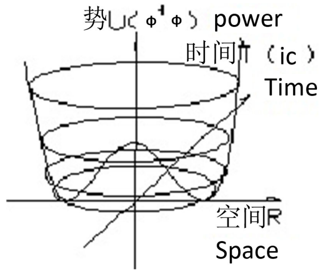

Figure 1. Vacuum phase change
图 1. 真空相变

考虑到真空点的移动，我们重新定义复时空标量场为：

$$\phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left[v+\chi(x)+iT(x)\right] \tag{3.2.5}$$

将上式带入复时空标量场作用势得：

$$\begin{aligned}U\left(\phi^{+}\phi\right)&=-\mu^{2}\phi^{+}\phi+\lambda\left(\phi^{+}\phi\right)^{2}=-\frac{1}{2}\mu^{2}\left|v+\chi+iT\right|^{2}+\frac{1}{4}\lambda\left|v+\chi+iT\right|^{4}\\&=-\frac{1}{2}\mu^{2}\left[\left(v+\chi\right)^{2}+T^{2}\right]+\frac{1}{4}\lambda\left[\left(v+\chi\right)^{2}+T^{2}\right]^{2}\\&=-\frac{1}{4}v^{2}\mu^{2}+\lambda v^{2}\chi^{2}+\lambda v\chi\left(\chi^{2}+T^{2}\right)+\frac{1}{4}\lambda\left(\chi^{2}+T^{2}\right)^{2}\end{aligned} \tag{3.2.6}$$

上式最后一步用了

$$v=\sqrt{\frac{\mu^{2}}{\lambda}} \tag{3.2.7}$$

去掉(3.2.6)中对相互作用没有贡献的常数项，则复时空标量场的拉格朗日量密度可用实标量场 χ 和 T 表示出来。

即：

$$\begin{aligned}\zeta&=\frac{1}{2}\partial_{\mu}\chi\partial^{\mu}\chi+\frac{1}{2}\partial_{\mu}T\partial^{\mu}T-\lambda v^{2}\chi^{2}-\lambda v\chi\left(\chi^{2}+T^{2}\right)-\frac{1}{4}\lambda\left(\chi^{2}+T^{2}\right)^{2}\\&=\frac{1}{2}\partial_{\mu}\chi\partial^{\mu}\chi-\frac{1}{2}\left(2\lambda v^{2}\right)\chi^{2}+\frac{1}{2}\partial_{\mu}T\partial^{\mu}T-\lambda v\chi\left(\chi^{2}+T^{2}\right)-\frac{1}{4}\lambda\left(\chi^{2}+T^{2}\right)^{2}\end{aligned} \tag{3.2.8}$$

上式说明场空间 χ 获得了静止质量，而时间 T 依然无静止质量。

即：

$$m_{\chi}^{2}=2\lambda v^{2}\text{，而 }m_{T}^{2}=0 \tag{3.2.9}$$

对称性破缺后，空间标量场 χ 和时间标量场 T 的质量为：

$$m_{\chi}^{2}=\left.\frac{\partial^{2}U}{\partial\chi^{2}}\right|_{\chi,T=0}\text{，}\quad m_{T}^{2}=\left.\frac{\partial^{2}U}{\partial T^{2}}\right|_{\chi,T=0} \tag{3.2.10}$$

可以利用(3.6)验证上式与(3.2.9)式相符。通过(3.2.5)式可知：

$$\mathrm{Re}\,\phi(\text{空间场})=\frac{1}{\sqrt{2}}\left[v+\chi(x)\right] \tag{3.2.11}$$

$$\mathrm{Im}\,\phi\left(\text{时间场}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}T\left(x\right) \tag{3.2.12}$$

从图 1，可以看出，在破缺后的真空点处，相互作用势沿空间 χ 增加方向的二次导数不为零，从物理效果上看，这相当于 X 获得了质量。而沿时间 T 增加的方向上，即在势函数的低谷方向，旋转对称性依然存在，在此方向上相互作用势的二次导数为零，时间标量场 T 仍无静质量。这里我们看到，对称性破缺会使空间场获得静质量，同时会在正切于对称性破缺的方向(时间方向)产生静质量为零的粒子，这是自发对称性破缺机制的一个必然结果。这样产生的静质量为零的粒子称为古德斯通(GoldStone)粒子。

4. *G* 超统一模型

4.1. *G* 超统一模型的直积群表示

G 超统一模型可用直积群表示即：U(1) XSU(2) XSU(3) XU(4)。

该群元为：

$$U\left(x\right)=\exp\left(-i\theta^{\alpha}T^{\alpha}-i\theta^{\beta}T^{\beta}-ig\theta^{\gamma}T^{\gamma}-i\theta^{\lambda}T^{\lambda}\right) \tag{4.1.1}$$

该直积群协变微商为[3]：

$$W_{\mu}=\left(\partial_{\mu}+ig_{1}A_{\mu}^{\alpha}T^{\alpha}+ig_{2}B_{\mu}^{\beta}T^{\beta}+ig_{3}C_{\mu}^{\gamma}T^{\gamma}+ig_{4}D_{\mu}^{\lambda}T^{\lambda}\right) \tag{4.1.2}$$

(A_{μ}^{α} 电磁规范场； A_{μ}^{α} 弱作用规范场； C_{μ}^{γ} 强作用规范场； D_{μ}^{λ} 引力规范场； T^{α} 电磁群生成元， T^{β} 弱作用生成元， T^{γ} 强作用生成元， T^{λ} 引力生成元。其中 $\alpha=1$ ； $\beta=1,2,3$ ； $\gamma=1,2,3,\cdots,8$ ； $\lambda=1,2,3,\cdots,16$ 。)

4.2. *G* 超统一模型的单群表示

可用二十维幺正单群 U(20)表示 *G* 超统一模型。

设引力场为

$$\psi\equiv\begin{pmatrix}\psi_{1}\\ \psi_{2}\\ \psi_{3}\\ \vdots\\ \psi_{20}\end{pmatrix} \tag{4.2.1}$$

$$\zeta=\bar{\psi}\left(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}+\hat{M}\right)\psi \tag{4.2.2}$$

显然上式在 U(20)整体规范变换

$$\psi\left(x\right)\to\psi'\left(x\right)=U\psi\left(x\right) \tag{4.2.3}$$

$$U=\exp\left(-iT^{\alpha}\theta^{\alpha}\right),\left(\alpha=1,2,3,\cdots,400\right) \tag{4.2.4}$$

下不变的。其中 θ^{α} 是与 x 无关的 400 个实参数， T^{α} 是 U(20)的 400 个生成元。它们满足群代数

$$\left[T^{a},T^{b}\right]=if^{abc}T^{c} \tag{4.2.5}$$

以及正交关系：

$$T_{r}\left[T^{a}T^{b}\right]=\frac{1}{2}\delta^{ab} \tag{4.2.6}$$

为了讨论定域规范不变性，将 $\theta^{\alpha}\left(x\right)$ 代替 θ^{α} 得：

$$U = \exp\left(-iT^{\alpha}\theta^{\alpha}(x)\right) \tag{4.2.7}$$

此时，场的导数为：

$$\left(\partial_{\mu}\psi\right)' \equiv \partial_{\mu}\psi' = \left(\partial_{\mu}U(x)\right)\psi + U(x)\partial_{\mu}\psi \tag{4.2.8}$$

由于右边多出第一项，所以，拉氏密度在(4.2.3) (4.2.7)变换下不是不变量。要想不变，则要找出协变导数。

$$\left(W_{\mu}\psi\right)' \equiv W'_{\mu}\psi' = \left(W'_{\mu}U(x)\right)\psi = U(x)W_{\mu}\psi \tag{4.2.9}$$

比较上式的系数得：

$$W'_{\mu} = U(x)W_{\mu}U^{-1}(x) \tag{4.2.10}$$

为了简化，引进矩阵矢量超统一规范场：

$$I_{\mu}(x) = I_{\mu}^{\lambda}(x)T^{\lambda} \tag{4.2.11}$$

协变微商为：

$$W_{\mu} = \partial_{\mu} + igI_{\mu} \tag{4.2.12}$$

所以

$$W'_{\mu} = \partial_{\mu} + igI_{\mu} = U(x)\left(\partial_{\mu} + igI_{\mu}\right)U^{-1}(x) = \partial_{\mu} - \left(\partial_{\mu}U(x)\right)U^{-1}(x) + igU(x)I_{\mu}U^{-1}(x) \tag{4.2.13}$$

所以：

$$I'_{\mu} = U(x)I_{\mu}U^{-1}(x) + \frac{i}{g}\left(\partial_{\mu}U(x)\right)U^{-1}(x) \tag{4.2.14}$$

超统一规范场 I_{μ} 是按 T^{α} 标架传播的，这样的规范场矢量 I_{μ} 传递的是动量。

所以：

$$\zeta_0 = \bar{\psi}\left(i\gamma^{\mu}W_{\mu} + \hat{M}\right)\psi \tag{4.2.15}$$

如果把规范场看成动力学场，则必须引进规范场的拉氏量密度，并要求它在变换(4.2.3) (4.2.7) (4.2.14)下不变。为此，引进超统一规范场张量：定义

$$I_{\mu\nu} \equiv I_{\mu\nu}^{\alpha}T^{\alpha} = -\frac{i}{g}\left[W_{\mu}, W_{\nu}\right] = \partial_{\mu}I_{\nu} - \partial_{\nu}I_{\mu} + ig\left[I_{\mu}, I_{\nu}\right] = \partial_{\mu}I_{\nu}^{\alpha}T^{\alpha} - \partial_{\nu}I_{\mu}^{\alpha}T^{\alpha} + igf^{abc}I_{\mu}^{\alpha}I_{\nu}^{b}T^{c} \tag{4.2.16}$$

或定义：

$$I_{\mu\nu}^{\alpha} = \partial_{\mu}I_{\nu}^{\alpha} - \partial_{\nu}I_{\mu}^{\alpha} - gf^{abc}I_{\mu}^{\alpha}I_{\nu}^{b} \tag{4.2.17}$$

$$I'^{\alpha}_{\mu\nu} = I_{\mu}^{\alpha} + f^{abc}\theta^{b}(x)I_{\mu\nu}^{c} \tag{4.2.18}$$

可以看出：$-T_r\left(I_{\mu\nu}I^{\mu\nu}\right)/2$ 是变换(4.2.3) (4.2.7) (4.2.14)下的不变量。可以取它为超统一规范场的拉氏量密度即：

$$\zeta_g = -T_r\left(I_{\mu\nu}I^{\mu\nu}\right)/2 = -\frac{1}{2}I_{\mu\nu}^{a}I^{b\mu\nu}T_r\left(T^{a}T^{b}\right) = -\frac{1}{4}I_{\mu\nu}^{a}I^{b\mu\nu} \tag{4.2.19}$$

这样就得到了在超统一定域规范变换式(4.2.3) (4.2.7) (4.2.14)下不变的拉氏量密度：

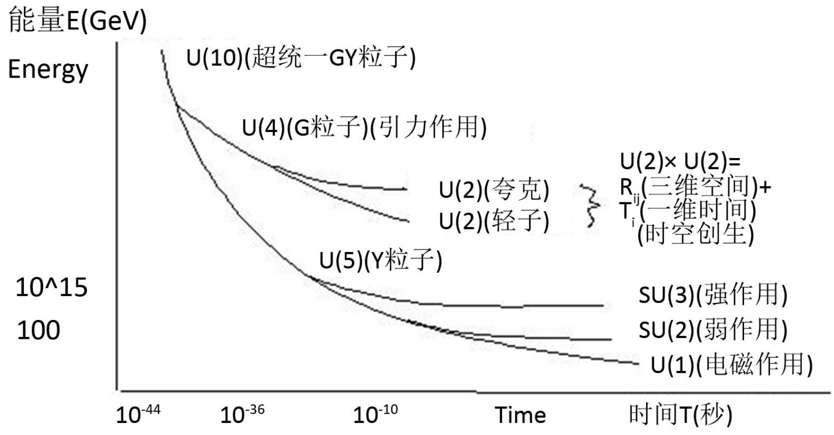

Figure 2. *G* super unification diagram
图 2. *G* 超统一论

$$\zeta = \bar{\psi}\left(i\gamma^{\mu}W_{\mu} - M\right)\psi - \frac{1}{4}I_{\mu\nu}^{a}I^{b\mu\nu} = \bar{\psi}\left(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - M\right)\psi - \frac{1}{4}I_{\mu\nu}^{a}I^{b\mu\nu} - g\bar{\psi}\gamma^{\mu}I_{\mu}^{\alpha}T^{\alpha}\psi \qquad (4.2.20)$$

上式右边第三项是 U(20)域规范不变性确定的物质场与超统一规范场 I_{μ}^{α} 之间的相互作用，是同位旋流，耦合常数 g 表征了相互作用强度。此外，与阿贝尔情形不同的是，在非阿贝尔情况下，由于 I_{μ}^{α} 中除了导数外，还有 I_{μ}^{α} 的乘积项，故上式右边第二项含有 I_{μ}^{α} 的 3 次和 4 次项，它们表示了超统一规范场的自相互作用。

所以，如果是 20 个态的超统一场，在 U(20)定域规范变换(4.2.3) (4.2.7)下不变，则必须引进 400 个规范场，它们按定域规范变换式(4.2.14)变换，并与 20 重态的同位旋矢量流耦合确定它们之间的相互作用。由于 U(20)群的非阿贝尔性，超统一规范场张量中除了散度项外，还有超统一规范场的乘积项，这规定了超统一规范场还有自相互作用。

如图 2 所示，随着宇宙膨胀，温度不断降低，并不断发生相变，即：当宇宙大爆炸后 10^{-44} 秒时，第一次对称性破缺(宇宙发生相变，引力分离出来，即时空创生了)。

$$\mathrm{U}(20)(\text{超对称空间,400个参数}) = \mathrm{U}(4)(\text{G粒子，引力作用16个参数}) \times ((5)(\text{25个参数}) \qquad (4.2.21)$$

当宇宙大爆炸后 10^{-36} 秒(能量为 10^{15} GeV)时，第二次对称性破缺(相变)，强作用分离出来，即：

$$\begin{aligned}&\mathrm{U}(5)(\text{Y粒子,25个参数}) = \mathrm{SU}(3)(\text{强作用空间,8个参数}) \times \mathrm{SU}(2)(\text{弱作用空间,3个参数})\\&\times \mathrm{U}(1)(\text{电磁空间,1个参数})\end{aligned} \qquad (4.2.22)$$

当宇宙大爆炸后 10^{-10} 秒时，第三次对称性破缺(相变)，弱作用分离出来，留下一维电磁相互作用保持 U(1)性质(因为强、弱相互作用是短程力，所以有幺模限制，电磁力、引力势长程力所以没有幺模限制)。

另外，引力空间破缺后，形成轻子空间和夸克空间，两空间相互作用形成了我们现在生活的三维全对称实空间和一维反对称虚空间---时间，当时空的弯曲等同于力的作用。

即：

$$\mathrm{U}(4)(\text{G粒子，引力作用}) = \mathrm{U}(2)(\text{夸克}) \times \mathrm{U}(2)(\text{轻子}) = R_{ij}(\text{三维空间}) + T_{ij}(\text{一维时间}) \qquad (4.2.23)$$

5. *G* 超统一矢量表示

5.1. *G* 荷

设五维矢量 F，则有：

$$\hat{F}=F_r+mF_x=\int\iiint_V divF_r\mathrm{d}V+m\oint_l F_r\cdot\mathrm{d}l=\int\iiint_V divF_r\mathrm{d}V+\boldsymbol{m}\iint_s curlF_r\mathrm{d}s \tag{5.1.1}$$

(m 为第五维矢量。)

令四维矢量

$$G=F_r \tag{5.1.2}$$

g 荷定义：即：在时间、空间、能量空间、色空间内的统一荷为 G 荷。

数学表述：

$$g=\int\iiint_V divG\mathrm{d}V \tag{5.1.3}$$

即：四维 G 矢量的散度对三维闭合面所包围的四维体积的积分。

G 荷在空间里的投影形成电荷 q，在时间维投影里形成弱荷 t，在色空间投影形成色荷 s，在能量空间里投影形成质荷 m。

可用四元数表示： 即由相互垂直的时间 t、空间 r、色空间 s、能量维 e 的直和构成的。

$$\begin{aligned}A&=a_0+\boldsymbol{a}=a_0ict+a_1\boldsymbol{r}+a_2\boldsymbol{s}+a_3\boldsymbol{e}\\&=ict+a_1\boldsymbol{r}+a_2\boldsymbol{s}+a_3\boldsymbol{e}\\&=|A|\left[\boldsymbol{ict}\cos\varphi+(\boldsymbol{r}\cos\alpha+\boldsymbol{s}\cos\beta+\boldsymbol{e}\cos\gamma)\sin\varphi\right]\\&=|A|(i\cos\theta+\boldsymbol{n}\sin\theta)\end{aligned} \tag{5.1.4}$$

$i^2=r^2=s^2=e^2=-1;$

(其中 $\boldsymbol{rs}=-\boldsymbol{si}=-\boldsymbol{e};\ \boldsymbol{re}=-\boldsymbol{er}=\boldsymbol{s};\ \boldsymbol{se}=-\boldsymbol{es}=\boldsymbol{r}$ 。)

$A^2=a_0^2+a_1^2+a_2^2+a_3^2$

我们取时间和空间为水平两个互为垂直的轴，能量维和色维的绝对值为纵坐标的上半轴和下半轴，绘成 G 超时空四元数模型示意图(如图 3)。四维矢量 G 与能量维的夹角 γ，其 $\cos\gamma$ 形成能量荷(质量)；G 矢量与色维的夹角为 β 角，其 $\cos\beta$ 形成了色荷；G 矢量与空间夹角为 α，其 $\cos\alpha$ 形成电荷；G 矢量与时间维的夹角为 φ，其 $\cos\varphi$ 形成弱荷。θ 为时空角。时空角 θ 定义：四维矢量 G 在时空中投影矢量与空间维的夹角。

并有：

$$\theta=\frac{\pi}{2}-\varphi \tag{5.1.5}$$

即

$$\cos\theta=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)=\sin\varphi \tag{5.1.6}$$

且有：

$$\cos\theta=\cos\alpha \tag{5.1.7}$$

我们在 G 坐标系内做 G 超时空四元数的示意图。当 $\mathrm{d}\gamma=0,\mathrm{d}\varphi=0,(\mathrm{d}\theta=0)$(即能量角一定，弱角(时空角)一定时，则粒子运动速度恒定，即 $\mathrm{d}v=0$，此时粒子无论做怎样的惯性运动，此时系统动量均守恒；当 $\mathrm{d}\gamma=0,\mathrm{d}\varphi\neq0$ (能量角一定，时空角变化)时，即 $\mathrm{d}v\neq0$ 则该粒子做非费惯运动(即粒子在空间长时间运动或相互作用，此时，粒子的物理性质将发生变化，动量不再守恒，但系统总能量是守恒的。

可以说，动量守恒是有条件的，即极短时间内的作用下，动量是近似守恒的。但只要能量角一定，无论在整个时空内怎样的运动(或作用)，系统的总能量是守恒的。看得出，能量守恒比动量守恒更普遍，

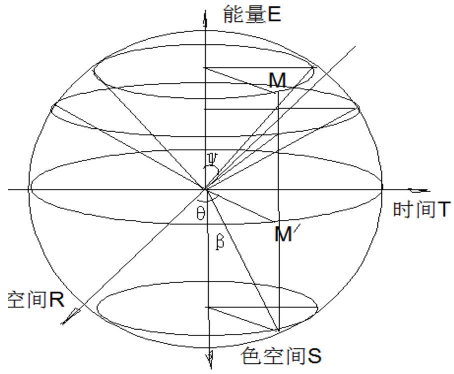

Figure 3. Super *G* complex spatiotemporal model
图 3. *G* 超复时空模型

但在超出时空维度的高维空间里的作用，其能量不一定是守恒。上面就是旋转对称性与物理量守恒的对应关系。

能量维在空间的投影形成了粒子的三代；时间维在空间的投影形成了粒子过去、现在、将来，这导致了粒子在空间运动，即粒子的不确定性；色维在空间的投影形成了红蓝绿三种色荷。

***G* 积分定理：**

设四维空间有界闭合区域 Ω，其边界 $\partial\Omega$ 为分片光滑三维闭曲面。函数 $E(e,t,r,s),T(e,t,r,s),R(e,t,r,s),S(e,t,r,s)$ 及其一阶偏导数在 Ω 上连续，那么有：

$$\int\iiint_{\Omega}\left(\frac{\partial E}{\partial e}+\frac{\partial T}{\partial ct}+\frac{\partial R}{\partial r}+\frac{\partial S}{\partial s}\right)\mathrm{d}V=\oiiint_{\partial\Omega}\left(\boldsymbol{e}\cos\alpha+\boldsymbol{t}\cos\beta+\boldsymbol{r}\cos\gamma+\boldsymbol{s}\cos\delta\right)\mathrm{d}\sigma \tag{5.1.8}$$

(E 能量，e 能量坐标，T 时间量，t 时间坐标，R 空间量，r 空间坐标，S 色空间量，s 坐标，$\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma,\cos\delta$ 分别为能量、时间、空间、色空间维的外法方向余弦，Ω 为四维体积。)

即：

$$g=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{g_i\text{ in }V}g_i=\int\iiint_V divG\mathrm{d}V=\oiiint_{\partial V}G\cdot\mathrm{d}\sigma \tag{5.1.9}$$

即：G 矢量穿过任意封闭三维曲面(超曲面)的通量等于 G 矢量的散度对三维闭合面所包围的体积的积分，等于封闭超曲面(三维曲面)所包围的 g 荷量代数和。

5.2. *H* 荷

因：

$$g=\int\iiint_{\Omega}divG\mathrm{d}V=\oiiint_{\sigma}G_{\sigma}\cdot\mathrm{d}\sigma=\oiint_{s}G_s\cdot\mathrm{d}s+i\oint_L G_L\cdot\mathrm{d}l=\iiint_V divG_s\mathrm{d}V+i\oint_L G_L\cdot\mathrm{d}l \tag{5.2.1}$$

(上式右边第一项反应了散度特性，第二项反应了旋度特性。)

定义 *h* 荷：

即 h 荷等于 G 矢量在能量维、空间维、色维中的总投影矢量的散度在上述三空间的积分值。即，g 荷在能量维、空间维、色维空间内的统一荷为 h 荷。

数学表述：

$$h=\iiint_V divG_s\mathrm{d}V \tag{5.2.2}$$

同理：定义 u 荷：

$$u = \iint_s divG_u \mathrm{d}s \tag{5.2.3}$$

即 G 矢量在能量维和空间维内的总投影矢量的散度在能量维和空间维的积分值。

定义质量：

$$m = \int_l divG_m \mathrm{d}l \tag{5.2.4}$$

即 G 矢量在能量维的投影的散度在能量维的积分。

定义电荷：

$$q = \int_l divG_q \mathrm{d}l \tag{5.2.5}$$

$$(\boldsymbol{l} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} + \boldsymbol{z})$$

即 G 矢量在空间维的投影的散度在空间维的积分。

定义强荷(色荷)：

$$s = \int_l divG_s \mathrm{d}l \tag{5.2.6}$$

即 G 矢量在色空间的投影的散度在色空间的积分。

定义弱荷(时间)：

$$t = \int_l divG_t \mathrm{d}l \tag{5.2.7}$$

即 G 矢量在时间内的投影的散度在时间内的积分。

6. 结束语

G 超统一论，提出了 G 超统一群及 GY 粒子，详细阐述了引力的相互作用。首次提出 G 宇宙标准模型 U(1) XSU(2) XSU(3) XU(4)，并用 U(20)超群统一描述了宇宙随温度的不断降低而导致的不断破缺的演化过程。揭示了时间和空间的起源、四种相互作用的成因。

参考文献 (References)

[1] 陈蜀乔. 引力场及量子场的真空动力学图像[M]. 北京: 电子工业出版社, 2010: 249.

[2] 杜东升, 杨茂志. 粒子物理导论[M]. 北京: 科学出版社, 2015: 194.

[3] 曹昌祺. 量子非阿贝尔规范场论[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 149.