

# 旋转光力系统中光的响应

## ——非互换性

李晓霞<sup>1</sup>, 程绪信<sup>1</sup>, 李广安<sup>2</sup>

<sup>1</sup>肇庆学院物理系, 广东 肇庆

<sup>2</sup>肇庆学院基建处, 广东 肇庆

收稿日期: 2022年6月20日; 录用日期: 2022年7月20日; 发布日期: 2022年7月29日

### 摘 要

本文分析了腔光力学系统中的探测光的传输特性, 此系统由旋转的双模腔和一个力学振子构成, 当驱动场从左方或右方传输时, 考虑萨格纳克效应对探测场响应的影响。通过研究透射谱, 发现光在传输过程中表现出非互换行为。我们期望该方案在信息处理和光通讯方面有一定的应用。

### 关键词

二次谐振, 光力学系统, 非互换性

# Optical Response of Rotating Optomechanical System

## —Nonreciprocity

Xiaoxia Li<sup>1</sup>, Xuxin Cheng<sup>1</sup>, Guang'an Li<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Zhaoqing University, Zhaoqing Guangdong

<sup>2</sup>Campus Construction, Zhaoqing University, Zhaoqing Guangdong

Received: Jun. 20<sup>th</sup>, 2022; accepted: Jul. 20<sup>th</sup>, 2022; published: Jul. 29<sup>th</sup>, 2022

### Abstract

We analyzed the optical transmission of the optomechanical system, which consists of rotating double-mode cavities and a mechanical resonator. When it is driven by a strong field from the left side or the right side, the probe optical response is considered under the Sagnac effect. For the spectrum of the output field, it shows the nonreciprocal transmission behavior. We expect that

this scheme may be applicable in information processing and optical communication in the future.

## Keywords

Second Harmonic, Optomechanical System, Nonreciprocity

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



## 1. 引言

近年来, 作为探索微观事物本质以及联系宏观世界的理想研究平台, 腔光力学系统引起了很多研究者的关注[1], 光学腔通过辐射压力与机械振子产生耦合, 一方面, 腔场可以对机械振子进行量子调控和冷却; 另一方面, 光腔与机械振子的相互作用会改变腔的光学响应, 产生新奇的量子光学现象, 例如: 光力诱导透明[2], 量子纠缠[3], 光子阻滞[4]等。为了研究以上的光力学效应, 人们设计了不同的光腔系统, 例如回音壁微盘腔、微环腔等, 它们都具有较高的品质因子, 几何尺寸小, 借助目前的微纳加工技术, 可以实现这些元器件的集成, 实现对微小力、质量等的精密测量, 量子信息的处理。

光的非互换性传输也是近年来研究的热点, 它在单通道光传输[5] [6] [7], 光隔离器研制[8]等方面有较多的应用, 腔光力学系统中单向微波信号的放大已在实验上实现[9]。然而, 很多研究工作只考虑了静止的腔光力学系统。最近, 在实验上首次用旋转光学微腔实现了经典的非互换光传输效应[10], 其隔离度高达 99.6%。受这些工作的启发, 我们考虑了包含二阶非线性材料的旋转光力学系统, 当同一个驱动场从左边或右边驱动光腔时, 系统表现出完全不同的光响应, 可以观察到光的非互换性传输特性。这不仅对研究经典和量子世界的关联等基础科学问题有着重要的意义, 而且在光信息处理、量子光通讯等领域有重要应用。

## 2. 物理模型

图 1 为光力学系统的模型图, 图 1(a)中强驱动场从左方输入, 图 1(b)中强驱动场从右方输入, 光腔是旋转的, 会引起频率发生红移或蓝移。



**Figure 1.** Model of the rotating optomechanical system, (a) the cavity is driven from its left side; (b) the cavity is driven from its right side

**图 1.** 旋转光力学系统的模型, (a) 从左边驱动光腔; (b) 从右边驱动光腔

旋转的光腔中含有二阶非线性材料, 我们考虑两个光学模式, 一个是基本的光学模式  $a_1$ , 其支持一个力学呼吸模式(力学模式的振动频率为  $\omega_m$ , 有效质量为  $m$ ), 另一个是二次谐振模式  $a_2$ , 考虑光腔以固定的角速度  $\Omega$  旋转, 基本的光学模式由经典的外场驱动和探测的情况下, 系统的总哈密顿量可以写为如

下形式: ( $\hbar = 1$ )

$$\begin{aligned}
 H &= H_0 + H_{int} + H_{dr}, \tag{1} \\
 H_0 &= \omega_1 a_1^\dagger a_1 + \omega_2 a_2^\dagger a_2 + \omega_m b^\dagger b, \\
 H_{int} &= -\xi_1 x_0 a_1^\dagger a_1 (b^\dagger + b) + \xi_2 (a_2 a_1^{\dagger 2} + a_2^\dagger a_1^2), \\
 H_{dr} &= i\varepsilon_l (a_1^\dagger e^{-i\omega_l t} - a_1 e^{i\omega_l t}) + i\varepsilon_p (a_1^\dagger e^{-i\omega_p t} - a_1 e^{i\omega_p t}),
 \end{aligned}$$

这里  $a_1, a_2, b$  分别是光学模、二次谐振模和力学振子模的湮灭算符, 哈密顿量  $H_0$  描述了以上 3 个模式的能量(振动频率分别为  $\omega_1, \omega_2, \omega_m$ )。  $H_{int}$  是相互作用哈密顿量, 其第一项描述了光学模式与力学振子之间的相互作用, 光力耦合强度  $\xi_1 = \omega_l/r_1$ ,  $r_1$  是腔光学振子半径; 第二项是光学基本模式与二次谐振模式之间的相互作用,  $\xi_2$  是光子跳跃强度[11], 它通常依赖于半导体材料的二阶非线性;  $H_{dr}$  是外部强驱动场和弱探测场与光学模式间的相互作用项, 控制场(探测场)频率为  $\omega_l$  ( $\omega_p$ ), 振幅为  $\varepsilon_l$  ( $\varepsilon_p$ ), 它们与驱动场的功率  $P_l$  (探测场功率  $P_p$ ) 满足关系  $\varepsilon_{l,p} = \sqrt{2\kappa_{l,p} P_{l,p} / \hbar \omega_{l,p}}$ 。由于光学腔发生了旋转, 所以光学模和二次谐振模的频率产生了 Sagnac shift (萨格纳克移动) [12] [13], 也就是频率产生了如下修正:

$$\begin{aligned}
 \omega_j &\rightarrow \omega_j \pm \Delta_{sag} \quad (j=1,2) \\
 \Delta_{sagj} &= \pm \frac{nr\omega_j}{c} \Omega \left( 1 - \frac{1}{n^2} - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right). \tag{2}
 \end{aligned}$$

公式(2)中, 光腔的旋转速度为  $\Omega$ ,  $\Omega > 0$  对应着逆时针方向旋转的光腔,  $\Omega < 0$  对应着顺时针方向旋转的光腔, 相应地,  $\Delta_{sag}$  取正值或者负值,  $n$  是介质的折射率,  $\lambda$  是驱动光场的波长,  $\frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}$  是萨格纳克频移修正项, 它会引起辐射压力的改变, 进而导致此光力学系统的非互换性传输现象。根据二次谐振产生的光学原理, 这里两个光学模式满足频率关系  $\omega_2 = 2\omega_1$ , 为了使讨论的问题更简化, 这里假定  $\Delta_{sag2} = 2\Delta_{sag1} = 2\Delta_\kappa$ , 转入以  $e^{i\omega_l(a_1^\dagger a_1 + 2a_2^\dagger a_2)}$  的旋转框架中, 于是系统总哈密顿量为

$$\begin{aligned}
 H &= (\Delta + \Delta_\kappa) a_1^\dagger a_1 + 2(\Delta + \Delta_\kappa) a_2^\dagger a_2 + \omega_m b^\dagger b - \xi_1 x_0 a_1^\dagger a_1 (b^\dagger + b) \\
 &\quad + \xi_2 (a_2 a_1^{\dagger 2} + a_2^\dagger a_1^2) + i\varepsilon_l (a_1^\dagger - a_1) + i\varepsilon_p (a_1^\dagger e^{-i\Delta_p t} - a_1 e^{i\Delta_p t}), \tag{3}
 \end{aligned}$$

这里  $\Delta = \omega_1 - \omega_l$ ,  $\Delta_p = \omega_p - \omega_l$ , 分别是光学模、探测场相对驱动场的频率失谐, 因此包含光模、二次谐振模和力学模算符的朗之万 - 海森堡方程可以写为:

$$\frac{da_l}{dt} = -(i\Delta + i\Delta_\kappa + \kappa_1) a_1 + i\xi_1 x_0 a_1 (b^\dagger + b) - 2i\xi_2 a_1^\dagger a_2 + \varepsilon_l + \varepsilon_p e^{-i\Delta_p t} + 2\sqrt{\kappa_1} a_1^{in}(t), \tag{4}$$

$$\frac{da_2}{dt} = -(2i\Delta + 2i\Delta_\kappa + \kappa_2) a_2 - i\xi_2 a_1^2 + 2\sqrt{\kappa_2} a_2^{in}(t), \tag{5}$$

$$\frac{db}{dt} = -(i\omega_m + \gamma_m) b + i\xi_1 x_0 a_1^\dagger a_1 + 2\sqrt{\gamma_m} b^{in}(t), \tag{6}$$

以上(4)~(6)式中,  $a_1^{in}(t)$ 、 $a_2^{in}(t)$  和  $b^{in}(t)$  是光学模、二次谐振模和力学振子模的输入噪声算符, 它们满足如下关系:

$$\begin{aligned}
 \langle a_1^{in}(t) a_1^{+in}(t') \rangle &= \langle a_2^{in}(t) a_2^{+in}(t') \rangle = \delta(t-t') \\
 \langle a_1^{+in}(t) a_1^{in}(t') \rangle &= \langle a_2^{+in}(t) a_2^{in}(t') \rangle = 0
 \end{aligned} \tag{7}$$

$\kappa_1, \kappa_2, \gamma_m$  依次是以上 3 个模式的衰变速率。

为了求出方程(4)、(5)、(6)的解, 这里采用微扰法, 令  $a_j = a_{js} + \delta a_j (j=1,2)$ ,  $b = b_s + \delta b$ , 下标  $s$  对应稳态值, 它们满足关系式

$$\begin{aligned}
 & -(i\Delta + i\Delta_\kappa + \kappa_1)a_{1s} + a_{1s} |a_{1s}|^2 \left[ \frac{2i\xi_1^2 x_0^2 \omega_m}{\omega_m^2 + \gamma_m^2} - \frac{2\xi_2^2}{2i\Delta + 2i\Delta_\kappa + \kappa_2} \right] + \varepsilon_l = 0, \\
 & a_{2s} = \frac{-i\xi_2 a_{1s}^2}{2i\Delta + 2i\Delta_\kappa + \kappa_2}, \\
 & b_s = \frac{i\xi_1 x_0 |a_{1s}|^2}{i\omega_m + \gamma_m},
 \end{aligned} \tag{8}$$

微扰项满足方程

$$\begin{aligned}
 \frac{d\delta a_1}{dt} &= -(i\Delta + i\Delta_\kappa + \kappa_1)\delta a_1 + i\xi_1 x_0 (a_{1s} \delta b^* + a_{1s} \delta b + b_s^* \delta a_1 + b_s \delta a_1) - 2i\xi_2 (a_{1s}^* \delta a_2 + a_{2s} \delta a_1^*) + \varepsilon_p e^{-i\Delta_p t}, \\
 \frac{d\delta a_2}{dt} &= -(2i\Delta + 2i\Delta_\kappa + \kappa_2)\delta a_2 - 2i\xi_2 a_{1s} \delta a_1, \\
 \frac{d\delta b}{dt} &= -(i\omega_m + \gamma_m)\delta b + i\xi_1 x_0 (a_{1s}^* \delta a_1 + a_{1s} \delta a_1^*).
 \end{aligned} \tag{9}$$

为了求出微扰项, 考虑输入噪声算符的期望值满足(7)式, 我们设方程(9)的解形如

$\delta a_j = A_{j+} e^{i\Delta_p t} + A_{j-} e^{-i\Delta_p t} (j=1,2)$ ,  $\delta b = B_+ e^{i\Delta_p t} + B_- e^{-i\Delta_p t}$ , 代入方程(9)并取相同指数项的系数相等, 可以得到

$$A_{1-} = \frac{\varepsilon_p}{d_7}, \tag{10}$$

这里各参数满足关系式,  $d_1 = \frac{2i\omega_m \xi_1^2 x_0^2}{(i\Delta_p + \gamma_m)^2 + \omega_m^2}$ ,  $d_2 = \frac{4\xi_2^2}{i\Delta_p + 2i\Delta + 2i\Delta_\kappa + \kappa_2}$ ,  $d_3 = -2i\xi_2 a_{2s} + d_1 a_{1s}^2$ ,

$x_s = x_0 (b_s^* + b_s)$ ,  $d_4 = i\Delta_p + i\Delta + i\Delta_\kappa + \kappa_1 - i\xi_1 x_s + (d_2 - d_1) |a_{1s}|^2$ ,  $d_5 = \frac{4\xi_2^2 |a_{1s}|^2}{-i\Delta_p + 2i\Delta + 2i\Delta_\kappa + \kappa_2} + \frac{2i\xi_2 a_{2s} d_3^*}{d_4^*}$ ,

$d_6 = \frac{-2i\omega_m \xi_1^2 x_0^2 a_{1s}}{(-i\Delta_p + \gamma_m)^2 + \omega_m^2} \left( a_{1s}^* + a_{1s} \frac{d_3^*}{d_4^*} \right)$ ,  $d_7 = -i\Delta_p + i\Delta + i\Delta_\kappa + \kappa_1 - i\xi_1 x_s + d_5 + d_6$ 。

利用输入 - 输出关系[14], 输出场的幅度可以表示为

$$\varepsilon_T = \frac{2\sqrt{\kappa_1} A_{1-}}{\varepsilon_p}, \tag{11}$$

$\varepsilon_T$  的实部和虚部分别对应弱探测场的吸收和色散, 输出场和输入场的幅度之比可以由下式给出

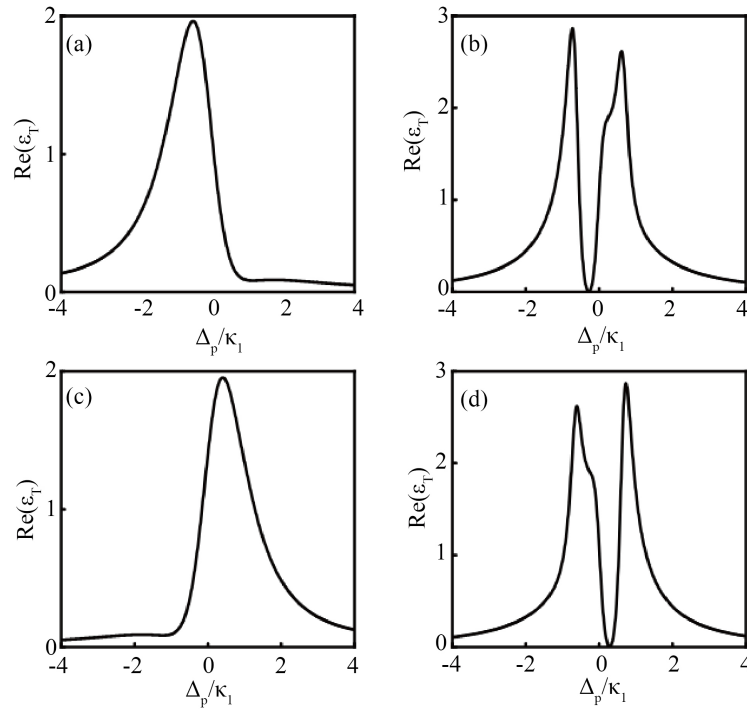
$$t(\omega_p) = \frac{\varepsilon_p - 4\kappa_1 A_{1-}}{\varepsilon_p}, \tag{12}$$

那么弱探测场的传输速率  $T = |t(\omega_p)|^2$ 。下面我们将在实验可行的参数范围内进行数值计算, 讨论旋转光系统中的探测响应以及非互换行为。

### 3. 数值计算

本文采用最近的实验参数[10]模拟以上方程的解,  $r_1 = 34.5 \mu\text{m}$ , 光腔品质因子  $Q_1 = 9.7 \times 10^7$ ,

$m = 50 \text{ ng}$ ,  $\gamma_m = 0.24 \text{ MHz}$ ,  $\omega_m = 2\pi \times 23.6 \text{ MHz}$ ,  $|\Delta| = |\Delta_\kappa| = \frac{\xi_2}{2\sqrt{2}}$ 。输出场幅度  $\varepsilon_T$  的实部  $\text{Re}(\varepsilon_T)$  和虚部  $\text{Im}(\varepsilon_T)$  分别对应探测场的吸收和色散, 图 2 描述了从左或右方驱动光腔时探测场的吸收特性, 图中的横坐标对应探测场的失谐  $\Delta_p/\kappa_1$ , 图 2(a)和图 2(b)中, 驱动场从右方驱动光腔, 失谐满足关系  $\Delta = \Delta_\kappa = -\xi_2/2\sqrt{2}$ 。图 2(a)中, 吸收线型呈现洛伦兹峰,  $\kappa_2/\kappa_1 = 1$ ,  $\xi_2/\kappa_1 = 5$ , 在接近零探测失谐时, 探测场吸收最大。当减小光子跳跃强度和二次谐振模的衰变速率, 在  $\Delta_p = -0.28\kappa_1$  位置, 观察到了一个透明窗, 如图 2(b)所示, 此时吸收谱线有 2 个波峰。在图 2(c)和图 2(d)中, 我们改变了外场的驱动方向, 从左边驱动旋转的光腔, 即  $\Delta = \Delta_\kappa = \xi_2/2\sqrt{2}$ 。图 2(c)和图 2(a)有类似的洛伦兹峰, 但最大吸收峰的位置不同, 旋转光力学系统呈现了光传输的非互换性。类似地, 在图 2(d)中, 在  $\Delta_p = +0.28\kappa_1$  位置, 也出现了一个透明窗, 此时的吸收谱线与图 2(b)图的曲线不重合, 说明对于反向传播的驱动场, 探测光的响应是不一样的, 也就是系统在光传输方向表现出了非互换性。



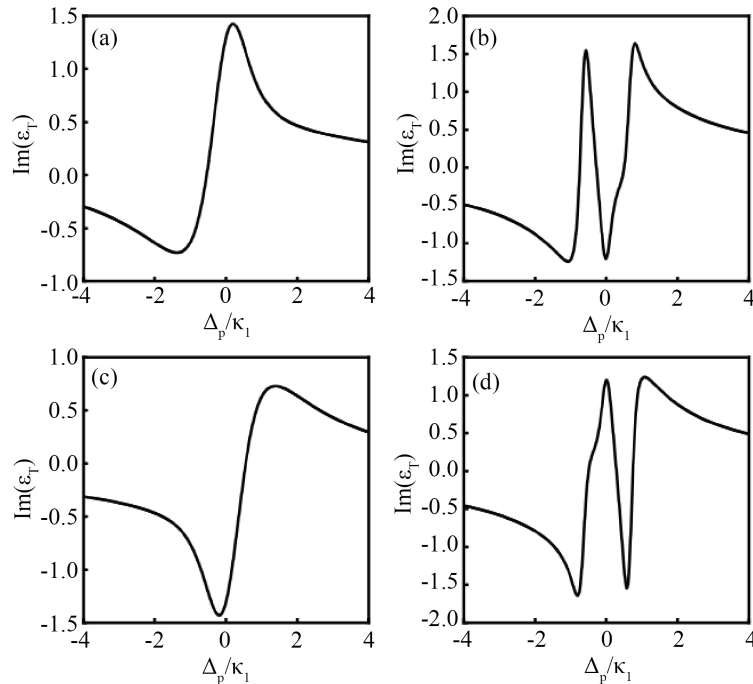
(a)  $\xi_2 = 5\kappa_1$ ,  $\kappa_2 = \kappa_1$ ,  $\Delta = \Delta_\kappa = -\frac{\xi_2}{2\sqrt{2}}$ ; (b)  $\xi_2 = 0.2\kappa_1$ ,  $\kappa_2 = 0.001\kappa_1$ ,  $\Delta = \Delta_\kappa = -\frac{\xi_2}{2\sqrt{2}}$ ;  
 (c)  $\xi_2 = 5\kappa_1$ ,  $\kappa_2 = \kappa_1$ ,  $\Delta = \Delta_\kappa = \frac{\xi_2}{2\sqrt{2}}$ ; (d)  $\xi_2 = 0.2\kappa_1$ ,  $\kappa_2 = 0.001\kappa_1$ ,  $\Delta = \Delta_\kappa = \frac{\xi_2}{2\sqrt{2}}$

**Figure 2.** Real part of  $\varepsilon_T$  as a function of probe detuning  $\Delta_p/\kappa_1$  for rotating optomechanical system, all the parameters are as follows

**图 2.**  $\varepsilon_T$  的实部, 它是旋转光力学系统探测失谐  $\Delta_p/\kappa_1$  的函数

图 3(a)~(d)中, 我们考虑了输出场幅度的虚部  $\text{Im}(\varepsilon_T)$  与失谐量的依赖关系, 其对应弱探测场的色散行为, 图 3(a)、图 3(b)对应的驱动场从右方输入, 其他参数分别与图 2(a)、图 2(b)一致, 图 3(a)中的曲线是一条具有正斜率的正常色散曲线, 对应着光速减慢现象。图 3(b)表明在接近零探测失谐的位置有一个透明窗, 可以通过调节  $\xi_2$  和  $\kappa_2$  的数值来调整透明窗的宽度[10]。图 3(c)和图 3(d)中, 驱动场从左方输入, 对

比图 3(c)与图 3(a)、图 3(d)与图 3(b), 发现色散曲线的线型和具体的数值有差别, 系统在改变驱动场传输方向的情况下, 探测场的色散行为是不一样的, 此时旋转光力系统的探测场对驱动场的不同传输方向表现出了非互换性。



(a)  $\xi_2 = 5\kappa_1, \kappa_2 = \kappa_1, \Delta = \Delta_\kappa = -\frac{\xi_2}{2\sqrt{2}}$ ; (b)  $\xi_2 = 0.2\kappa_1, \kappa_2 = 0.001\kappa_1, \Delta = \Delta_\kappa = -\frac{\xi_2}{2\sqrt{2}}$ ;  
 (c)  $\xi_2 = 5\kappa_1, \kappa_2 = \kappa_1, \Delta = \Delta_\kappa = \frac{\xi_2}{2\sqrt{2}}$ ; (d)  $\xi_2 = 0.2\kappa_1, \kappa_2 = 0.001\kappa_1, \Delta = \Delta_\kappa = \frac{\xi_2}{2\sqrt{2}}$

**Figure 3.** Imaginary part of  $\epsilon_T$  as a function of probe detuning  $\Delta_p/\kappa_1$  for rotating optomechanical system, all the parameters are as follows

**图 3.**  $\epsilon_T$  的虚部, 它是旋转光力学系统探测失谐  $\Delta_p/\kappa_1$  的函数

本研究中的二阶非线性材料, 在强耦合时, 可以选用 Si 衬底集成的 GaN 芯片微盘和 III-V 主族半导体材料波导系统来实现, 如 GaN, AlGaAs 等[15] [16]; 弱耦合时, 可以利用光电微腔来实现[17]。腔的旋转角速度约为 1~10 GHz, 在当前的实验技术下, 本理论方案是可行的。

从物理机制上来说, 光腔以一定的角速度沿顺时针或逆时针方向旋转, 驱动光场沿正向或相反的方向传输, 系统的能量本征值会增大或减小, 能量本征态也会发生不同的移动, 导致探测场对系统的响应会出现非互换的特性。

#### 4. 结论与分析

本文分析了旋转光力系统中的光探测响应, 萨格纳克效应对探测光的吸收和色散的影响。当光腔旋转时, 驱动光场从左边或右边输入时, 系统能级会产生向上或向下的频移, 探测场对系统的光响应会因为驱动场的传输方向不同而表现出差异, 也就是表现出非互换性。由于单个微腔尺寸较小, 当前的实验技术也能使其高速旋转, 所以我们的研究方案能进一步促进光量子信息传输。

## 基金项目

广东省教育厅普通高校重点科研平台和项目(No. 2020GCZX003)和新型电子元器件关键材料与工艺国家重点实验室开放课题资助(No. FHR-JS-202011007)。

## 参考文献

- [1] Aspelmeyer, M., Kippenberg, T.J. and Marquardt, F. (2014) Cavity Optomechanics. *Reviews of Modern Physics*, **86**, 1391-1452. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.86.1391>
- [2] Agarwal, G.S. and Huang, S. (2010) Electromagnetically Induced Transparency in Mechanical Effects of Light. *Physical Review A*, **81**, Article ID: 041803. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.81.041803>
- [3] Vitali, D., Gigan, S., Ferreira, A., *et al.* (2007) Optomechanical Entanglement between a Movable Mirror and a Cavity Field. *Physical Review Letters*, **98**, Article ID: 030405. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.030405>
- [4] Rabl, P. (2011) Photon Blockade Effect in Optomechanical Systems. *Physical Review Letters*, **107**, Article ID: 063601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.063601>
- [5] Feng, L., Ayache, M., Huang, J., Xu, Y.-L., Lu, M.-H., Chen, Y.-F., *et al.* (2011) Nonreciprocal Light Propagation in a Silicon Photonic Circuit. *Science*, **333**, 729-733. <https://doi.org/10.1126/science.1206038>
- [6] Miri, M.A., Ruesink, F., Verhagen, E. and Alù, A. (2017) Optical Nonreciprocity Based on Optomechanical Coupling. *Physical Review Applied*, **7**, Article ID: 064014. <https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.7.064014>
- [7] Sounas, D.L. and Alù, A. (2017) Nonreciprocal Photonics Based on Time Modulation. *Nature Photonics*, **11**, 774-783. <https://doi.org/10.1038/s41566-017-0051-x>
- [8] Jalas, D., Petrov, A., Eich, M., Freude, W., Fan, S., Yu, Z., *et al.* (2013) What Is and What Is Not an Optical Isolator. *Nature Photonics*, **7**, 579-582. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2013.185>
- [9] Lépinay de, L.M., Damskagg, E., Ockeloen-Korppi, C.F. and Sillanpää, M.A., (2019) Realization of Directional Amplification in a Microwave Optomechanical Device. *Physical Review Applied*, **11**, Article ID: 034027. <https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.11.034027>
- [10] Maayani, S., Dahan, R., Kligerman, Y., Moses, E., Hassan, A.U., Jing, H., *et al.* (2018) Flying Couplers above Spinning Resonators Generate Irreversible Refraction. *Nature*, **558**, 569-572. <https://doi.org/10.1038/s41586-018-0245-5>
- [11] Mukherjee, K. and Jana, P.C. (2021) Probe Response of a Two-Mode Cavity with  $\chi^{(2)}$  Nonlinearity, Nonreciprocity and Slow and Fast Light. *Applied Physics B*, **127**, Article No. 168. <https://doi.org/10.1007/s00340-021-07704-8>
- [12] Post, E.J. (1967) Sagnac Effect. *Reviews of Modern Physics*, **39**, 475-49. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.39.475>
- [13] Chow, W.W., Banacloche, J.G., Pedrotti, L.M., Sanders, V.E., Schleich, W. and Scully, M.O. (1985) The Ring Laser Gyro. *Reviews of Modern Physics*, **57**, 61-104. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.57.61>
- [14] Gardiner, C.W. and Collett, M.J. (1985) Input and Output in Damped Quantum Systems: Quantum Stochastic Differential Equations and the Master Equation. *Physical Review A*, **31**, 3761-3774. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.31.3761>
- [15] Chen, J., Levine, Z.H. and Wilkins, J.W. (1995) Calculated Second Harmonic Susceptibilities of BN, AlN, and GaN. *Applied Physics Letters*, **66**, 1129-1131. <https://doi.org/10.1063/1.113835>
- [16] Yang, Z., Chak, P., Bristow, A.D., van Driel, H.M., Iyer, R., Aitchison, J.S., *et al.* (2007) Enhanced Second Harmonic Generation in AlGaAs Microring Resonators. *Optics Letters*, **32**, 826-828. <https://doi.org/10.1364/OL.32.000826>
- [17] Bergfeld, S. and Daum, W. (2003) Second Harmonic Generation in GaAs: Experiment versus Theoretical Predictions of  $\chi_{xyz}^{(2)}$ . *Physical Review Letters*, **90**, Article ID: 036801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.90.036801>