

# 基于改进SIR模型的口碑对企业决策的作用研究

赵佳鹏

东华大学, 旭日工商管理学院, 上海  
Email: 15766277731@163.com

收稿日期: 2020年9月3日; 录用日期: 2020年9月20日; 发布日期: 2020年9月27日

---

## 摘要

由于网络经济时代的来临, 无论是消费者的购买决策, 还是企业的战略决策都深受网络口碑的影响。文章在经典SIR (Susceptible-Infected-Recovered)模型的基础上, 通过研究策略型消费者的多周期消费行为, 企业利用口碑传播来制定广告决策与定价决策, 从而能够最优化企业的收益。研究发现, 企业实施广告决策时, 感知阈值模型中, 某个特定消费者在网络中的朋友购买比例的增加值取决于广告努力水平与消费者的度数。另外, 企业实施定价决策时, 企业的均衡策略是采取递减的价格路径, 而消费者的最优反应则是根据自己的感知阈值进行权衡购买。同时, 企业的递减的价格路径提高了消费者的停播阈值, 使得消费者更乐意进行口碑传播, 从而提高了企业的收益。

## 关键词

SIR模型, 口碑传播, 两阶段模型, 策略型消费者

---

# Research on the Effect of Word-of-Mouth on Enterprise Decision-Making Based on Improved SIR Model

Jiapeng Zhao

Glorious Sun School of Business and Management, Donghua University, Shanghai  
Email: 15766277731@163.com

Received: Sep. 3<sup>rd</sup>, 2020; accepted: Sep. 20<sup>th</sup>, 2020; published: Sep. 27<sup>th</sup>, 2020

---

## Abstract

With the advent of the era of network economy, both consumers' purchase decisions and enterprises' strategic decisions are deeply influenced by network word-of-mouth. Based on the classical

**SIR (Susceptible-Infected-Recovered) model, this paper studies the multi-cycle consumption behavior of strategic consumers, and enterprises use word-of-mouth communication to make advertising decisions and pricing decisions, so as to optimize the profits of enterprises. It is found that in the perceptual threshold model, the added value of a particular consumer's friend purchase proportion in the network depends on the advertising proportion and the degree of consumers. In addition, when enterprises implement pricing strategies, the equilibrium strategy of enterprises is to adopt a decreasing price path, while the optimal response of consumers is to trade-off purchase according to their perception threshold. At the same time, the decreasing price path of enterprises increases the stop-broadcasting threshold of consumers, which makes consumers more willing to carry out word-of-mouth communication, thereby improving the profits of enterprises.**

## Keywords

**SIR Model, Word-of-Mouth Communication, Two-Stage Model, Strategic Consumers**

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

现如今,网络信息技术的发展突飞猛进,促使了网络经济时代的来临。网络经济时代的一个特征,就是网络上流传着的关于企业产品的信息和评论会对消费者的行为和购买决策产生影响,进而会影响企业制定运营优化决策。比如,如果有听到亲朋好友推荐某产品,那么消费者就会更有可能去购买该产品[1],这些关于产品的正面的言论就形成了口碑信息,在社交网络上不停地传播。

然而,由于社交网络平台(如微信、微博等)的快速发展,在社交网络平台上的消费者更愿意“种草”,即乐于向身边及网络上的亲朋好友推荐产品、传播口碑。也就是说,消费者停止口碑传播的停播阈值变高了。不仅是朋友们的“种草”,再加上诸如李佳琦、薇娅等网红直播带货的潮流兴起,从而使得人们的生活环境充斥着大量令人眼花缭乱的信息。因此,消费者在接收口碑时被“激活”的感知阈值变得更高了。换句话说,消费者需要衡量其朋友中是否有足够多的人去传播口碑,该消费者才会做出购买决策,这是因为消费者会倾向于购买更多人购买的产品[2]。

正是这种现象引起了学术界的关注,关于口碑传播的研究成果也不断涌现。Brown 等人[3]通过研究证明,口碑传播会影响消费者购买的行为和态度。陈法杰、崔登峰等[4]通过构建口碑数量与消费者购买意愿的理论模型,验证了消费者的购买意愿会受到该消费者的感知到的口碑数量的显著影响。另外,社交网络上的口碑数量会影响到消费者对于产品的价值感知。Berger 和 Schwartz [5]的研究揭示了口碑数量的增加会对消费者产生直接的心理驱动因素,从而使产品促销。吴卿毅和黄斐[6]则通过实证分析发现,消费者感知到的口碑数量偏少时,会影响其对于产品的价值感知而选择不够买。在大部分研究工作都集中在影响口碑传播的行为因素上的同时,由于社交网络和计算机的快速发展,推动了关注网络对社会影响的口碑传播的研究[7][8]。另一方面,对于信息在网络上的传播,很多学者提出了不同的信息传播模型。由于信息的传播类似于计算机网络上的病毒传播、人群中的传染病传播,因此也有学者基于流行病毒学理论提出了信息传播的传染病模型,包括 SI 模型、SIR 模型、SIS 模型[9][10]及其他延伸拓展模型[11]。魏静等人[12]利用 SIR 模型,通过微博话题的传播特点进行挖掘,从而有效控制微博网络上的舆情传播与信息传播。此外,赵剑华与万克文[13]通过研究心理特征对信息传播的影响,从而能准确预测舆情信息的传播趋势。

然而,大多数研究都是将两者分开独立进行分析,或者很少学者研究 SIR 模型中的口碑传播。口碑传播包含正面的情绪,割裂分析则不能考虑到口碑传播过程中个体之间的正面情绪传播,对由口碑传播在网络上所产生的情绪传播与行为效应缺少研究。因此,文章在已有的大量的关于舆情信息传播研究的基础上,首先分析了基于 SIR 模型的口碑传播的特征。然后提出了感知阈值模型与停播阈值模型,并且根据策略型消费者的购买决策,研究口碑传播对于企业的广告决策与定价决策的作用,同时对 SIR 模型中的口碑传播进行对仿真分析,确定企业的最优决策,从而最大化企业收益。

## 2. 口碑传播模型

在社交网络中进行口碑传播,如果某一个消费者从没有听闻或接触过某产品,那么该消费者通过与其朋友或邻居进行交流,通过朋友或邻居的口碑,那么该消费者就有可能去购买产品甚至是参与口碑传播。假定市场中潜在消费者是否会购买某新产品,取决于该消费者对该产品的感知阈值  $\theta_i$ ,即该消费者的好友中购买该产品并通过口碑告知该消费者的比例。这意味着,当消费者的朋友中已经有足够多的人购买了产品,该消费者就会去购买产品。由于消费者对于质量的偏好、知识以及需求等方面的异质性,导致感知阈值  $\theta_i$  呈均匀分布  $\theta_i \sim U[0,1]$ 。然而在不同时刻消费者的朋友中向其传播口碑的人数是不同的,这就是该消费者的感知值,用  $\theta_{it}$  表示。但是购买产品之后,并不是所有的消费者都会购买,消费者以  $\beta$  的概率进行口碑传播。同样,消费者是否会继续口碑传播,取决于该消费者的停播阈值  $\alpha_i$ ,即该消费者向其朋友传播口碑时,朋友中已经购买产品的比例。这意味着,当消费者的朋友中已经有足够多的人购买了产品,该消费者就会失去口碑传播的动力。假设停播阈值  $\alpha_i$  同样呈均匀分布  $\alpha_i \sim U[0,1]$ 。同理,在不同时刻,消费者在传播口碑时所获悉的朋友中购买的人数是不同的,这就是该消费者的停播值,用  $\alpha_{it}$  表示。

在此基本情景下,考虑在产品的销售季到来之前,企业通过免费试用产品使部分人体验了该产品,使得有关该新产品的口碑出现在市场。现对该模型作如下假设。

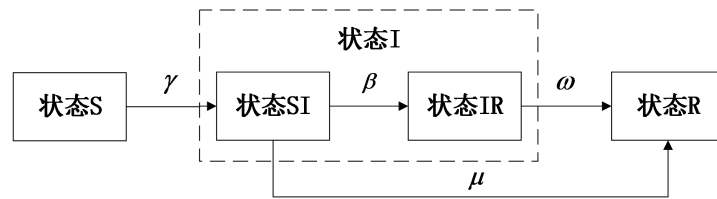
### 2.1. 模型假设

(1) 市场中有  $N$  个消费者  $i=1,2,\dots,N$ , 组成无标度的社交网络,下标  $i$  则表示为不同的消费者,他们沿着一个有  $N$  个节点的无向图相互连接。该社交网络具有严重的异质性,即各个节点之间的连接状况具有严重的不均匀性。对于个体  $i \in N$ , 其社交互动水平用  $k$  表示,称为度数,即在社交网络上该消费者有  $k$  个朋友。

(2) 将网络中抽象成节点的消费者分为以下四种状态:

- ① 状态 S—未接收到口碑,但有概率会接收到口碑;
- ② 状态 SI—接收到口碑并以一定概率购买产品,但不确定是否传播口碑;
- ③ 状态 IR—接收到口碑并购买产品,且确定传播口碑;
- ④ 状态 R—接收到口碑并购买产品,且不会传播口碑。

(3) 口碑传播的状态转移规则。当口碑在社交网络上传播时,状态 S、状态 SI、状态 IR、状态 R 四类消费者的转换情况如图 1 所示。借鉴 SIR 传播模型,假定口碑由源头节点(即一开始被广告或免费体验产品的消费者)发起,口碑传播的过程:当处于状态 I 的消费者(口碑传播者,即活跃的消费者,这里包括状态 SI 和状态 IR)试图向其相连的节点(即该消费者的社会关系)传播口碑时,若未达到停播阈值  $\alpha_i$  时,会向其相连的节点继续传播口碑,使得状态 S 的消费者(不了解这款产品的潜在消费者)以感知率  $\gamma$  达到及超过其感知阈值  $\theta_i$ ,从而购买产品,进入 SI 状态,进而以口碑传播率  $\beta$  进入 IR 状态变成传播者。其他则以免疫率  $\mu$  进入状态 R(免疫节点,即不再进行口碑传播),且  $\beta + \mu = 1$ ;若处于状态 IR 的消费者以口碑停播率  $\omega$  达到停播阈值  $\alpha_i$  时,传播者将立即进入状态 R,停止进行口碑传播。值得说明的是,这里的参数对应于网络上的所有消费者。



**Figure 1.** Rule of word of mouth communication state transition  
**图 1.** 口碑传播状态转移规则

文章用感知阈值  $\theta_i$  描述消费者对口碑的感知敏感度，用停播阈值  $\alpha_i$  描述消费者对口碑的停播敏感度。则根据假设(3)，网络上所有消费者的状态转移时的数学表达式为

$$\begin{aligned}
 P_{S \rightarrow SI} &= \begin{cases} \gamma, & \text{若 } \theta_{it} \geq \theta_i \\ 0, & \text{若 } \theta_{it} < \theta_i \end{cases}, & P_{SI \rightarrow IR} &= \begin{cases} \beta, & \text{若 } \theta_{it} \geq \theta_i \\ 0, & \text{若 } \theta_{it} < \theta_i \end{cases} \\
 P_{SI \rightarrow R} &= \begin{cases} \mu, & \text{若 } \theta_{it} \geq \theta_i \\ 0, & \text{若 } \theta_{it} < \theta_i \end{cases}, & P_{IR \rightarrow R} &= \begin{cases} \omega, & \text{若 } \alpha_{it} \geq \alpha_i \\ 0, & \text{若 } \alpha_{it} < \alpha_i \end{cases}
 \end{aligned} \tag{1}$$

其中， $\theta_{it}$  和  $\alpha_{it}$  分别表示  $t$  时刻时，某消费者的感知值和停播值。

### 2.2. 模型建立

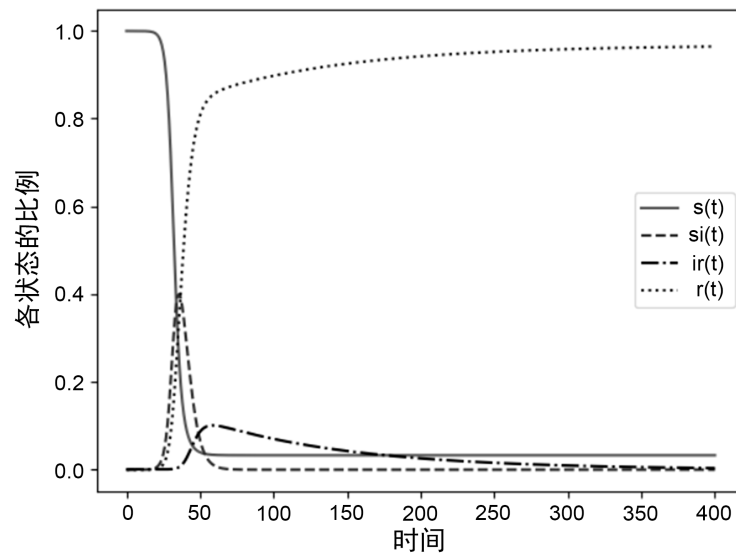
为了刻画口碑传播过程，用  $S(t)$ ， $SI(t)$ ， $IR(t)$  和  $R(t)$  分别表示  $t$  时刻处于状态 S、状态 SI、状态 IR 和状态 R 的消费者数目，所以有  $N = S(t) + SI(t) + IR(t) + R(t)$ ， $N$  是该网络上的消费者总数目。同时，记  $t$  时刻处于不同状态的网络消费者比例分别是

$$\begin{cases} s(t) = S(t)/N \\ si(t) = SI(t)/N \\ ir(t) = IR(t)/N \\ r(t) = R(t)/N \end{cases} \tag{2}$$

建立口碑传播动力学模型，则 S、SI、IR、R 四种状态下的消费者随时间的变化率可以用如下所示的微分方程组表示：

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = -\gamma s(t) si(t) \\ \frac{dsi}{dt} = -\gamma s(t) si(t) - \beta si(t) ir(t) - \mu si(t) \\ \frac{dir}{dt} = \beta si(t) ir(t) - \omega ir(t) \\ \frac{dr}{dt} = \mu si(t) + \omega ir(t) \end{cases} \tag{3}$$

由微分方程组(3)，假设各个状态一开始的比例为  $si(0) = 10^{-6}$ ， $ir(0) = 10^{-3}$ ，之所以这样设置，是因为这里假定是企业在一开始通过营销努力(sales efforts)，比如免费试用产品等措施，使得市场上一开始就有了少数的购买产品并且传播口碑的消费者，仿真也是从此刻开始。因此，可得  $s(0) = 1 - 10^{-6} - 10^{-3}$ 。并且设置各个状态之间的转换比率为  $\gamma = 0.561$ ， $\beta = 0.862$ ， $\mu = 0.139$ ， $\omega = 0.01$ ，将时间步长设置为  $t = 400$ ，仿真过程如图 2 所示。



**Figure 2.** Simulation of word of mouth communication based on SIR model  
**图 2.** SIR 模型的口碑传播仿真

由图 2 可以看出,在口碑传播的过程中,当传播开始不久后,状态 S 的消费者迅速减少,状态 R 的消费者迅速增加,即当产品刚发布不久之后,此时的口碑传播是最有效且最迅速的。同时,状态 SI 的消费者也迅速增加,然而当状态 S 的消费者与状态 R 的消费者的相等时,状态 SI 的消费者开始迅速减少。此时状态 IR 的消费者也开始缓慢增加,直到状态 SI 的消费者趋向于 0 时,状态 IR 的消费者开始减少直至趋向于 0。即当口碑传播结束时,网络上仅存在状态 S 与状态 R 的消费者,这表明了网络中总有不能达到其感知阈值的消费者,但是随着时间的增加,状态 I 的消费者都能达到其停播阈值,从而都进入状态 R。

每一模拟时间步  $t$  中处于状态 I 和状态 R 的消费者数目之和是口碑的传播规模,体现口碑的潜在积极影响,即口碑传播的覆盖率  $\lambda$  定义为状态 I 节点与 R 节点之和占有所有节点的比例,即:

$$\lambda = (I(t) + R(t)) / N = 1 - S(t) / N \quad (4)$$

本模型的主要参数说明如表 1 所示。

**Table 1.** Description of main parameters of the model

**表 1.** 模型主要参数说明

参数	参数定义	参数说明
$\theta$	感知阈值	接收口碑与购买的临界值
$\theta_t$	感知值	$t$ 时刻时的感知值, 随时间 $t$ 变化
$\alpha$	停播阈值	停止口碑传播的临界值
$\alpha_t$	停播值	$t$ 时刻时的停播值, 随时间 $t$ 变化
$\gamma$	感知率	所有消费者中超过感知阈值的概率
$\beta$	口碑传播率	购买产品的消费者中参与口碑传播的概率
$\mu$	免疫率	购买产品的消费者中不参与口碑传播的概率

Continued

$\omega$	口碑停播率	参与口碑传播的消费者中最后停止传播的概率
$\lambda$	覆盖率	购买产品的消费者所占的比例
$k$	度数	某消费者的朋友的个数
$\rho_{ik}$	购买比例	某消费者的朋友中购买产品的比例

### 3. 企业决策

以上讨论的模型是在没有任何的“干扰”下进行的，即可描述为基准模型。然而对于企业而言，时间就是金钱，为了促进产品口碑的传播与提高企业的收益，企业可在口碑传播的过程中采取相应的决策，以促进口碑更全面地更快地传播，从而使得更多消费者购买产品，达到提高企业收益的目的。因此，这就是企业做出的“口碑努力”，具体如图3所示。因此，本节将分别针对感知阈值和停播阈值，提出企业的广告决策与定价决策，研究口碑传播对于这两种决策的影响。

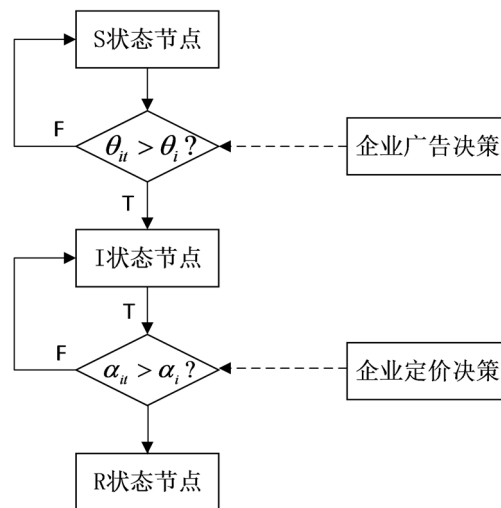


Figure 3. Word of mouth communication and enterprise decision model  
图3. 口碑传播及企业决策模型

#### 3.1. 企业的广告决策

企业的广告决策是为了增加全体消费者的朋友的购买比例  $\bar{\rho}_{ik}$ ，从而提高处于状态 S 的消费者对口碑的感知值  $\theta_{ii}$ ，也就是说，广告决策能促进处于状态 S 的消费者向状态 I 转化，具体如下

$$\bar{\rho}'_{ik}(t'+1) = \begin{cases} \bar{\rho}'_{ik}(t') + \Delta\theta \\ \bar{\rho}'_{ik}(t') \end{cases} \quad (5)$$

其中  $t'$  是企业广告决策执行的时间点，区别于模拟时间步  $t$ ； $\bar{\rho}'_{ik}(t')$  是  $t'$  时刻消费者的平均购买比例； $\Delta\theta$  是购买比例的增幅。基于策略成功假定，有  $\Delta\theta > 0$ ，并且  $\Delta\theta$  的绝对值正比于企业广告投入。需要注意的是广告决策增加了平均感知值  $\bar{\theta}_{ii}$ ，但对于单个消费者而言，无法保证感知值一定增加，这也符合消费者行为的复杂性，企业无法期望在每个消费者上都取得效果，部分消费者会对企业决策响应行为产生反感与抵制行为并导致更大的感知阈值  $\theta_i$  [14]。

由 Galeotti 和 Goyal [15]的分析可知, 企业实施广告决策之后购买增加的比例  $\Delta\theta$  为:

$$\Delta\theta = \sum_{n=1}^k \binom{k}{n} \varepsilon^n (1-\varepsilon)^{k-n} \theta_i(k, n) \quad (6)$$

其中,  $\varepsilon$  表示产品在人群中的曝光水平, 即企业决策的广告水平。广告的直接效果可以看作是对产品感兴趣的消费者比例的影响, 其中  $\binom{k}{n} \varepsilon^n (1-\varepsilon)^{k-n}$  表示某个客户周围的  $k$  个朋友中, 有  $n$  个购买产品的概率;  $\theta_i(k, n)$  表示度数为  $k$  的消费者的感知阈值。假设当且仅当至少有一个朋友购买时, 该个体才有可能达到感知阈值, 即  $\theta_i(k, 0) = 0$ 。假设感知阈值模型  $\theta_i(k, n) = \frac{n}{k^\tau}$ , 其中  $\tau \in (0, 1)$ , 由于异质性, 各个消费者的  $\tau$  会不同。也就是说, 该消费者是否达到感知阈值取决于他的朋友中购买人数所占的比例。定理 1 描述了感知阈值模型下, 增加购买的比例与企业实施广告决策的关系。

**定理 1.** 在感知阈值模型中, 企业实施广告决策之后购买增加的比例为  $\Delta\theta = \varepsilon k^{1-\tau}$ , 且  $c$  在  $\varepsilon$ 、 $k$  上递增。

**证明:**  $\Delta\theta = \sum_{n=1}^k \binom{k}{n} \varepsilon^n (1-\varepsilon)^{k-n} \theta_i(k, n) = \sum_{n=1}^k \binom{k}{n} \varepsilon^n (1-\varepsilon)^{k-n} \cdot \frac{n}{k^\tau} = \frac{1}{k^\tau} \cdot \sum_{n=1}^k n \binom{k}{n} \varepsilon^n (1-\varepsilon)^{k-n} = \frac{1}{k^\tau} \cdot M$ , 令  $y = 1 - \varepsilon$ , 则

$$M = 1 \times \binom{k}{1} \varepsilon y^{k-1} + 2 \times \binom{k}{2} \varepsilon^2 y^{k-2} + 3 \times \binom{k}{3} \varepsilon^3 y^{k-3} + \dots + (k-2) \binom{k}{k-2} \varepsilon^{k-2} y^2 + (k-1) \binom{k}{k-1} \varepsilon^{k-1} y + k \binom{k}{k} \varepsilon^k y^0$$

$$\frac{M}{\varepsilon} = 1 \times \binom{k}{1} y^{k-1} + 2 \times \binom{k}{2} \varepsilon y^{k-2} + 3 \times \binom{k}{3} \varepsilon^2 y^{k-3} + \dots + (k-2) \binom{k}{k-2} \varepsilon^{k-3} y^2 + (k-1) \binom{k}{k-1} \varepsilon^{k-2} y + k \binom{k}{k} \varepsilon^{k-1} y^0$$

$$\int \frac{M}{\varepsilon} d\varepsilon = \varepsilon \binom{k}{1} y^{k-1} + 2 \times \binom{k}{2} \frac{\varepsilon^2}{2} y^{k-2} + 3 \times \binom{k}{3} \frac{\varepsilon^3}{3} y^{k-3} + \dots + (k-2) \binom{k}{k-2} \frac{\varepsilon^{k-2}}{k-2} y^2 + (k-1) \binom{k}{k-1} \frac{\varepsilon^{k-1}}{k-1} y + k \binom{k}{k} \frac{\varepsilon^k}{k} y^0 + C_k^0 \varepsilon^0 y^k - C_k^0 \varepsilon^0 y^k = (\varepsilon + y)^k - C_k^0 \varepsilon^0 y^k$$

对上式两边对  $\varepsilon$  求导, 可得  $\frac{M}{\varepsilon} = k(\varepsilon + y)^{k-1}$ , 将  $y = 1 - \varepsilon$  代入, 可得  $M = k\varepsilon$ 。

因此, 可得  $\Delta\theta = \frac{1}{k^\tau} \cdot M = \frac{1}{k^\tau} \cdot k\varepsilon = \varepsilon k^{1-\tau}$ 。证毕。

由定理 1 可知, 由于企业的广告决策, 感知阈值模型中的某个特定消费者在网络中的朋友购买比例的增加值取决于广告努力水平与消费者的度数。当广告努力水平越大, 则该消费者的朋友中可能购买的就越多, 感知值  $\theta_i$  就越高, 则其余消费者被随之受到口碑传播从而由状态 S 进入状态 I 的概率  $\gamma$  就越高, 从而促进更多的人购买, 更有利于企业。另外, 当某消费者的朋友中同样有  $n$  人购买时, 若其度数  $k$  越小, 则其朋友圈中此产品的渗透率(消费者群体中购买人数的比例)越低, 那么该消费者进入状态 I 的概率就越低。也就是说,  $\gamma$  感知率是关于广告努力水平  $\varepsilon$  的函数, 并且  $\gamma$  正相关于  $\varepsilon$ 。因此, 企业实施广告决策对于口碑传播的影响, 可以通过感知率  $\gamma$  的变化引起的对 SIR 模型中口碑传播的影响体现。

通过仿真，分别设置  $\gamma = 0.361$ 、 $\gamma = 0.461$  和  $\gamma = 0.561$ ，仿真的其他参数设置如图 2 所示，三个仿真的过程如图 4 所示。

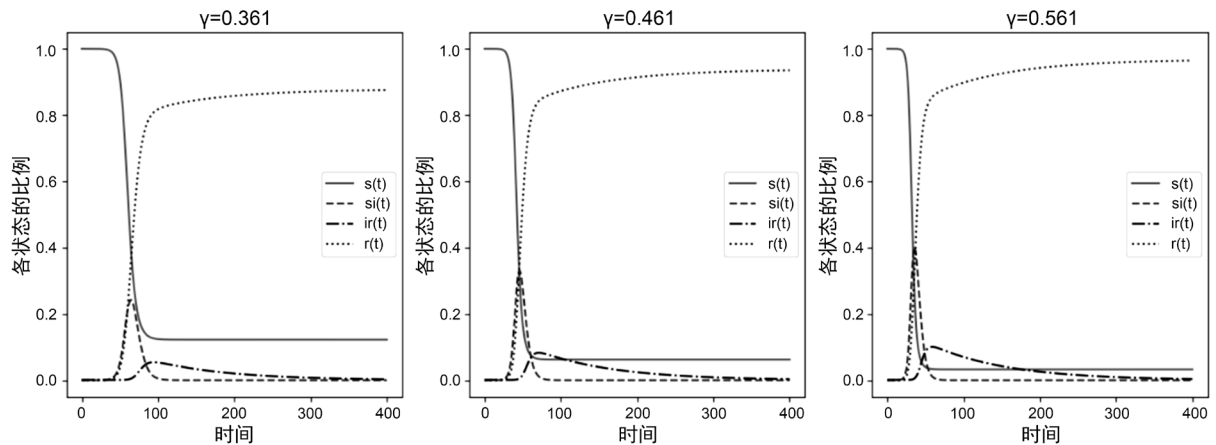


Figure 4. Simulation of word of mouth propagation of SIR model under different  $\gamma$

图 4. 不同  $\gamma$  下 SIR 模型的口碑传播仿真

通过观察图 4 可知，当感知率  $\gamma$  变大时，状态 S 的消费者会更快地迅速减少，状态 SI、状态 IR 和状态 R 的消费者则会更快地迅速增加。由于网络上的口碑传播取决于状态 IR 的比例，由图中可观察到，当感知率  $\gamma$  变大时，曲线  $ir(t)$  与时间轴围成的面积越大，且状态 IR 的消费者会更晚地趋于稳定，即网络上状态 IR 的消费者会更多，口碑传播会更晚地趋于稳定。此外，当口碑传播最终趋于稳定时， $\gamma$  越大，最终状态 R 的消费者会增加，状态 S 的消费者则会减少。这表明了，对于企业来说，实施广告决策会使得网络中的口碑传播更加活跃，有助于口碑传播更早地开始和更晚地结束，同时使得购买企业产品的消费者越多，从而提高企业的收益。

### 3.2. 企业的定价决策

本节的企业的定价决策是产品定价决策，指的是预先公布式定价决策[16]，即企业在产品发布时，一开始就公布完整的价格路径，消费者根据这个价格路径确定在第一阶段购买还是第二阶段购买。这里两阶段的区分指的是第一阶段的口碑传播在网络上趋于稳定，即处于状态 S、状态 SI、状态 IR 和状态 R 的消费者已经达到稳定的状态。

而此时对于消费者来说，假设消费者都是策略型消费者，即消费者是足够理性的，则消费者存在一个两阶段购买的权衡，决定是否购买以及购买权衡，使其购买效用最大化。消费者在第一阶段购买产品需同时满足两个条件：(1) 第一阶段的预期购买效用是非负的；(2) 第一阶段的预期购买效用不低于第二阶段购买的期望效用。消费者在第二阶段购买需满足：第二阶段的预期购买效用是非负的。以下将对企业实施定价决策后对消费者的购买权衡进行分析。

假设消费者在第一阶段购买的期望效用为  $u_1 = \theta_i - p_1$ ，第二阶段购买的期望效用为  $u_2 = \delta(\theta_i - p_2)$ ，其中  $p_1, p_2$  分别表示企业在第一阶段、第二阶段的定价。 $\delta$  为贴现因子，且  $\delta \in [0, 1]$ ，体现了消费者的耐心程度[17]，若消费者是极度耐心的，则  $\delta = 1$ ，若消费者是短视的，则  $\delta = 0$ 。那么存在感知阈值的临界值  $\theta_i^*$ ，使得消费者在两阶段购买产品产生的效用无差异，即

$$\theta_i - p_1 = \delta(\theta_i - p_2) \quad (7)$$



关于消费者的购买权衡的性质如定理 2 所示。

**定理 2.** 对于给定的产品价格序列  $\{p_1, p_2\}$ , 企业实施定价决策之后消费者的感知阈值存在临界点  $\theta_i^*$ , 使得消费者在两阶段之间购买无差异, 其中

$$\theta_i^* = \frac{p_1 - \delta p_2}{1 - \delta} \quad (8)$$

企业一开始发布完整的价格路径  $\{p_1, p_2\}$ , 消费者根据这个价格路径进行购买权衡以最大化其效用, 而企业会判断到消费者做出的反应, 且根据这个判断确定最优价格路径, 从而最大化其两阶段的总体收益。因此, 这里就存在企业与消费者之间的定价 - 购买博弈, 本节内容就是研究这个博弈并确定其均衡, 同时仿真体现企业定价决策对网络口碑传播的影响。

当  $\theta_{ii} \geq \theta_i^*$  时, 消费者会在第一阶段购买, 其中

$$\theta_i^* = \begin{cases} p_1 & \text{当 } p_1 \leq p_2 \text{ 时,} \\ \frac{p_1 - \delta p_2}{1 - \delta} & \text{当 } p_1 > p_2 \text{ 且 } p_1 - \delta p_2 \leq 1 - \delta \text{ 时,} \\ 1 & \text{当 } p_1 > p_2 \text{ 且 } p_1 - \delta p_2 > 1 - \delta \text{ 时,} \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可知, 消费者的最优反应为: 当企业的价格路径是不变或递增时 ( $p_1 \leq p_2$ ), 任何在第一阶段购买效用为非负的消费者会在第一阶段购买。另外, 当企业的价格路径是递增 ( $p_1 > p_2$ ) 且两阶段的价格相差不大时 ( $p_1 - \delta p_2 \leq 1 - \delta$ ), 尽管第二阶段的价格较低, 但是感知值  $\theta_{ii}$  较大的消费者还是会在第一阶段购买。另一方面, 当企业的价格路径是递增 ( $p_1 > p_2$ ) 且两阶段的价格相差较大时 ( $p_1 - \delta p_2 > 1 - \delta$ ), 没有消费者愿意在第一阶段购买, 而到了第二阶段的消费者满足  $\theta_{ii} \geq p_2$  时则会购买。

企业则会考虑到以上讨论的消费者对于预先定价做出的反应, 因此企业会采用最优的价格路径  $\{p_1^*, p_2^*\}$  以最大化其总体效益。企业的两阶段的收益为

$$\pi_p(p_1, p_2) = (p_1 - c)(1 - \theta_i^*)^+ + (p_2 - c)(\theta_i^* - p_2)^+ \quad (10)$$

其中,  $c$  为成本, 且  $c \in (0, 1)$ 。记  $(r)^+ = \max(r, 0)$ 。

则企业的最优定价路径如定理 3。

**定理 3.** 在这个定价 - 购买博弈中, 任何的预先定价的价格路径都有唯一的均衡。企业唯一的最优的定价决策为

$$p_1^* = \frac{2 + c(1 + \delta)}{3 + \delta}, p_2^* = \frac{1 + 2c + \delta}{3 + \delta} \quad (11)$$

而且,  $(p_1^* - p_2^*)$  在  $\delta$  上递减且有  $p_1^* \geq p_2^*$ , 企业收益  $\pi_p(p_1^*, p_2^*)$  也在  $\delta$  上递减。

另外, 消费者购买权衡的感知阈值的临界值  $\theta_i^*$  为

$$\theta_i^* = \frac{2 + c + \delta}{3 + \delta} \quad (12)$$

**证明:** 当  $p_1 \leq p_2$  时,  $\pi_p(p_1, p_2) = (p_1 - c)(1 - \theta_i^*)^+$ , 对  $p_1$  求一阶导数可得  $\pi_p(p_1, p_2) \leq (1 - c)^2/4$ 。当  $p_1 > p_2$  且  $p_1 - \delta p_2 > 1 - \delta$  时,  $\pi_p(p_1, p_2) = (p_2 - c)(\theta_i^* - p_2)^+$ , 同样对  $p_2$  求一阶导数可得  $\pi_p(p_1, p_2) \leq (1 - c)^2/4$ 。当  $p_1 > p_2$  且  $p_1 - \delta p_2 \leq 1 - \delta$  时,  $\pi_p(p_1, p_2) = (p_1 - c)(1 - \theta_i^*)^+ + (p_2 - c)(\theta_i^* - p_2)^+$ , 分别对  $p_1, p_2$  求一阶导数可得  $p_1 = (1 + p_2 - \delta + p_2\delta)/2$ ,  $p_2 = (c + p_1 - c\delta + p_1\delta)/2$ , 联立以上两式可得  $p_1^* = [2 + c(1 + \delta)]/(3 + \delta)$ , 则  $p_2^* = (1 + 2c + \delta)/(3 + \delta)$ , 故可得  $\pi_p(p_1^*, p_2^*) = (1 - c)^2/(3 + \delta)$ , 可求得

$\pi_p(p_1^*, p_2^*)$  在任意的  $\delta \in [0, 1]$  上有  $\pi_p(p_1^*, p_2^*) \geq (1-c)^2/4$ ，故企业会采取价格路径为  $\{p_1^*, p_2^*\}$  的均衡策略。同时， $p_1^* - p_2^* = [2+c(1+\delta)]/(3+\delta) - (1+2c+\delta)/(3+\delta) = (1-c)(1-\delta)/(3+\delta) \geq 0$ ，且容易得  $\partial(p_1^* - p_2^*)/\partial\delta = 4(c-1)/(3+\delta)^2 < 0$ 。将  $p_1^*, p_2^*$  代入式(8)，可得  $\theta_i^* = (2+c+\delta)/(3+\delta)$ 。

由定理 3 可知，在这个定价 - 购买博弈中，企业采取的均衡策略是  $\{p_1^*, p_2^*\}$ ，是一个递减的价格路径，而消费者的最优反应是： $\theta_i \geq (2+c+\delta)/(3+\delta)$  的消费者会在第一阶段购买，其他消费者则在第二阶段购买。企业通常采取递减的价格路径，即企业会采用折扣促销决策来提高自己的收益，并且随着消费者越来越耐心，在第一阶段购买的消费者就会越来越少，此时网络上的口碑传播也就越少，同时企业两阶段的最优定价的差值  $(p_1^* - p_2^*)$  就会越来越少，也就是说企业在第二阶段的折扣力度就越小，但是此时企业的收益也会越来越少，因此，耐心的消费者是不利于企业的。

再结合定理 2 可知，当企业实施降价决策之后， $\theta_{ii} \geq \theta_i^*$  的消费者会在第一阶段购买产品，反之则会延迟购买。而且， $\theta_i^*$  随着  $p_2$  的减少而增加，也就是说，当企业实施的促销折扣的力度越大，消费者在第二阶段购买的期望收益会越大，第一阶段购买的人数就会越少。从而企业面临了一个更有耐心、策略性更强的消费者群体，Yiangos 和 Nicos [17] 通过对用户进行社会学习的分析，得到了类似的结果。其具体原因用仿真分析如下。

企业在第二阶段实施打折促销后，能促进消费者更乐意地传播口碑。也就是说，降价决策能减缓处于状态 I 的消费者向状态 R 转化，减少口碑停播率  $\omega$ ，从而提高全体消费者对口碑的平均停播阈值  $\bar{\alpha}_i$ ，使网络上存在更多的口碑传播，具体如下：

$$\bar{\alpha}_i(t'+1) = \begin{cases} \bar{\alpha}_i(t') + \Delta\alpha \\ \bar{\alpha}_i(t') \end{cases} \quad (13)$$

其中  $t'$  是企业广告决策执行的时间点； $\bar{\alpha}_i(t')$  是消费者的平均停播阈值； $\Delta\alpha$  表示消费者在知道产品的打折促销后乐意继续口碑传播的程度，打折促销的力度越大， $\Delta\alpha$  就越大。也就是说， $\Delta\alpha$  是关于  $(p_1^* - p_2^*)$  的函数，并且  $\Delta\alpha$  正相关于  $(p_1^* - p_2^*)$ 。基于策略成功假定，有  $\Delta\alpha > 0$ 。这表明了，降价决策提高了平均停播阈值  $\bar{\alpha}_i$ ，即当消费者了解到企业进行降价后，会更乐意参与口碑传播，体现在其停播阈值  $\alpha_i$  的降低，刺激其向朋友继续传播口碑，则其余消费者受到口碑传播从而由状态 I 进入状态 R 的比例  $\omega$  就越低，从而促进更多的人购买，更有利于企业。因此，口碑停播率  $\omega$  负相关于  $(p_1^* - p_2^*)$ 。

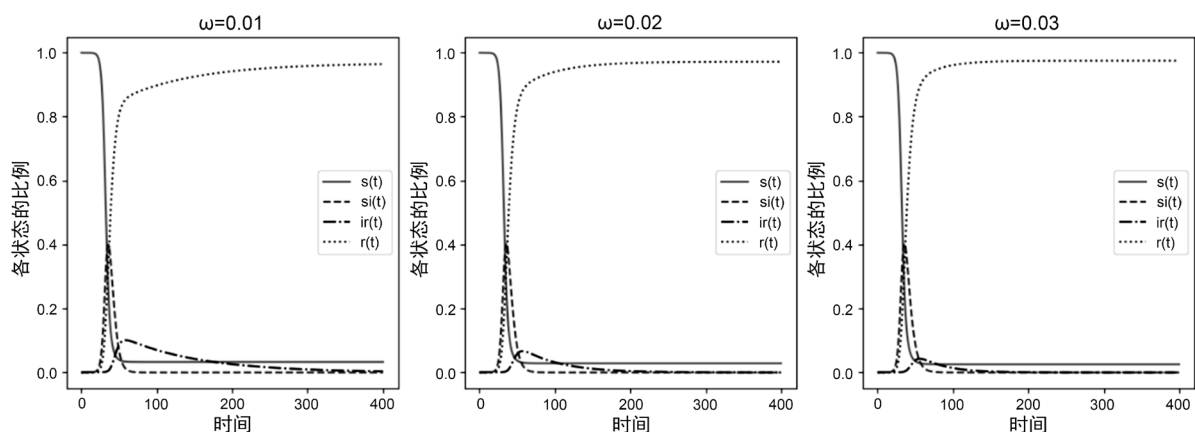


Figure 5. Simulation of word of mouth propagation of SIR model under different  $\omega$   
 图 5. 不同  $\omega$  下 SIR 模型的口碑传播仿真

通过仿真, 观察口碑停播率的变化对 SIR 模型中口碑传播的影响, 则可以确定企业实施降价决策对于口碑传播的影响。分别设置  $\omega = 0.01$ 、 $\omega = 0.02$  和  $\omega = 0.03$ , 仿真的其他参数设置如图 2 所示, 三个仿真的过程如图 5 所示。

通过观察图 5, 口碑停播率  $\omega$  的变化会对状态 IR 的消费者以及状态 R 的消费者的收敛时间产生影响。 $\omega$  越小, 曲线  $ir(t)$  与时间轴的面积更大, 即网络中的状态 IR 的消费者会更多, 并且会更晚地趋于稳定, 同时, 曲线  $r(t)$  的收敛时间也会越晚。这表明了, 当企业实施降价决策时, 使得消费者更乐意进行口碑传播, 提高网络中口碑传播的活跃度, 降低口碑停播率  $\omega$ , 从而使得有更多的人购买, 促进企业的收益。

#### 4. 结论

文章首先对经典 SIR 传染病模型进行改进, 提出了网络中口碑传播的过程。接着针对口碑传播对广告决策和定价决策的影响进行研究, 通过研究策略型消费者的多周期消费行为, 研究口碑传播对企业制定广告决策与定价决策的作用。同时, 通过仿真分析证实模型的有效性。总结来说, 文章通过研究了企业决策与口碑的相互作用, 而企业正是在预料到了这样的作用之后, 企业利用口碑的作用优化企业决策。因此, 文章研究得出的主要结论如下:

第一, 企业实施广告决策时, 会使得网络中的口碑传播更加活跃, 有助于口碑传播更早地开始和更晚地结束, 也就是说, 口碑传播的时间会更长。而对于企业来说, 网络上流传关于该产品口碑的时间越长, 会使得购买企业产品的消费者越多。同时, 企业实施广告决策时, 感知阈值模型中, 某个特定消费者在网络中的朋友购买比例的增加值随着广告努力水平与消费者的度数递增。因此, 对于企业来说, 可以通过增加广告努力水平以提高消费者的购买人数, 然而存在相应的广告成本, 故企业可针对在社交网络上朋友人数多的、有影响力的消费者投放广告, 借助此类消费者传播口碑, 降低广告成本, 提高企业收益。

第二, 企业实施定价决策时, 企业的均衡策略是采取递减的价格路径, 而消费者的最优反应则是根据自己的感知阈值进行权衡购买。因此, 对于企业来说, 最优的定价决策是递减的, 企业在第二阶段降价出售能提高企业的收益。另外, 企业的递减的定价决策降低了消费者的停播值, 即消费者由于受到降价决策的影响, 会更趋向于不停止传播口碑, 消费者会更乐意进行口碑传播, 从而促进消费者的购买数量, 提高企业的收益。

文章的研究中还存在一些不足, 比如, 文章没有考虑到产品的特征, 不同的产品特征对口碑传播的影响有所不同, 其传播特征也会有所不同。另外, 文章的企业定价决策考虑的是预先公布式定价决策, 而响应式定价决策在口碑传播中对企业与消费者的影响是文章需要展开的后续研究。

#### 基金项目

国家自然科学基金面上项目(71872036); 国家自然科学基金重点项目子项目(71832001); 教育部人文社科项目(18YJA630153); 上海社科项目(2017BGL018)。

#### 参考文献

- [1] Ahrens, J., Coyle, J.R. and Strahilevitz, M.A. (2013) Electronic Word of Mouth: The Effects of Incentives on e-Referrals by Senders and Receivers. *European Journal of Marketing*, 47, 1034-1051. <https://doi.org/10.1108/03090561311324192>
- [2] 左文明, 王旭, 樊偿. 社会化电子商务环境下基于社会资本的网络口碑与购买意愿关系[J]. 南开管理评论, 2014, 17(4): 140-150.

- [3] Brown, T.J., Barry, T.E., Dacin, P.A. and Gunst, R.F. (2005) Spreading the Word: Investigating Antecedents of Consumers' Positive Word-of-Mouth Intentions and Behaviors in a Retailing Context. *Journal of the Academy of Marketing Science*, **33**, 123-138. <https://doi.org/10.1177/0092070304268417>
- [4] 陈法杰, 崔登峰, 王站杰. 社交网络中网络口碑对消费者购买决策影响实证分析[J]. 商业经济研究, 2015(25): 70-71.
- [5] Berger, J. and Schwartz, E.M. (2011) What Drives Immediate and Ongoing Word of Mouth? *Journal of Marketing Research*, **48**, 869-880. <https://doi.org/10.1509/jmkr.48.5.869>
- [6] 吴卿毅, 黄斐. 在线口碑数量、效价及情绪传递对产品价值感知的影响[J]. 商业决策, 2019(6): 18-25.
- [7] 刘星, 钱晓东. 基于凝聚子群的口碑传播机制研究[J]. 计算机应用研究, 2018, 35(12): 70-73.
- [8] Hervas-Drane, A. (2015) Recommended for You: The Effect of Word of Mouth on Sales Concentration. *International Journal of Research in Marketing*, **32**, 207-218. <https://doi.org/10.1016/j.ijresmar.2015.02.005>
- [9] 张彦超, 刘云, 张海峰, 等. 基于在线社交网络的信息传播模型[J]. 物理学报, 2011, 60(5): 1-7.
- [10] 李兰瑛. 基于 CA 的网络舆论传播因素的研究[J]. 科学技术与工程, 2008, 8(22): 6179-6183.
- [11] Finkenstadt, B.F. (2006) Statistical Inference in a Stochastic Epidemic SEIR Model with Control Intervention: Ebola as a Case Study. *Biometrics*, **62**, 1170-1177. <https://doi.org/10.1111/j.1541-0420.2006.00609.x>
- [12] 魏静, 黄阳江豪, 林萍, 等. 基于改进 SIR 模型的微博网络舆情传播研究[J]. 情报科学, 2019(6): 16-22.
- [13] 赵剑华, 万克文. 基于信息传播模型-SIR 传染病模型的社交网络舆情传播动力学模型研究[J]. 情报科学, 2017(12): 36-40.
- [14] 蔡淑琴, 袁乾, 周鹏. 企业响应下负面口碑线性阈值传播模型研究[J]. 系统工程学报, 2017(2): 145-155.
- [15] Galeotti, A. and Goyal, S. (2009) Influencing the Influencers: A Theory of Strategic Diffusion. *RAND Journal of Economics*, **40**, 509-532. <https://doi.org/10.1111/j.1756-2171.2009.00075.x>
- [16] Aviv, Y. and Pazgal, A. (2008) Optimal Pricing of Seasonal Products in the Presence of Forward-Looking Consumers. *Manufacturing and Service Operations Management*, **10**, 339-359. <https://doi.org/10.1287/msom.1070.0183>
- [17] Yiangos, P. and Nicos, S. (2017) Dynamic Pricing in the Presence of Social Learning and Strategic Consumers. *Management Science*, **63**, 919-939. <https://doi.org/10.1287/mnsc.2015.2378>