

基于前子模型的一种可能的电荷形成机制

夏同生

北京航空航天大学, 北京

收稿日期: 2022年12月2日; 录用日期: 2023年1月2日; 发布日期: 2023年1月10日

摘要

前子指的是亚夸克/亚轻子粒子。前子被提出后, 人们对它产生了很大的兴趣。不过, 目前基于前子模型的一些工作存在着一些问题, 包括缺少动力学的框架以及缺少对模型的深层解释。在本文中, 我们将尝试把前子模型与普朗克尺度下的克尔黑洞分析联系起来, 这可以使得模型更完整、更合理。这种联系是基于普朗克尺度下克尔黑洞的准正则模的分析。我们发现, 取磁量子数为2时, 其微扰形成的准正则模具有一个相应于 $e/3$ 的实部。注意到还存在一个刻画面积的三重简并态, 于是我们可以用两个量子数, 也就是磁量子数和面积三重态量子数, 去得到标准模型夸克和轻子的电荷数。

关键词

前子, 准正则模, 克尔黑洞, 三重态

A Possible Charge Forming Mechanism Based on the Preon Model

Tongsheng Xia

Beihang University, Beijing

Received: Dec. 2nd, 2022; accepted: Jan. 2nd, 2023; published: Jan. 10th, 2023

Abstract

Preons are named for sub-quark/sub-lepton particles. It has attracted a lot of interest ever since it was proposed. However, the present work based on the idea of preons has several problems, including the lack of a dynamical framework and the lack of an explanation. In this paper, we will try to connect the preon model with Kerr black hole analysis in the Planck scale to make it more complete and reasonable. It is based on the quasi normal mode analysis of the Kerr black hole in the Planck scale. We find, by perturbation, the quasi normal mode has the real part corresponding to $e/3$ when the magnetic momentum quantum number is equal to two. By noticing that there is one more triplet

number describing degenerated area triplet, we find that we could use the two numbers, that is, the magnetic momentum quantum number and the area triplet number, to get the charges for standard model quarks and leptons.

Keywords

Preon, Quasi Normal Mode, Kerr Black Hole, Triplet State

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

尽管标准模型在分类和理解宇宙中不同的物理过程时表现得极为成功和简洁，但由于存在着许多看起来很随意的特性，比如参数众多，人们认为有可能存在一个超越标准模型之外更基础的物理理论。特别是，如果考虑到人们从原子，到核子，再到夸克的这一系列不断深入溯源的成功做法，人们认为应尽可能建立一个由更小的成分来构成夸克与轻子的模型。基于此想法，Pati 和 Salam 于 1974 年发表了第一篇相关文章[1]，但是文章缺少相应真正的解释能力。他们为假想的更小的组份粒子取名前子。以后人们逐渐用前子去指称许多不同模型中的亚夸克/亚轻子粒子。人们发展了许多种前子模型，可参考如文章[2] [3] [4] [5]。这之中包括由 Harari 和 Shupe 同时提出的初子模型[6] [7]。在 Harari 的模型中包括两种初子，其中一个携带 $e/3$ 的电荷($-e$ 是电子电荷)，另一个呈电荷中性。标准模型的粒子可以这样形成：初子组合成三重态，其中三个一样的两个三重态解释为 ν_e 和 e^+ ，而当三重态中有一个不同时，被解释为夸克的不同颜色。文献[8]还提出了一种基于 Harari 和 Shupe 模型的拓扑意义上的前子结合方式。这些提出的观点和模型解决了一些问题，但是很不幸也带来了一些其他的问题，比如：缺少动力学框架，对为什么只有两种初子[6] [7]或三种 Helons [8]缺少解释，以及三重态是怎么来的[9] [10]等等。而本文将试着用我们的方法使得前子理论更完备、更合理。

这是基于对普朗克尺度下的最小克尔黑洞的准正则模的分析与研究。自 Regge 和 Wheeler 的先驱性工作之后，人们对黑洞时空的测试微扰场的动力学特性进行了大量的研究[11] [12] [13]。在 Regge-Wheeler 的方程式里，势能主要是正值，所以没有离散的束缚态。但是数学上看，它可以有离散的准正则态，这相应于量子力学中的复频率态。我们知道，与 Regge-Wheeler 情况不同，对克尔黑洞的微扰不能再采用度规微扰的方法。不过，这可以用 Newman-Penrose 的方式来处理[14]，我们可以得到 Teukolsky 方程来描述克尔黑洞的微扰。在我们之前的工作中，我们惊喜地发现，对最小克尔黑洞的微扰给出了这样一个准正则模，即取磁动量量子数为 2 时，其实部对应于 $e/3$ 。这是我们第一次从第一性计算得到电荷的值。这给了我们一个电荷形成的机制，并且给出了最小电荷确实是 $e/3$ 的证据[15]。而在本文中，我们将给出为什么如文献[8]所指出的那样，前子可以是 $\pm e/3$ 或者电中性。这可以与微扰最小克尔黑洞计算时取不同磁量子数的态相关联。这里，我们用到了黑洞的 Penrose 过程去进行分析[16]。我们还定义了另一个三重态量子数，它和黑洞熵，即 $\ln 3$ ，对应的面积三重态相关[17]，这可以解释前子模型中三重态的来源。通过这两个量子数，我们可以为轻子与夸克形成建立一个合理的图像，并给出轻子与夸克电荷的形成方式。虽然可能还存在许多要进一步研究的问题，但本文将有助于给出一个更合理、更完备的前子模型。

在第二部分，我们简要介绍了一下模型，包括微扰方程和数值计算方法。先是叙述了由 Teukolsky

径向方程分析推导出的克尔黑洞的准正则模方程，并介绍了从克尔黑洞抽取能量的彭罗斯过程。在第三部分，上述方程被应用到了一种特殊的情况，即克尔黑洞质量为极小并且自旋为 2 的情况。如之前文章所述，这给出了一个可与 $e/3$ 相关联的结果。接着，我们定义了一个与面积三重态相关的三重态量子数，并描述了夸克与轻子的形成。第四部分给出了文章结论。

2. 模型

研究人员已给出了存在角动量的非球对称黑洞时空的波动力学模型。旋转的克尔黑洞时空可以被 Boyer-Lindquist 坐标描述为：

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2Mr}{\rho^2}\right) dt^2 - \frac{4Mar \sin^2 \theta}{\rho^2} dt d\phi + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2Ma^2 r \sin^2 \theta}{\rho^2}\right) \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (1)$$

这里， $\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$ ， $\Delta = r^2 - 2Mr + a^2$ ， M 是黑洞质量， a 是黑洞每单位质量的角动量(我们采用了引力单位制 $G = c = \hbar = 1$)。

利用 Teukolsky 主方程，Teukolsky 率先研究了旋转相对论物体的微扰[18] [19] [20]。基于相应的 Newman-Penrose 标量，Teukolsky 描述了不同自旋下对克尔背景度规的微扰波函数 $\Psi(t, r, \theta, \phi)$ [14]。克尔黑洞的准模可以通过 Teukolsky 主方程外加合适的边界条件获得。Detweiler 率先给出了克尔准正则模的数值研究结果[21] [22]，文献[23] [24] [25] [26] [27]给出了其它一些重要的结果。

在 Kerr 黑洞情况下，由于非球对称，微扰问题不能像 Schwarzschild 黑洞那样归为径向微扰的一个普通的微分方程。它将会成为两个耦合在一起的微分方程，其中一个是径向的微扰方程，另一个是关于角向部分的微扰方程。因此，我们不得不同时解两个微分方程。这样做相对比较困难，不过通过领域内研究人员的大量工作，求解方程可以通过下面的方式来进行[28] [29] [30]。假设：

$$\psi(x) = e^{i(m\phi - \omega t)} S_{lm}(\cos \theta) R_{lm}(r) \quad (2)$$

这里， $x = (t, r, \theta, \phi)$ 是 Boyer-Lindquist 坐标。代入 Teukolsky 主方程，马上可以给出了一个径向方程和一个角向方程，它们通过分离变量 A_{lm} 耦合在一起。这里： $A_{lm}(\omega_l \rightarrow -\infty) = iA_1 a \omega + (A_0 + m^2) + O(|\omega|^{-1})$ 。

径向的微分方程可以约化写为[25]：

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{q_0(r)\omega^2 + q_1(r)\omega + q_2(r)}{\Delta^2} \right] \tilde{R}_{lm} = 0 \quad (3)$$

这里：

$$\tilde{R}_{lm} = \Delta^{(s+1)/2} R_{lm} \quad (4)$$

且：

$$q_0 = (r^2 + a^2)^2 - a^2 \Delta \quad (5)$$

$$q_1 = -4amMr - iaA_1 \Delta + 2is[r\Delta - M(r^2 - a^2)] \quad (6)$$

$$q_2 = -m^2(\Delta - a^2) - \Delta(s + A_0) + M^2 - a^2 - s(M - r)[2iam + s(M - r)] \quad (7)$$

自旋权重参数 s 的取值给出了不同场的方程，如引力场($s = 2$)，电磁场($s = 1$)，标量场($s = 0$)，以及二分量的中微子场($s = 1/2$)。

方程(3)给出了一个分析解，Kerr 黑洞的准模可以被写为 $\omega = -m\hat{\omega} - i(\hat{\phi} + n\hat{\delta})$ ，这里 $\hat{\omega} = \delta_m / \delta_0$ ，

$\hat{\phi} = (s\delta_s + A_1\delta_A - \pi)/\delta_0$, $\hat{\delta} = 2\pi/\delta_0$ [28]。这些积分的数值计算一般需要花费很长时间, 而文献[29]给出了一个相当简化的椭圆函数表达式形式[29]。

这些准正则模的实部能量可以与通过彭罗斯过程从克尔黑洞能层所抽取的能量进行比较。彭罗斯过程给出的不可约质量可以写为:

$$M_{irr}^2 = \frac{1}{2} \left(M^2 + \sqrt{M^4 - J^2} \right) \quad (8)$$

因此, 可被抽取出来的能量可写为:

$$\Delta M = M - M_{irr} \quad (9)$$

3. 数值计算结果与分析

为了研究普朗克尺度下最小黑洞的情况, 我们取黑洞面积为 $4\ln 3$, 自旋角动量为 $2\hbar$ [31]。这样黑洞总质量为:

$$M^2 = \frac{\ln 3}{4\pi} + \frac{\pi j(j+1)\hbar^2}{\ln 3} \quad (10)$$

计算结果大概是 4.1527 倍的普朗克质量。角动量相对质量的比率为:

$$a^2 = \frac{j(j+1)\hbar^2}{M^2} \quad (11)$$

这里, $j=2$ 。注意在方程式(10)和(11)中, 我们特意显示出了 \hbar^2 , 是为了指明它来自于角动量, 尽管我们已经采用了 $c, G, \hbar = 1$ 。

这里, 我们在对普朗克尺度下的黑洞进行微扰时对面积和角动量进行了量子化, 但并未对引力量子化。引力的量子化是一个理论上尚待发展的领域, 各方说法不一。比如彭罗斯就认为在量子引力中需要修改的可能不是广义相对论, 而是量子力学[32] [33]。

在我们之前的文章中, 数值计算结果给出了这个最小克尔黑洞的准正则模具有的能量为 $5.5901e7 \text{ J}$, 这等同于 $m_r = 6.2195e-10 \text{ kg}$, 并相应于 $e/3 (1 + 2.8\%)$ [15]。这里 2.8% 的差别可能是由于真空激化引起的。

在文献[15]中, 若令 $\frac{Gm_1m_2}{r^2}$ 的绝对值大小等于 $\frac{kq_1q_2}{r^2}$, 我们得到了 $e_r = \sqrt{G/K}m_r$, 与质量 m_r 对应的电荷值为 $e/3$ 。这里我们要强调的是最好直接采用 $E = \hbar\omega = \sqrt{K/Ge}e_r c^2$ 。而 $\sqrt{K/Ge}$ 有质量的量纲, 这样避免了对电荷与质量这两个不同概念的混淆, 但这个等式也意味着电荷可能也是某种能量。

随后, 我们研究了在这个普朗克尺度下最小黑洞的彭罗斯过程, 也就是计算了能从这个最小黑洞抽取的最大能量。从方程式(8)~(9), 经数值计算后, 可以得到这个能量是 $2.2939e-10 \text{ kg}$, 远小于相应于 $e/3$ 的准正则模的能量值大小。因为从这个最小克尔黑洞能抽取的最大能量远小于相应于 $e/3$ 的准正则模的能量, 所以对这个最小克尔黑洞进行微扰, 不能从中抽取出能量, 它只能吸收正能量或抽取零能量。当然, 有必要说明的是, 彭罗斯过程可能无法确切地描述这个尺度下的物理过程, 但是至少可以用来做一下预估。

另外, 我们知道对这个黑洞, 它具有面积三重兼并态。而如上所述, 这里我们有另一个三重态选择 $m = 0, +2, -2$ 。如果我们定义两个量子数 ka 与 km , 分别对应这个普朗克尺度下克尔黑洞的面积三重态与角动量, 则如果从这个克尔黑洞抽取的能量为 0, 那么我们有一个 $-e$ 的态, 一个 0 态, 三个 $-e/3$ 的态, 以及三个 $+2e/3$ 的态作为正物质, 或者我们有一个 $+e$ 的态, 一个 0 态, 三个 $+e/3$ 的态, 以及三个 $-2e/3$ 的

态作为负物质。这些态对应的能量的总和为零，意味着我们从克尔黑洞抽取的能量为零。这里形成了 8 个态，正好对应标准模型的粒子。有必要提一下的是，和文献[6] [7] [8]中一样，我们并未允许 $km = 2$ 态与 $km = -2$ 态的混合，而这里我们得到了与文献[6] [7] [8]中类似的结果，但是却同时拥有一个合理的理论基础。

为了更清晰地显示 8 个态的形成，在表 1 中，我们列出了正物质的形成过程。这 8 个态的形成是：第一个是对应 ka 的三重简并态都有 $km = +2$ ，而准正则模给出了电荷对应为 $-e$ 的轻子；第二个是对应 ka 的三重简并态都有 $km = 0$ ，而准正则模给出了电荷对应为零的轻子；第三个对应 ka 的三重简并态中的两个具有 $km = -2$ ，这对应于电荷为 $+2e/3$ 的夸克；第四个是 ka 的三重简并态中的一个具有 $km = +2$ ，这对应于电荷为 $-e/3$ 的夸克。其中，第三个和第四个都有三种颜色。

Table 1. Eight states are formed from two numbers of ka and km . ka_1 , ka_2 , and ka_3 are three degenerate states, which can be related with black hole area triplet. Adding these 8 states together gives zero extracted energy

表 1. 由 ka 与 km 这两个量子数给出了 8 个态的形成。 ka_1 、 ka_2 和 ka_3 是与黑洞面积三重态相关的三个简并态。这 8 个态之和给出的抽取能量为零

Charge	ka_1	ka_2	ka_3	Colors
$-e$	+2	+2	+2	1
0	0	0	0	1
	-2	-2	0	
$+2e/3$	-2	0	-2	3
	0	-2	-2	
	+2	0	0	
$-e/3$	0	+2	0	3
	0	0	+2	

4. 结论

本文尝试为前子模型提出了更完备、更合理的理论基础，这是基于对普朗克尺度下最小克尔黑洞的准正则模的分析。之前，我们给出了这个准正则模的能量实部对应于 $e/3$ ，如果进一步把黑洞面积熵与三重态联系起来，则可以给出前子模型的形成，及其如何形成标准模型基本粒子的合理图像。表 1 给出了 8 个态的形成方式。我们希望我们的发现，也就是把前子模型与克尔黑洞的分析联系起来，尤其是把 Helons [8]与 km 联系起来，并且把三重态与黑洞面积三重态参数 ka 联系起来，可以引起领域内研究人员的兴趣。另外，如果我们在本文中的阐述最终可以被证实，那么这同时也意味着我们对粒子的认识可能已经达到了最小的阶段。

参考文献

- [1] Pati, J.C. and Salam, A. (1974) Lepton Number as the Fourth "Color". *Physical Review D*, **10**, 275-289. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.10.275>
- [2] Terazawa, H. and Akama, K. (1980) Subquark Pregeometry with Spontaneously Broken Conformal Invariance. *Physics Letters B*, **97**, 81-83. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(80\)90551-1](https://doi.org/10.1016/0370-2693(80)90551-1)
- [3] Akama, K. and Oda, I. (1991) Topological Pre-gauge-Pregeometry. *Physics Letters B*, **259**, 431-435. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(91\)91652-C](https://doi.org/10.1016/0370-2693(91)91652-C)
- [4] Dimopolous, S., Raby, S. and Susskind, L. (1980) Light Composite Fermions. *Nuclear Physics B*, **173**, 208-228. [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(80\)90215-1](https://doi.org/10.1016/0550-3213(80)90215-1)

-
- [5] Babu, K. and Pati, J. (1993) Unity of Forces at the Preon Level. *Physical Review D*, **48**, R1921. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.48.R1921>
- [6] Harari, H. (1979) A Schematic Model of Quarks and Leptons. *Physics Letters B*, **86**, 83-86. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(79\)90626-9](https://doi.org/10.1016/0370-2693(79)90626-9)
- [7] Shupe, M. (1979) A Composite Model of Leptons and Quarks. *Physics Letters B*, **86**, 87-92. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(79\)90627-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(79)90627-0)
- [8] Bilson-Thompson, S.O. (2005) A Topological Model of Composite Preons. ArXiv: hep-ph/0503213.
- [9] Żenczykowski, P. (2008) The Harari-Shupepreon Model and Nonrelativistic Quantum Phase Space. *Physics Letters B*, **660**, 567-572. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2008.01.045>
- [10] Sandin, F. and Hansson, J. (2007) Observational Legacy of Preon Stars: Probing New Physics beyond the CERN LHC. *Physical Review D*, **76**, Article ID: 125006. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.76.125006>
- [11] Regge, T. and Wheeler, J. (1957) Stability of a Schwarzschild Singularity. *Physical Review*, **108**, 1063-1069. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.108.1063>
- [12] Zerilli, F. (1970) Effective Potential for Even-Parity Regge-Wheeler Gravitational Perturbation Equations. *Physical Review Letters*, **24**, 737-738. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.24.737>
- [13] Sasaki, M. and Nakamura, T. (1981) The Regge-Wheeler Equation with Sources for both Even and Odd Parity Perturbations of the Schwarzschild Geometry. *Physics Letters A*, **87**, 85-88. [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(81\)90568-5](https://doi.org/10.1016/0375-9601(81)90568-5)
- [14] Newman, E. and Penrose, R. (1962) An Approach to Gravitational Radiation by a Method of Spin Coefficients. *Journal of Mathematical Physics*, **3**, 566-578. <https://doi.org/10.1063/1.1724257>
- [15] 夏同生. 形成最小单位电荷的一种可能的物理机制[J]. 现代物理, 2017, 7(5): 183-189.
- [16] Carroll, S. (2004) *Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity*. Addison Wesley, Boston.
- [17] Hod, S. (1998) Bohr's Correspondence Principle and the Area Spectrum of Quantum Black Holes. *Physical Review Letters*, **81**, 4293-4296. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.4293>
- [18] Teukolsky, S. (1973) Perturbations of a Rotating Black Hole. I. Fundamental Equations for Gravitational, Electromagnetic, and Neutrino-Field Perturbations. *The Astrophysical Journal*, **185**, 635-647. <https://doi.org/10.1086/152444>
- [19] Leaver, E. (1986) Solutions to a Generalized Spheroidal Wave Equation: Teukolsky's Equations in General Relativity, and the Two-Center Problem in Molecular Quantum Mechanics. *Journal of Mathematical Physics*, **27**, 1238-1265. <https://doi.org/10.1063/1.527130>
- [20] Hartle, J. and Wilkins, D. (1974) Analytic Properties of the Teukolsky Equation. *Communications in Mathematical Physics*, **38**, 47-63. <https://doi.org/10.1007/BF01651548>
- [21] Detweiler, S. (1978) Black Holes and Gravitational Waves. I-Circular Orbits about a Rotating Hole. *The Astrophysical Journal*, **225**, 687-693. <https://doi.org/10.1086/156529>
- [22] Detweiler, S. and Ipser, J. (1973) The Stability of Scalar Perturbations of a Kerr-Metric Black Hole. *The Astrophysical Journal*, **185**, 675-683. <https://doi.org/10.1086/152446>
- [23] Yang, H., Zimmerman, A., Zenginoglu, A., Zhang, F., Berti, E. and Chen, Y. (2013) Quasinormal Modes of Nearly Extremal Kerr Spacetimes: Spectrum Bifurcation and Power-Law Ringdown. *Physical Review D*, **88**, Article ID: 044047. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.044047>
- [24] Berti, E., Cardoso, V., Kokkotas, K. and Onozawa, H. (2003) Highly Damped Quasinormal Modes of Kerr Black Holes. *Physical Review D*, **68**, Article ID: 124018. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.68.124018>
- [25] Pani, P., Berti, E. and Gualtieri, L. (2013) Scalar, Electromagnetic, and Gravitational Perturbations of Kerr-Newman Black Holes in the Slow-Rotation Limit. *Physical Review D*, **88**, Article ID: 064048. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.064048>
- [26] Villani, M. (2021) Quasi-Normal Mode of a Planck Star. *Annals of Physics*, **433**, Article ID: 168600. <https://doi.org/10.1016/j.aop.2021.168600>
- [27] Pierini, L. and Gualtieri, L. (2022) Quasinormal Modes of Rotating Black Holes in Einstein-Dilaton Gauss-Bonnet Gravity: The Second Order in Rotation. *Physical Review D*, **106**, Article ID: 104009. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.106.104009>
- [28] Keshet, U. and Hod, S. (2007) Analytic Study of Rotating Black-Hole Quasinormal Modes. *Physical Review D*, **76**, R061501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.76.061501>
- [29] Kao, H. and Tomino, D. (2008) Quasinormal Modes of Kerr Black Holes in Four and Higher Dimensions. *Physical Review D*, **77**, Article ID: 127503. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.127503>
- [30] Berti, E., Cardoso, V. and Yoshida, S. (2004) Highly Damped Quasinormal Modes of Kerr Black Holes: A Complete Nu-

-
- merical Investigation. *Physical Review D*, **69**, Article ID: 124018. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.69.124018>
- [31] Bekenstein, J.D. (1999) Proceedings of the Eight Marcel Grossmann Meeting. World Scientific, Singapore.
- [32] Penrose, R. (1996) On Gravity's Role in Quantum State Reduction. *General Relativity and Gravitation*, **28**, 581-600. <https://doi.org/10.1007/BF02105068>
- [33] Carlip, S. (2001) Quantum Gravity: A Progress Report. *Reports on Progress in Physics*, **64**, 885-942. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/64/8/301>