

# 非负矩阵分解结合非下采样剪切波变换的遥感图像融合

曹继晴, 吴芊如, 赵瑀琦, 李 喆

长春理工大学数学与统计学院, 吉林 长春

收稿日期: 2023年4月18日; 录用日期: 2023年6月13日; 发布日期: 2023年6月28日

## 摘 要

文章提出了一种基于非负矩阵分解(NMF)和非采样剪切波变换(NSST)的图像融合方法。该方法通过将NMF和NSST相结合来实现图像融合, 以此提取图像的共性信息和结构信息, 从而获得更清晰、自然、准确的图像融合结果。具体地, 我们使用NMF方法来分解多幅输入图像, 并获取它们的共性部分和个性部分。通过NMF的分解, 原始图像可以表示为一个非负矩阵 $V$ 的乘积, 其中 $V$ 包含原始图像的像素值, 同时包含若干列代表图像的基矩阵。在我们的方法中, 共性部分对应于图像所共有的信息, 而个性部分对应于图像的个别特征。接着, 我们使用NSST方法对共性部分和个性部分进行分解, 以便获得不同尺度和方向的图像信息。NSST是一种基于剪切波变换的多尺度分析方法, 能够很好地保持图像的结构信息, 并抑制伪吉布斯现象。最后, 将分别经过NSST处理的共性部分和个性部分进行融合, 从而获得一幅整合了图像的细节和特征的输出图像。该融合方法可以很好地处理不同类型、尺寸和分辨率的图像, 并在处理复杂情况时表现出良好的效果。为了验证所提出的方法的性能, 我们在不同数据集上进行了实验, 并与其他常用的图像融合方法进行了比较。实验结果表明, 我们提出的方法取得了良好的融合效果。因此, 本文所提出的方法在图像融合领域中具有广泛的应用前景。

## 关键词

非负矩阵分解, 非下采样剪切波变换, 图像融合, 遥感图像

# Remote Sensing Image Fusion Based on Non-Negative Matrix Decomposition and Non-Subsampled Shear Wave Transform

Jiqing Cao, Qianru Wu, Yuqi Zhao, Zhe Li

School of Mathematics and Statistics, Changchun University of Science and Technology, Changchun Jilin

Received: Apr. 18<sup>th</sup>, 2023; accepted: Jun. 13<sup>th</sup>, 2023; published: Jun. 28<sup>th</sup>, 2023

文章引用: 曹继晴, 吴芊如, 赵瑀琦, 李喆. 非负矩阵分解结合非下采样剪切波变换的遥感图像融合[J]. 光电子, 2023, 13(2): 63-73. DOI: 10.12677/oe.2023.132008

## Abstract

This article proposes an image fusion method based on non-negative matrix factorization (NMF) and non-subsampled shearlet transform (NSST). The method combines NMF and NSST to extract the common and structural information of images, resulting in clearer, more natural, and accurate image fusion results. Specifically, we use NMF to decompose multiple input images and obtain their common and individual parts. Through the decomposition of NMF, the original image can be represented as a product of a non-negative matrix  $V$ , which contains the pixel values of the original image and several columns representing the basis matrix of the image. In our method, the common part corresponds to the information shared by the images, while the individual part corresponds to the individual features of the images. Then, we use NSST to decompose the common and individual parts to obtain image information at different scales and orientations. NSST is a multiscale analysis method based on shearlet transform, which can preserve the structural information of the image and suppress the pseudo-Gibbs phenomenon. Finally, we fuse the common and individual parts processed by NSST separately to obtain an output image that integrates the details and features of the image. This fusion method can handle images of different types, sizes, and resolutions well and performs well in processing complex situations. To verify the performance of the proposed method, we conducted experiments on different datasets and compared them with other commonly used image fusion methods. The experimental results show that the proposed method achieves good fusion effects. Therefore, the method proposed in this article has a wide range of application prospects in the field of image fusion.

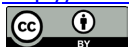
## Keywords

Non-Negative Matrix Factorization, Non-Subsampled Shearlet Transform, Image Fusion, Remote Sensing Image

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

在遥感影像融合中,由于成像传感器的物理限制,很多遥感卫星无法直接得到高分辨率多光谱图像[1]。为了得到更有信息量的多光谱图像,提高图像的解译精度及利用率,学者们融合全色图像和多光谱图像,将全色图像中的空间信息和多光谱图像中的光谱信息相结合,获得高空间分辨的多光谱图像。全色与多光谱遥感图像融合在特征提取、目标检测和分类等方面发挥着重要的作用。因此,怎样合理有效的进行全色和多光谱图像融合也成为了遥感图像融合研究的重点和难题。

当前遥感影像融合方法可分为以下几类:基于传统方法的融合:常用的算法包括算术平均法[2]、加权平均法[3]、PCA 法[4]、小波变换[5]、多分辨率分析[6]、高斯金字塔[7]、非下采样剪切波变换(Non-Subsampled Shearlet Transform, NSST) [8]等。熊璋玺等[9]提出了一种基于非下采样剪切波变换,将区域清晰度加权与导向滤波有机地结合的遥感图像融合算法,在提升遥感图像空间分辨率的同时也非常有效的保留了光谱信息。杨晟炜等[10]将 IHS 和 NSST 相结合,将 RGB 图像变换到相关性最小的 IHS 颜色空间,得到了光谱信息和空间细节更好的图像。Weiguo Wan [11]提出了一种基于非下采样剪切波变换,将 PCA 和 HIS 相结合的图像融合算法,提高了融合图像的空间分辨率,增强了空间细节,减少了光谱失

真现象。孙岩等[12]将 PCA 与 NSCT 使用不同的规则进行结合,再进行 PCA 逆变换和 NSCT 逆变换得到融合图像,提高了融合图像的空间质量。符娇等[13]将 PCA 和 NSST 相结合,利用加权最小二乘滤波获得多尺度空间的细节信息,提高了融合图像的细节信息,同时有效避免了光谱失真。苗启广等[14]首次提出一种利用非负矩阵分解得到的融合图像的算法,该算法的适用性较高,并且能够更好地保留图像中的边缘信息。李红等[15]提出了一种在低分辨字典下获得光谱系数矩阵,使用稀疏非负矩阵分解(SNMF)的融合方法,该算法稳定高,且融合图像具有更好的光谱信息和空间信息。

基于深度学习的融合:该方法通过卷积神经网络(CNN)等深度学习技术,从数据中自动学习特征,在保留图像细节信息的同时实现对遥感影像的融合和增强。常用的算法包括 U-Net [16]、YOLOv5s [17]等。陈世权等[17]提出了一种 YOLOv5s 和图像融合相结合的行人检测方法,引入 SENet 通道优化网络结构,既保持了原算法的高实时性,也提升了融合图像的效果。藺素珍等[18]提出了一种基于深度堆叠卷积神经网络的融合方法,利用高斯拉普拉斯滤波器和高斯滤波器作为首层网络的初始卷积核,利用 He K 方法初始化其余层卷积核,得到的融合图像具有更高的对比度和清晰度。陈国洋等[19]提出了一种无监督的端到端的深度融合算法,利用方差加权的方式计算损失函数,将注意力机制引入到模型,提升了融合结果。

传统方法和深度学习相结合的融合方法,例如 NSST-PCNN 算法、NSST-HIS 算法。沈瑜等[20]把 NSST 与脉冲耦合神经网络相融合,构建显著性矩阵进行自适应加权融合,提高了融合图像的对比度,更好的保留原始图像的细节信息。Kong WW 等[21]使用 NSST 对源图像进行分解与重构,另外使用一种神经元网络模型负责同尺度和方向上子图像的融合,融合结果在视觉效果和客观评价上都有显著提高。杨艳春等[22]提出 NSST 和 IFCNN 的图像融合方法,很好地保留图像的细节信息,减少伪影和噪声,具有良好的视觉效果。本文将 NFM 与 NSST 相结合,提出了一种有效融合全色图像和多光谱图像的算法。

本文贡献:

1) 与小波算法、区域能量算法、HIS 算法、NSST-PCNN 算法和 NSST-PCA 算法五种融合方法进行对比实验,本文采用了 5 种客观评价方法进行数据分析,验证了本文提出的算法的有效性及其优越性。

2) 本文使用 NSST 可以多个方向分解特性将全色图像和多光谱影像分解为高频和低频子带图像,低频子带图像通过非负矩阵分解融合得到低频图像,高频子带图像经过参数自适应脉冲耦合神经网络(PA-PCNN)融合得到高频图像,得到的低、高频图像再融合为分辨率高的遥感图像,有效的保留了遥感图像的光谱信息和空间细节。

3) 非负矩阵分解有效地减少了图像融合的空间和光谱失真现象,并挖掘了不同光谱波段之间的稀疏性。本文提出了一种将 NFM 与 NSST 相结合的遥感图像融合算法,有效地保持原始图像的光谱信息和空间信息。

## 2. 相关工作介绍

### 2.1. 非下采样剪切波变换

NSST 是一种多尺度分析方法,它的主要目的是在保持图像结构信息的同时避免伪吉布斯现象。从数学角度来看,NSST 可以被认为剪切波变换(Shearlet Transform)的扩展版本,其基本思想是通过可分离的滤波器组对图像进行多尺度分解。

具体而言,NSST 分为两个阶段:多尺度分解和方向定位。其中,多尺度分解是通过将图像进行可分解的非采样金字塔滤波器组 NSLP 分解来实现的。这种过程旨在保留图像中的结构信息,并且能够抑制伪吉布斯现象。NSLP 采用非线性滤波器组对信号进行下采样,并利用逼近系数重建图像。此外,NSST 还使用了可分离的剪切波滤波器来实现方向敏感的处理。剪切波滤波器能够在不同方向上捕捉图像中的局部结构,并将其表示为脊线和边缘。在方向定位阶段,NSST 使用了剪切波滤波器进行处理,以实现

对边缘和曲线的高效率处理。剪切波滤波器是一种多尺度、多方向的变换，可以捕捉图像中的各个方向上的结构信息，并对图像信号进行精确的分析。前者将图像分解为多个尺度，而后者则在图像上进行方向定位。NSST 的多尺度和多方向分解过程如下图 1 所示。

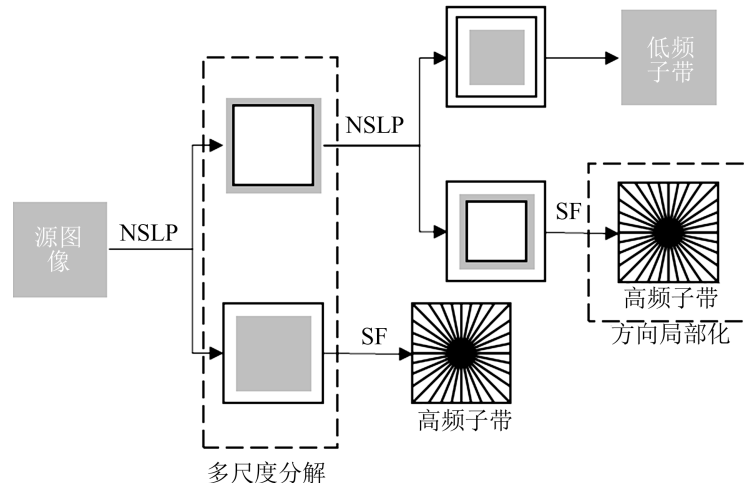


Figure 1. Multi-scale and multi-direction decomposition process of NSST  
图 1. NSST 的多尺度和多方向分解过程

NSLP 指非下采样拉普拉斯金字塔滤波器组，用于多尺度分解，SF 指剪切波滤波器，用于方向定位。NSST 不仅具有多尺度特性，而且具有较强的平移不变性和方向敏感性。与其他方法相比，NSST 的剪切波滤波器具有更好的局部化性质，因此能够更准确地表示图像中的边缘等细节信息。总体而言，NSST 是一种具有很高应用价值的图像处理方法，已经在许多领域中得到广泛应用。该方法通过多尺度分解和方向敏感的处理方式，能够更好地保留和表达图像的结构信息和细节信息，从而获得更高质量的图像处理结果。

## 2.2. 非负矩阵分解

非负矩阵分解是一种基于矩阵分析的方法，可以有效地提取不同图像等数据的主要特征信息。该方法将原始矩阵分解为两个非负矩阵——基矩阵  $\mathbf{W}$  和系数矩阵  $\mathbf{H}$ ，并且它们的乘积能近似等于原始矩阵  $\mathbf{V}$ 。在分解过程中，假设矩阵  $\mathbf{V}$  的每个元素均为非负数。如果存在噪音或误差，我们可以使用基矩阵  $\mathbf{W}$  中每一列的线性加权和来表示对应的列数据，以达到降噪效果。由于  $\mathbf{W}$  和  $\mathbf{H}$  矩阵受到非负约束条件，因此能够学习到  $\mathbf{V}$  中数据的局部属性，从而体现了局部代表整体的思想， $\mathbf{W}$  和  $\mathbf{H}$  的求解可以转化为最小化的目标函数，其中基于欧氏距离的目标函数如下：

$$E(\mathbf{V}|\mathbf{WH}) = \|\mathbf{V} - \mathbf{WH}\|_F^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\mathbf{v}_{ij} - (\mathbf{WH})_{ij})^2。$$

## 2.3. 参数自适应脉冲耦合神经网络

脉冲耦合神经网络(PCNN)模型是一种常用于图像处理的算法，但它包含了多个需要确定的参数，而这些参数与最终的效果之间的关系并不明确。为了提高分类准确性和鲁棒性能，人们提出了自适应脉冲耦合神经网络(PA-PCNN)模型。

在 PA-PCNN 模型中，将每个像素作为一个神经元，并以该像素的灰度值作为其外部刺激。神经元的内部活动项由耦合连接子系统和反馈输入子系统的信号相乘调制得到  $U$ ，然后与阈值  $\theta$  进行比较。若  $U > \theta$ ，则神经元被触发点火， $Y = 1$ ；否则， $Y = 0$ 。整个过程将不断迭代进行，直到满足某些条件为止。

经过多轮迭代后, 所有神经元点火的次数构成了一个点火映射图, 图 2 可作为 PA-PCNN 模型的输出结果。PA-PCNN 模型不仅保留了 PCNN 模型的重要特性, 同时还具有更好的分类效果和鲁棒性能。

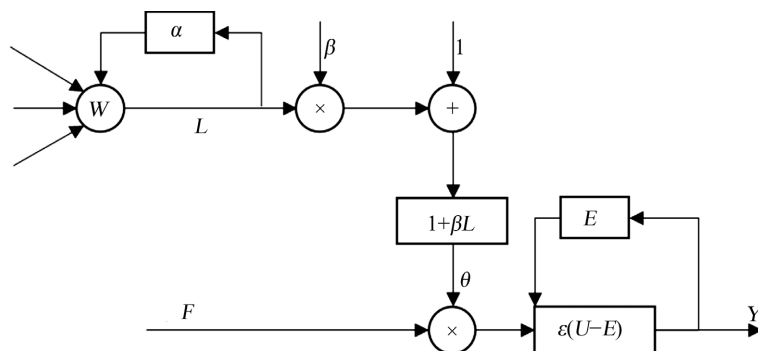


Figure 2. Output process of PA-PCNN model

图 2. PA-PCNN 模型的输出过程

### 3. 所提算法

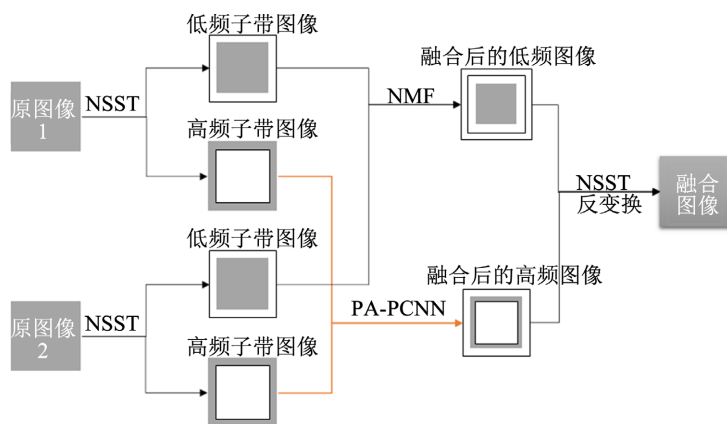


Figure 3. Algorithmic process

图 3. 算法处理过程

本论文提出了一种新的融合算法, 该算法充分利用了 NSST 的多尺度和 NMF 的效率优势, 以获得具有更高空间和光谱继承性的图像。该算法需要将红外图像和可见光图像输入到算法程序中。该算法包括非下采样剪切小波变换算法、非负矩阵分解算法和参数自适应脉冲耦合神经网络(PA-PCNN)算法。NSST 将红外图像和可见光图像分解为高频和低频子带图像。低频子带图像通过非负矩阵分解进行融合, 以获得低频图像。高频子带图像通过参数自适应脉冲耦合神经网络进行融合, 以获得高频图像。然后将获得的低频和高频图像融合成高分辨率遥感图像。

本过程使用的算法处理过程如图 3 所示, 详细理解如下:

- 1) 使用 NSST 算法分解可见光图像和红外图像, 以获得低频子带图像  $V_A$  和  $V_B$  以及高频子带图像  $H_A^{i,l}$ 、 $H_B^{i,l}$ ,  $j$  和  $l$  分别是分解层数和第  $j$  层中的通道数;
- 2) 获得的高频子带图像  $H_A^{i,l}$  和  $H_B^{i,l}$  使用参数自适应脉冲耦合神经网络(PA-PCNN)进行融合, 以捕获高频图像的边缘和细节, 从而获得高频融合图像;
- 3) 使用非负矩阵分解算法对低频子带图像  $V_A$  和  $V_B$  进行融合, 以获得低频融合图像;
- 4) 对高频融合图像和低频融合图像执行 NSST 逆变换, 以获得融合图像。

### 3.1. 低频融合部分

NMF 是一种在图像处理和计算机视觉领域中广泛使用的方法。它可以将一个非负矩阵分解为两个或多个较小的非负矩阵，从而更好地表示原始数据。在图像融合中，NMF 可以用于将两种或更多种图像结合成一个新的图像。

该方法的基本原理是将原始图像表示为两个矩阵的乘积  $A = WH$ 。

其中矩阵  $W$  和  $H$  是非负的。矩阵  $W$  包括原始图像的空间信息，矩阵  $H$  则包括原始图像的特征信息。

图像融合中，我们可以将两个不同的图像分别分解成两个非负矩阵，并利用它们的矩阵  $W$  和矩阵  $H$  来合成一个新的图像。合成的图像可以通过调整矩阵  $W$  和  $H$  中的值来控制原始图像的融合程度。因为两个图像的像素值都是非负的，所以在这种方法中，非负性约束是非常重要的。当我们使用非负矩阵分解这种方法进行图像融合，就可以保证合成的图像也保持非负性。

总体来说，非负矩阵分解在图像融合中的原理是通过将原始图像表示为两个非负的矩阵，然后使用这些矩阵来合成一个新的图像。这种方法可以很好地保持原始图像的特征，并提供更大的控制来调整融合程度。

### 3.2. 高频融合部分

高频图像使用参数自适应脉冲耦合神经网络(Parameter Adaptation Pulse Coupled Neural Network PAPCNN)融合。PAPCNN 不需要训练，仅通过迭代就可以捕获高频图像的边缘和细节。高频图像融合的公式如下：

$$H_{\text{high}} = \begin{cases} I_{\text{high}1}, & T_{1,j,j}(N) > T_{2,i,j}(N) \\ I_{\text{high}2}, & \text{otherwise} \end{cases}.$$

其中， $I_{\text{high}}$  是融合的高频图像， $T_{1,i,j}(N)$ 、 $T_{2,i,j}(N)$  表示经过  $N$  次迭代后高频图像 1 和高频图像 2 中神经元产生的点火次数。 $I_{\text{high}1}$ 、 $I_{\text{high}2}$  为融合图像 1 与融合图像 2 的高频分量。最后，将融合的低频和高频图像进行 NSST 逆变换，得到增强的融合图像。

## 4. 实验结果与分析

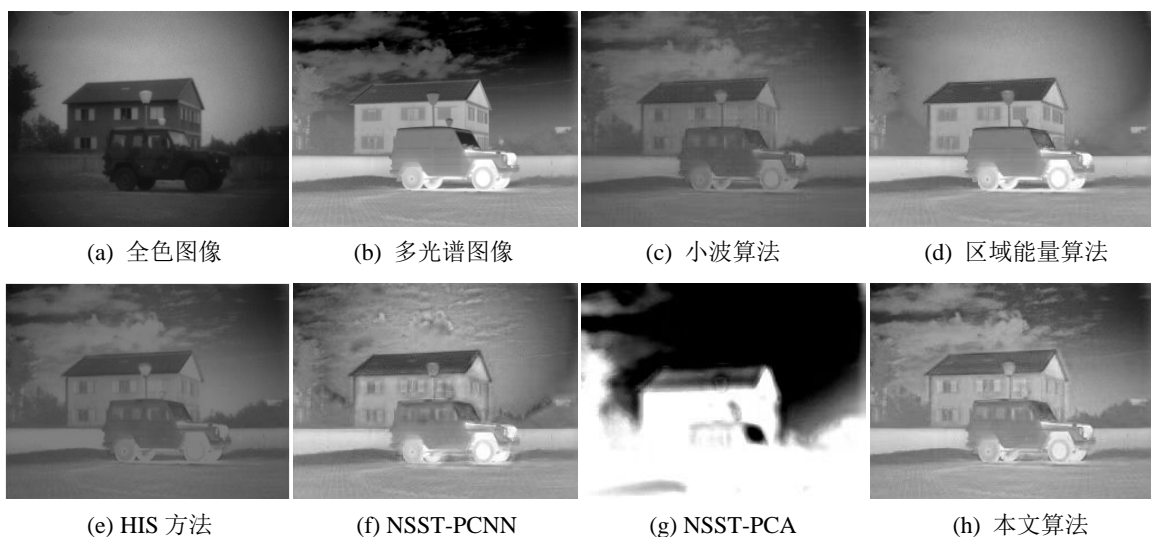
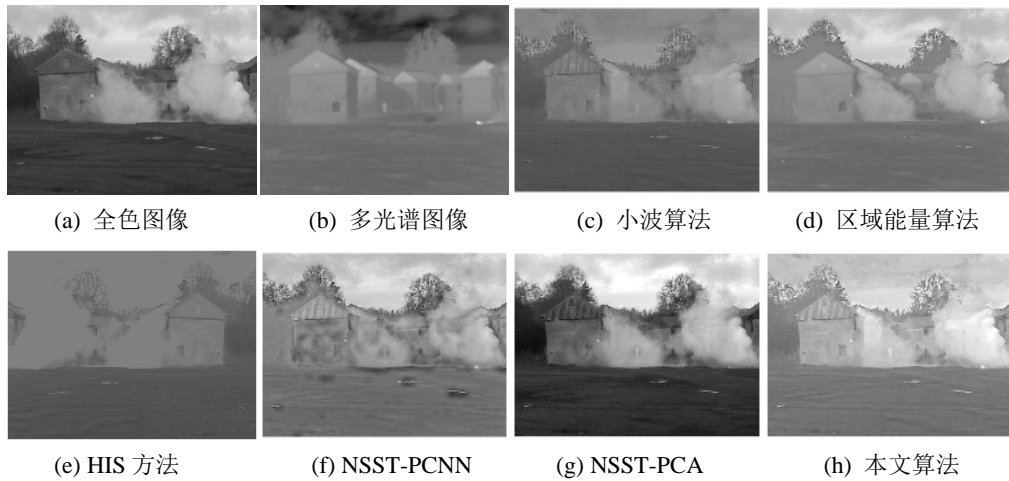
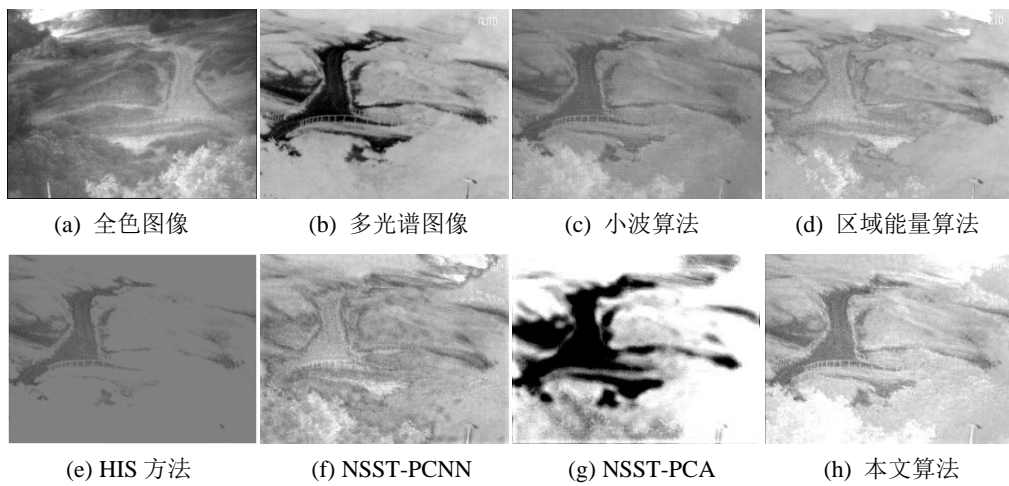


Figure 4. Image 1 original image and fused image

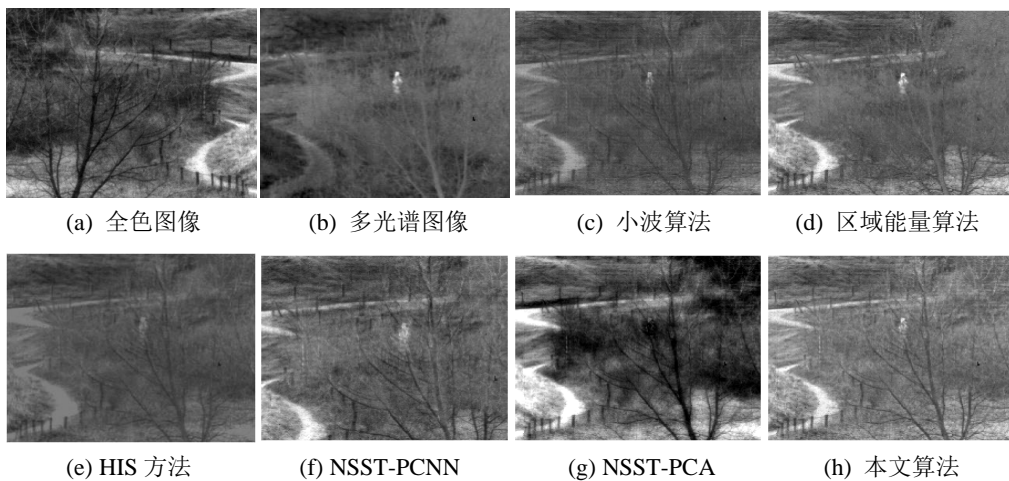
图 4. Image 1 原始图像及融合图像



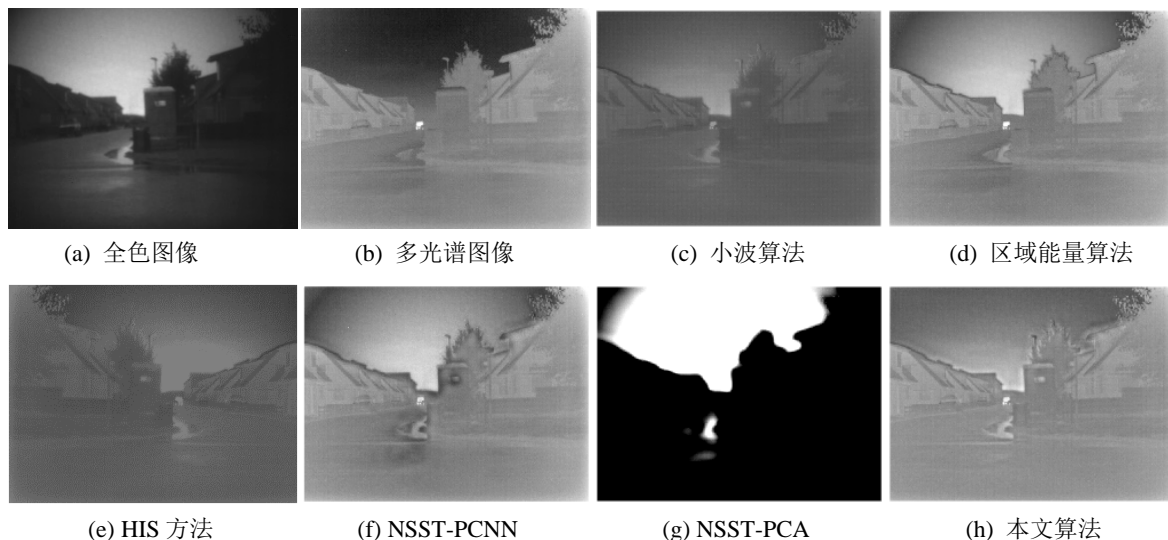
**Figure 5.** Image 2 original image and fused image  
**图 5.** Image 2 原始图像及融合图像



**Figure 6.** Image 3 original image and fused image  
**图 6.** Image 3 原始图像及融合图像

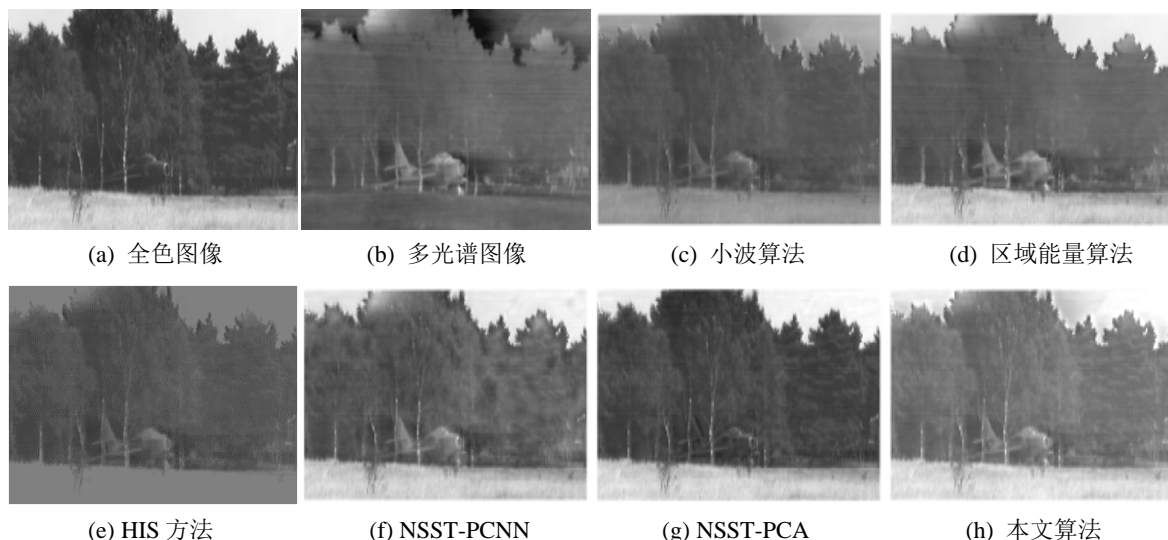


**Figure 7.** Image 4 original image and fused image  
**图 7.** Image 4 原始图像及融合图像



**Figure 8.** Image 5 original image and fused image

**图 8.** Image 5 原始图像及融合图像



**Figure 9.** Image 6 original image and fused image

**图 9.** Image 6 原始图像及融合图像

为了验证本文算法的可行性和有效性，实验选取了六组全彩图像和可见光图像进行融合。本文算法与其他五种算法进行了比较，结果如图 4~9 所示。另外五种算法是小波算法、区域能量算法、HIS 方法、NSST-PCNN 和 NSST-PCA。

从图中可以看到，小波算法和 HIS 方法得到的图像整体较暗，但小波算法图像的结构信息较好，HIS 方法图像的空间结构信息损失较严重；区域能量算法得到的图像光谱信息保持较好，但图像边缘信息略差；NSST-PCNN 方法得到的图像光谱信息保持较好，但图像有些失真；NSST-PCA 方法得到的图像边缘较清晰，但是光谱较为失真；相比上述几种方法本文提出方法的图像的光谱信息和空间结构信息更优，本文算法具有较好的融合效果。

为了更好地评价图像的质量，本文采用 5 种客观评价指标对不同的图像进行客观评价，评价结果如表 1 所示。5 种评价指标分别为熵值(Entropy, EN)、图像失真指数(NIQE)、平均梯度(Average Gradient, AG)、



空间频率(Spatial Frequency, SF)和边缘强度(Edge Intensity, EI)。信息熵用于衡量融合图像的信息量,信息熵越高,融合图像质量越好。图像失真指数用于衡量融合图像的失真程度,图像失真指数越小,融合图像质量越好。平均梯度用于衡量融合图像的清晰程度,平均梯度越大,图像的清晰度越好,融合图像质量越好。空间频率指图像灰度的变化率,空间频率越大,融合图像质量越好。边缘强度指可识别边缘相对于背景的最小灰度差异,边缘强度越大,融合图像质量越好。为了更好地评价图像的质量,本文采用五种客观评价指标对不同的图像进行客观评价。

**Table 1.** Experimental results analysis table

**表 1.** 实验结果分析表

Image	Fusion algorithm	Entropy	NIQE	AG	SF	Edge Intensity
Image 1	小波算法	6.4912	4.4524	1.7436	5.1565	16.5052
	区域能量算法	7.0783	<b>2.9336</b>	2.6012	6.9481	25.0513
	HIS	6.2335	4.0445	1.5660	3.9483	15.1410
	NSST-PCNN	7.1449	3.9879	<b>2.8807</b>	7.0194	27.4858
	NSST-PCA	3.6515	7.2547	1.2486	4.9814	13.0837
	本文算法	<b>7.3010</b>	4.2651	2.8630	<b>7.0764</b>	<b>27.5770</b>
	小波算法	6.2433	4.6610	1.7338	7.0087	17.1580
	区域能量算法	6.6161	3.1152	1.9891	8.3067	19.9977
Image 2	HIS	4.1818	3.1040	1.0670	4.0428	10.7826
	NSST-PCNN	6.8714	2.9083	3.0848	10.5056	31.4374
	NSST-PCA	<b>7.4515</b>	2.7812	2.9205	10.2667	29.7926
	本文算法	6.8204	<b>2.7658</b>	<b>3.1226</b>	<b>10.6218</b>	<b>31.7600</b>
	小波算法	6.6754	5.4606	2.8211	8.8921	26.4762
	区域能量算法	6.5916	<b>3.5244</b>	2.6730	7.1133	26.5165
Image 3	HIS	3.3465	5.0281	0.8352	3.8696	8.1968
	NSST-PCNN	6.8302	3.7256	<b>4.7352</b>	<b>12.7180</b>	<b>44.6942</b>
	NSST-PCA	5.5434	4.0807	3.5839	11.1381	36.0091
	本文算法	<b>6.7632</b>	3.5852	4.2766	11.8921	40.7187
	小波算法	6.1207	7.0221	3.3907	9.0955	33.5338
	区域能量算法	6.6166	4.7011	4.4600	10.5767	46.7452
Image 4	HIS	5.8965	<b>4.3761</b>	3.1012	6.8335	31.2469
	NSST-PCNN	6.8433	5.2368	5.6377	12.1013	57.0954
	NSST-PCA	<b>7.5585</b>	4.7287	<b>5.6531</b>	<b>12.1343</b>	<b>57.7140</b>
	本文算法	6.7442	5.1832	5.6045	12.0485	56.8740

## Continued

	小波算法	5.4931	7.2585	1.4010	4.2832	13.0725
	区域能量算法	6.6298	3.6267	<b>2.3083</b>	5.4610	22.3146
Image 5	HIS	5.2422	3.3221	1.2929	3.2646	12.3158
	NSST-PCNN	<b>6.6967</b>	3.3150	2.4566	5.6350	<b>23.9037</b>
	NSST-PCA	1.4492	10.1059	0.7185	<b>6.2835</b>	8.0254
	本文算法	6.2459	<b>3.3051</b>	2.2334	5.2483	21.9039
	小波算法	6.1893	5.2597	1.4324	3.8135	15.4488
	区域能量算法	6.7553	4.9497	1.9857	5.7196	21.6626
Image 6	HIS	4.7832	5.2258	1.0334	2.7785	11.2553
	NSST-PCNN	<b>6.8977</b>	4.9903	<b>2.4920</b>	6.2342	<b>27.1580</b>
	NSST-PCA	6.5882	4.9757	2.4672	<b>6.3612</b>	26.8745
	本文算法	6.6107	<b>4.9282</b>	2.3650	6.0036	11.2553

从表 1 中可以看出,为了客观、公正地评价融合图像,使用了五个客观评价指标进行评价。所提出的算法整体效果优于其他五种融合算法,这表明所提出的算法能够更好地突出图像的目标信息,更好地保留源图像的轮廓、细节和纹理信息,并提高了融合图像的对比度和清晰度。

## 5. 结论

由于遥感图像无法同时兼顾光谱信息和空间信息,因此,图像融合是平衡两者以提高图像质量的关键。传统的融合算法常常存在光谱失真、空间信息丢失或不适用于多个传感器等问题。为了上述问题,本文提出了一种将 NFM 与 NSST 相结合的遥感图像融合算法,该算法可以有效地保持边缘和纹理等细节信息。NSST 在分解后没有方向数限制,在细节提取方面表现出色,可以更好地稀疏表示图像并减少复杂度。非负矩阵分解有效地减少了图像融合的空间和光谱失真现象,并挖掘了不同光谱波段之间的稀疏性。与其他算法相比,本文算法是一种有效的融合算法。实验结果表明,该融合方法取得了良好的融合效果。通过与其他图像融合方法进行主观与客观方面的评价比较,证明采用这种方法优于使用 NSST-PCNN 图像融合算法等其他几种方法,本文提出的融合算法将更多的空间细节信息保留了下来,而且融合图像具有较强的可视性。

## 参考文献

- [1] 张国敏. 复杂场景遥感图像目标检测方法研究[D]: [博士学位论文]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010.
- [2] 赵毅. 数字滤波的算术平均法和加权平均法[J]. 仪表技术, 2001(4): 41-44.  
<https://doi.org/10.19432/j.cnki.issn1006-2394.2001.04.017>
- [3] 刘荣昌, 薛隆泉, 刘宏昭, 王慧武, 王庆祝. 一种多项式插值的新方法——加权平均法[J]. 西安理工大学学报, 2002, 18(4): 372-375. <https://doi.org/10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2002.04.011>
- [4] 王文武. 应用主成分分解(PCA)法的图像融合技术[J]. 微计算机信息, 2007, 23(12): 285-286+241.
- [5] 晁锐, 张科, 李言俊. 一种基于小波变换的图像融合算法[J]. 电子学报, 2004, 32(5): 750-753.
- [6] 韩震宇, 申旭娟, 石章林. 信号的多分辨率分析及其在消噪中的应用[J]. 四川联合大学学报(工程科学版), 1999, 3(1): 55-61.

- [7] 陈浩, 王延杰. 基于拉普拉斯金字塔变换的图像融合算法研究[J]. 激光与红外, 2009, 39(4): 439-442.
- [8] 邓立暖, 尧新峰. 基于 NSST 的红外与可见光图像融合算法[J]. 电子学报, 2017, 45(12): 2965-2970.
- [9] 熊璋玺, 刘明亮, 郭擎, 李安. 非下采样剪切波变换域下遥感图像融合[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2022, 43(2): 290-297.
- [10] 杨晟炜, 张志华, 孔玲君, 等. 基于 NSST 与 IHS 的红外与彩色可见光图像融合[J]. 包装工程, 2019, 40(11): 194-202.
- [11] Wan, W., Yang, Y. and Lee, H. (2018) Practical Remote Sensing Image Fusion Method Based on Guided Filter and Improved SML in the NSST Domain. *Signal Image and Video Processing*, **12**, 959-966.  
<https://doi.org/10.1007/s11760-018-1240-x>
- [12] 孙岩, 赵春晖, 江凌. 基于 NSCT 和 PCA 变换域的遥感图像融合算法[J]. 沈阳工业大学学报, 2011, 33(3): 308-314.
- [13] 符娇, 刘荣, 林凯祥. PCA 结合非下采样 Shearlet 变换的遥感图像融合算法[J]. 航天返回与遥感, 2022, 43(1): 108-119.
- [14] 苗启广, 王宝树. 图像融合的非负矩阵分解算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2005, 17(9): 2029-2032.
- [15] 李红, 刘芳, 张凯. 稀疏非负矩阵分解下的遥感图像融合[J]. 西安电子科技大学学报, 2016, 43(2): 193-198.
- [16] 苏健民, 杨岚心, 景维鹏. 基于 U-Net 的高分辨率遥感图像语义分割方法[J]. 计算机工程与应用, 2019, 55(7): 207-213.
- [17] 陈世权, 王从庆, 周勇军. 一种基于 YOLOv5s 和图像融合的行人检测方法[J]. 电光与控制, 2022, 29(7): 96-101+131.
- [18] 藺素珍, 韩泽. 基于深度堆叠卷积神经网络的图像融合[J]. 计算机学报, 2017, 40(11): 2506-2518.
- [19] 陈国洋, 吴小俊, 徐天阳. 基于深度学习的无监督红外图像与可见光图像融合算法[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(4): 151-160.
- [20] 沈瑜, 陈小朋, 苑玉彬, 等. 基于显著矩阵与神经网络的红外与可见光图像融合[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(20): 68-78.
- [21] Kong, W.W., Wang, B.H. and Lei, Y. (2015) Technique for Infrared and Visible Image Fusion Based on Non-Subsampled Shearlet Transform and Spiking Cortical Model. *Infrared Physics & Technology*, **71**, 87-98.  
<https://doi.org/10.1016/j.infrared.2015.02.008>
- [22] 杨艳春, 高晓宇, 党建武, 王阳萍. 基于 NSST 与 IFCNN 的红外可见光图像融合算法[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(20): 118-126.