

低频段负泊松比夹层结构减振设计与分析

张兆龙¹, 朱翔^{1,2,3*}, 李天匀^{1,2,3}, 万志威¹

¹华中科技大学, 船舶与海洋工程学院, 湖北 武汉

²船舶与海洋水动力湖北省重点实验室, 湖北 武汉

³高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 上海

Email: zlzhang1996@hust.edu.cn, *zhuxiang@hust.edu.cn, ltyz801@hust.edu.cn

收稿日期: 2021年2月9日; 录用日期: 2021年3月4日; 发布日期: 2021年3月12日

摘要

基于有限元方法, 将负泊松比超材料应用于常见夹层结构, 探究减振设计方案。在一定设计区域内, 分别用不同比例的星形胞元进行周期排列, 组成均匀刚度负泊松比夹层结构并进行谐响应分析, 得出结构承载性、吸能与刚度之间的关系, 为了提升低频振动衰减效果, 提出变化刚度的设计思想。数值计算结果表明相比均匀刚度结构, 变化刚度结构一方面拓展了具有减振效果的低频段频带范围, 另一方面还一定程度降低了对应位置评价点的输出加速度级。因此胞元层刚度的合理配置有助于改善振动能量在传输路径上的分配, 优化振动控制效果。

关键词

负泊松比, 超材料, 均匀刚度, 变化刚度, 低频振动

Design and Analysis of Sandwich Structure with Negative Poisson's Ratio for Vibration Reduction in Low Frequency Range

Zhaolong Zhang¹, Xiang Zhu^{1,2,3*}, Tianyun Li^{1,2,3}, Zhiwei Wan¹

¹School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan Hubei

²Hubei Key Laboratory of Naval Architecture and Ocean Engineering Hydrodynamics, Wuhan Hubei

³Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration, Shanghai

Email: zlzhang1996@hust.edu.cn, *zhuxiang@hust.edu.cn, ltyz801@hust.edu.cn

Received: Feb. 9th, 2021; accepted: Mar. 4th, 2021; published: Mar. 12th, 2021

*通讯作者。

Abstract

Based on the finite element method, negative Poisson's ratio metamaterials were applied to common sandwich structures to explore the design scheme of vibration reduction. In a certain design area, different proportions of star-shaped cells are used for periodic arrangement to form a uniform stiffness sandwich structure with negative Poisson's ratio, then perform harmonic response analysis to obtain the relationship between structural load-bearing capacity, energy absorption and stiffness. In order to improve the attenuation effect of low-frequency vibration, a design idea of variable stiffness was proposed. Numerical simulation results show that on the one hand, the variable stiffness structure expands the low frequency band with damping effect compared with the uniform stiffness structure; on the other hand, it also reduces the output acceleration level of the corresponding location evaluation point to a certain extent. Therefore, reasonable arrangement of stiffness is helpful to improve the distribution of energy on the transmission path and optimize the vibration control effect.

Keywords

Negative Poisson's Ratio, Metamaterial, Uniform Stiffness, Variable Stiffness, Low Frequency Vibration

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

负泊松比超材料在受力时具有特殊的“拉胀”效应[1], 在整体变形上体现为负的泊松比值, 具有轻质、高阻尼、吸声隔热等物理特性, 在航空航天、船舶工业、汽车制造等工程领域有极大的潜在应用价值[2] [3]。如图 1 所示, 典型的负泊松比单胞结构主要包括内六角形、箭头形、星形等。

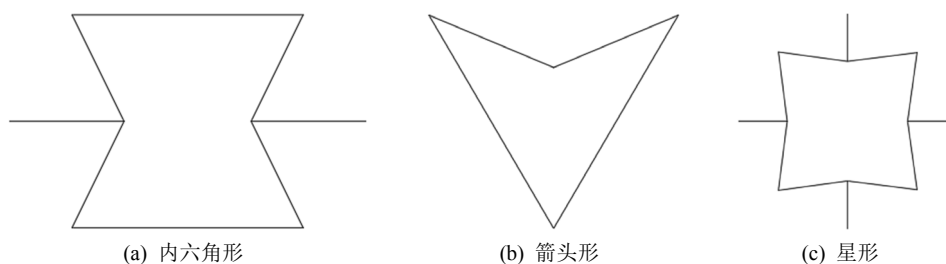


Figure 1. Typical negative Poisson's ratio unit cell structure

图 1. 典型负泊松比单胞结构

目前国内外许多学者已经对负泊松比结构的静力学特性[4] [5]和冲击吸能性[6] [7] [8]开展了研究, 结合试验结果和仿真数据, 对负泊松比构件的优化设计[9] [10]、加工制备[11] [12]提出一系列具体措施。杜义贤[13]等以负泊松比和刚度为目标函数, 利用改进的优化准则算法求解多目标拓扑优化模型, 得到兼具吸能和承载性能的多孔结构。Zi-Xing Lu [14]等通过理论计算和有限元方法分析内六角蜂窝构型的机械性能, 发现在晶胞中添加一条狭窄的肋条会显著提升杨氏模量, 随着肋骨厚度的增加, 杨氏模量与泊松比

之间存在明显的线性关系。崔世堂[15]等利用有限元软件 ANSYS-LSDYNA 研究了负泊松比蜂窝结构面内冲击动力学特性,数值研究发现冲击载荷作用下负泊松比蜂窝结构的面内冲击性能更多依赖于冲击速度。Chen [16]等提出了三种新的负泊松比胞元型式,这三种胞元在具有较高结构强度和刚度的同时,表现出良好的能量吸收性能。秦浩星[17][18]等利用评价点位移计算等效泊松比,结合拓扑优化技术,提出了设计任意泊松比胞元结构的方法。Yongtao Sun [19]等针对传统内六角蜂窝散热性好、面内刚度低的特点提出了一种带有负泊松比子结构的多功能分层蜂窝,通过适当地调整几何参数使面内刚度获得提升。李振[20]等研究了胞元缺失对蜂窝结构面内力学行为的影响,结果表明在低速压缩情况下,胞元缺失比例和缺陷类型均对蜂窝结构的塑性能量损耗影响显著。总体上,多数已经发表的研究主要针对多孔介质材料的力学特性开展研究,关注负泊松比结构减振性能的文献较少,分析内部机理并提出优化措施的工作相对欠缺。

在工程实际中,夹层结构因为具有优异的力学性能而得到了广泛应用。本文主要讨论具有宏观负泊松比效应的夹层结构在振动传递与控制方面的应用,探究和分析两表面层之间以负泊松比单胞为基本单位的变刚度减振结构设计方案,以达到较好的减振效果。这对于将负泊松比超材料应用于解决工程中更加复杂的振动与噪声控制问题具有一定参考意义。

2. 均匀刚度分布设计方法

目前已经发表的文献大多通过单胞的周期性排列组合得到负泊松比结构,对其开展力学性能上的研究。这些结构各单胞之间几何尺度、材料属性一致,本文称这种获得负泊松比结构的方式为均匀刚度分布设计方法。在典型的负泊松比单胞结构中,理论计算可以证明内六角蜂窝形和箭形的等效负泊松比值在图1所示的横向和纵向上差异显著[21],而星形单胞因为具有更好的对称性,在两个方向上等效负泊松比值相等。本小节选用星形胞元为例,探究在一定区域范围内,用不同比例的星形胞元填充获得宏观负泊松比夹层减振结构,结构整体表现出的承载力、吸能与刚度之间的内在联系。

2.1. 有限元模型

用星形胞元按照周期性方式排列构造负泊松比夹层结构,选定设计区域大小为 $420 \times 420 \times 60 \text{ mm}$,板厚 $h = 5 \text{ mm}$,各向同性材料属性包括:杨氏模量 $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$,泊松比 $\nu = 0.3$,密度 $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ 。在设计区域上表面中心节点施加单位力激励,约束两侧所有节点三向位移。本小节在层间设计 3×3 、 5×5 、 7×7 、 9×9 四种单胞排列方式方案,并建立各自的有限元模型,对比分析各方案的减振性能。

四个方案中胞元型式不变,按一定比例进行缩放,使设计区域尺度保持一致,有限元模型如图2(a)~(d)所示。

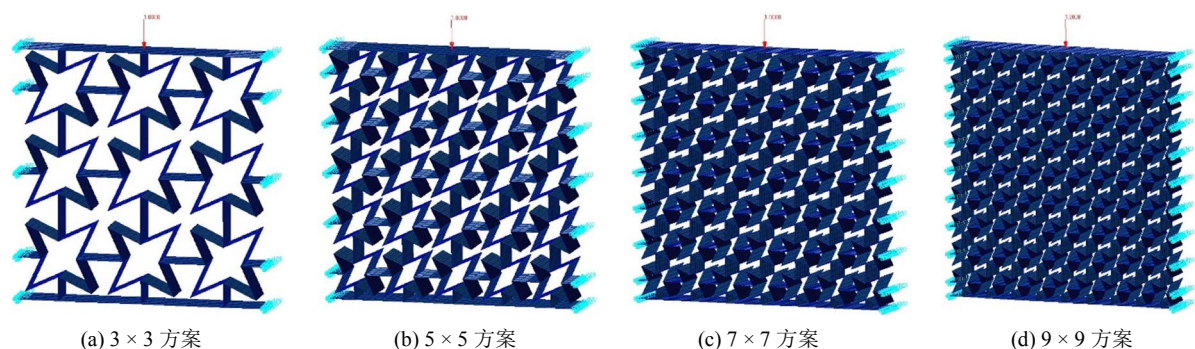


Figure 2. Finite element model of negative Poisson's ratio structure
图2. 负泊松比结构有限元模型

对四种方案结构进行谐响应计算分析, 计算的频率范围为 1~500 Hz, 步长为 1 Hz。为了尽可能减小边界条件对响应仿真结果的影响, 在长度和宽度方向的中心位置上按不同高度选取一定数量的节点作为评价点, 评价点分布截面如图 3(a)~(d)所示。

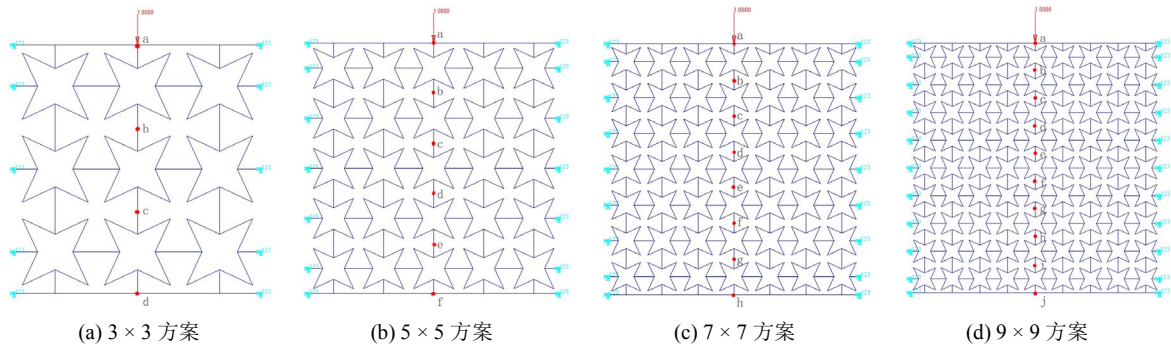


Figure 3. Evaluation point distribution
图 3. 评价点分布示意图

2.2. 仿真结果与数据分析

选用加速度级和振级落差作为主要评价指标, 两者的数学表达式分别为:

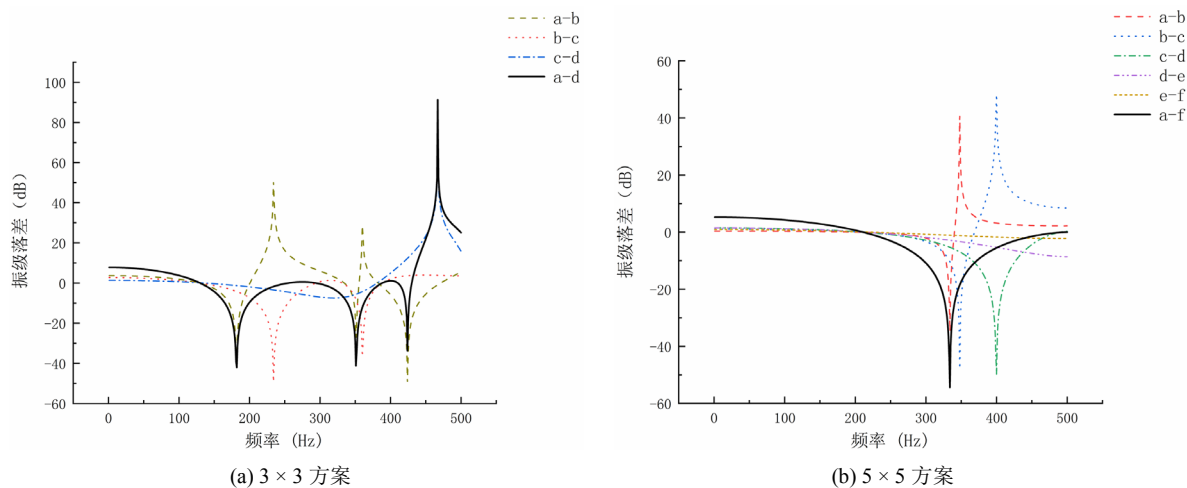
$$L_{a_i} = 20 \lg \left(\frac{a_i}{a_0} \right) \quad (1)$$

$$L_p = L_{a_i} - L_{a_j} = 20 \lg \left(\frac{a_i}{a_j} \right) \quad (2)$$

其中加速度参考值 $a_0 = 10^{-6} \text{ m/s}^2$, a_i 、 a_j 分别为评价点 i 、 j 处的加速度值。

结构的减振效果可以通过各评价点之间振级落差反映, 减振效果越好, 振级落差值越大。提取评价点的加速度响应幅值, 四种方案每一层胞元和上下表面评价点之间总振级落差结果如图 4(a)~(d)所示。

对比分析图 4 可以发现, 负泊松比夹层结构能对一定频率范围内的激励引起的加速度响应起到削弱作用, 该频率范围的宽度与结构整体的刚度值有关, 刚度值越大, 具有减振效果的频段越宽。对于每一种胞元排列方式而言, 在 1~500 Hz 计算频段内都有一段从原点开始的、减振效果比较稳定的频率范围,



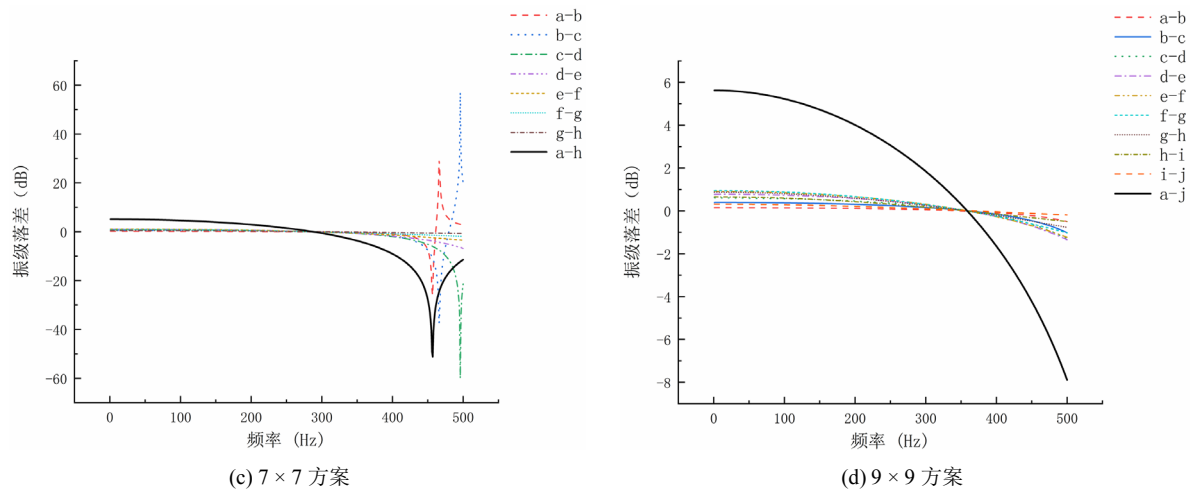


Figure 4. Vibration level difference curve
图 4. 振级落差曲线

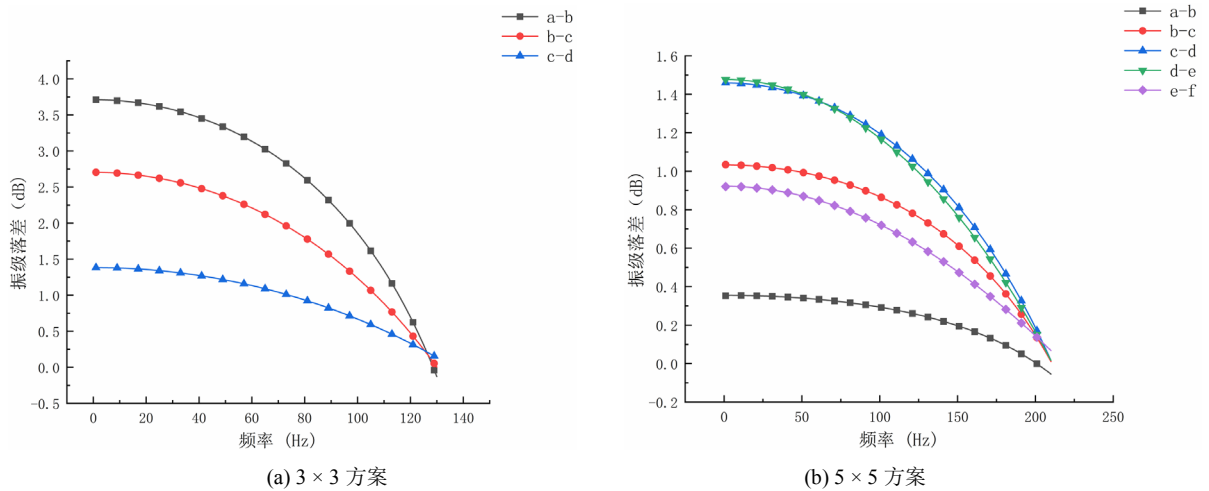
并且在某个频率值附近,各评价点之间的振级落差几乎同时减小到 0 dB 左右,本文将这个频率值称为“临界频率”,四个方案对应的临界频率如表 1 所示。

Table 1. Critical frequencies of different design schemes
表 1. 不同设计方案的临界频率

方案类型	3 × 3	5 × 5	7 × 7	9 × 9
临界频率/Hz	130	210	287	358

在临界频率处,结构整体表现出较高的传递特性,各层胞元上下节点加速度几乎没有衰减,失去了振动控制效果。在临界频率之后,振级落差呈现波动趋势,部分频段上甚至体现出显著的振动放大效果。本文主要探究规律性较强的 1 Hz—临界频率这一频段内的结论。对图 4(a)~(d)数据进行截取,保留临界频率以内的频段数据,各层胞元引起的振级落差如图 5(a)~(d)所示。

从图中可见,对于每种方案类型而言,加速度级衰减效果最明显的是中间层附近的评价点,能量在这个位置得到了较大的吸收损耗,而上下表面附近的评价点间振级落差一般相对较小,这些位置负泊松比胞元表现出较强的刚性,没有理想的减振效果。从机理上进行理解,两评价点之间振级落差大意味着



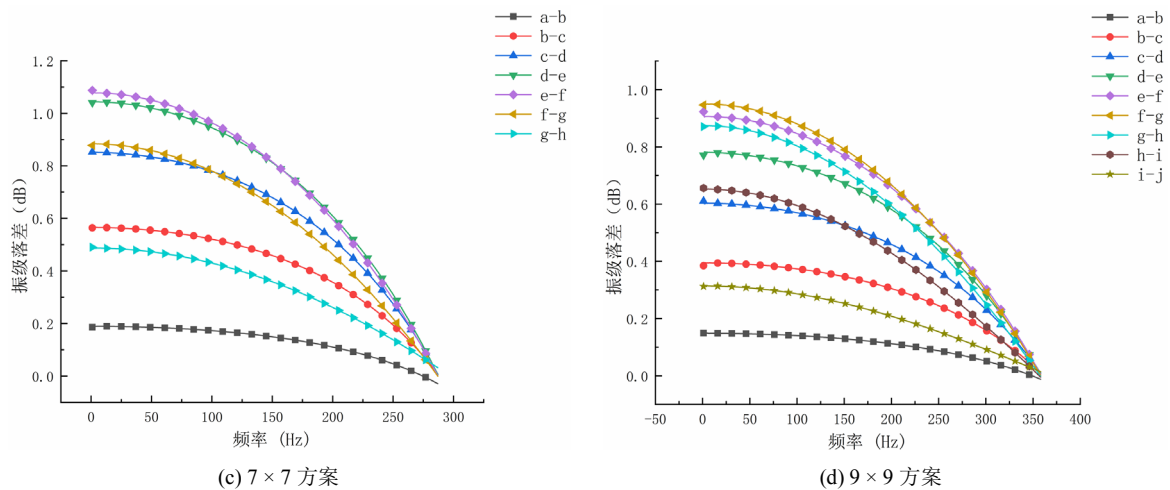


Figure 5. Vibration level difference curve of 1Hz-Critical frequency
图 5. 1 Hz-临界频率振级落差曲线

单胞上下两端振动差异更显著，结构变形相对较大，动能转化为应变能，加速度等相关运动参数衰减显著。反之，两评价点之间振级落差小意味着单胞本身表现的更接近于刚体，内部各节点运动趋于一致，传递特性高。所以中间位置附近胞元层能够产生较大的内部变形，更好地体现负泊松比超材料的吸能性。

下表面评价点的输出加速度级是结构整体刚度和减振效果的重要体现，夹层减振结构设计的最终目的是希望下表面评价点输出加速度级尽可能小。四种方案 1~500 Hz 频率范围内输出加速度级结果如图 6 所示。

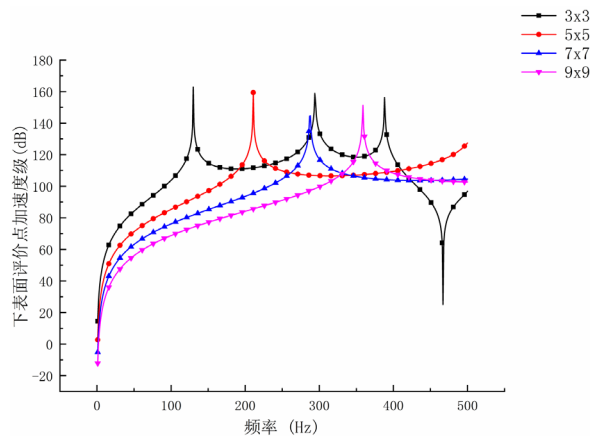


Figure 6. Acceleration level curve
图 6. 加速度级曲线

从单个响应值曲线看，在临界频率之前，随着激励频率的增大，能量密度增大，加速度级变大；在临界频率之后，加速度级呈现出峰谷交替的波动趋势。仅关注临界频率之前的低频段，对比不同方案间数据结果可见胞元层层数增加时，结构整体刚度显著加强，下表面评价点的输出加速度级响应值依次减小，第一阶响应峰对应的频率值逐步后移，低频范围内具有稳定减振能力的频段区间逐渐变宽。

综上所述，与多数常规结构一致，负泊松比夹层的局部变形、承载性能、吸能性能存在如下关系：由激励特性确定的总能量主要由动能和应变能两部分组成，应变能与结构变形相关，动能与加速度等运动参数相关。当某结构区域刚度降低时，局部变形变大，结构的承载能力削弱明显，同时大变形导致应变能增大，在传递总能量中的占比变高，与动能相关的运动参数评价指标降幅明显，体现为吸能表现增强。

3. 变刚度分布设计方法

一般情况下, 工程实际中希望设计的结构整体有足够的刚度以保证结构变形在可以接受的范围内, 同时也希望结构整体有较强的振动衰减能力以达到减振降噪的目的。在第 1 节的计算中, 本文发现由振级落差表征的减振特性和由节点响应表征的承载能力对于多数结构体而言是一对矛盾的存在, 往往吸能表现较好时, 局部变形也会更加剧烈, 对结构承载能力产生不利影响。为了达到吸能和载能这两种性能之间的平衡, 可以从两者的实现机理和最终的设计目的出发, 考虑一种新的设计思路, 能量沿一定路径传递时, 在可以接受有较大变形的区域, 合理地减小结构刚度, 加强能量吸收损耗, 在希望响应小的区域, 一定程度上增强结构刚度, 实现振动控制。下面将设计对比算例, 通过数值计算结果, 验证这种设计思路的有效性。

3.1. 渐增刚度设计方案

由于设计的目标是希望下表面评价点的输出加速度级尽可能小, 其他局部位置相对而言就成为次关键设计区域。为了使动能在次关键设计区域得到更大比例地吸收转化, 应当合理地减小其结构刚度, 使其更容易产生结构变形, 应变能耗散的能量在总能量中占比变高, 从而以振动形式体现出的能量占比减小, 更好地达成设计目标。

改变板厚是改变单胞刚度最直接有效的一种办法, 针对第 1 节的有限元模型进行胞元层厚度的调整, 调整策略为: 距离激励源由近及远的区域, 板厚逐步提升, 同时控制整体结构的总质量不变。设计算例的厚度分布及评价点分布如图 7(a)~(b)所示。除各层胞元的板厚不同以外, 各算例中模型的材料属性、边界条件、激励载荷等均保持一致。

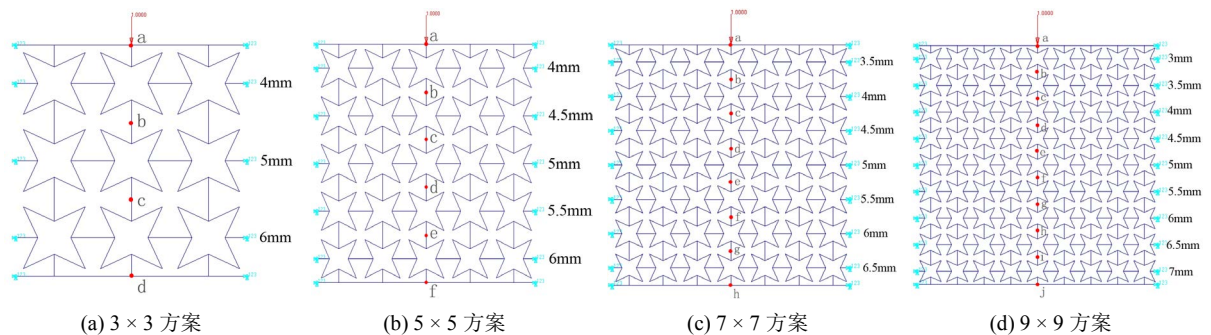
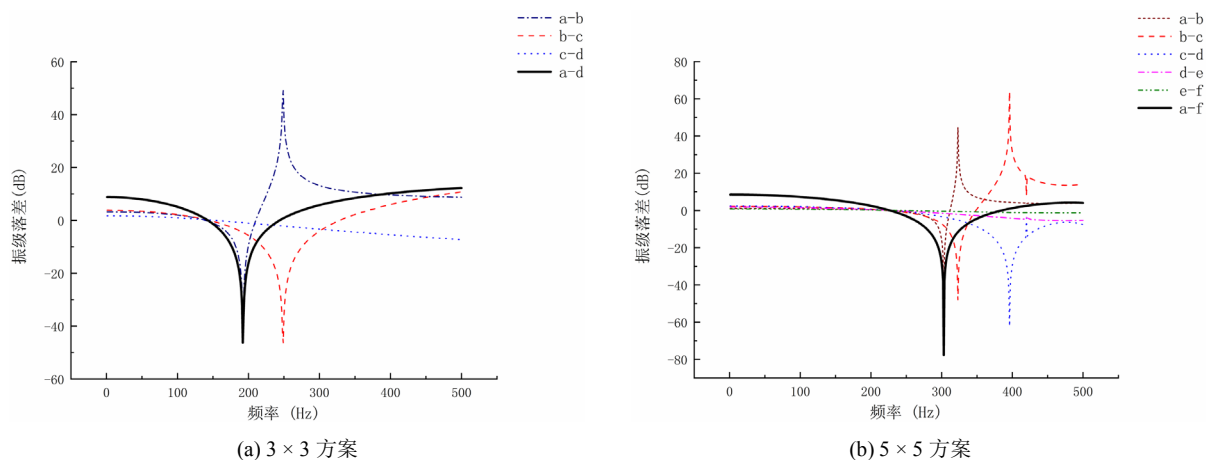


Figure 7. Distribution of evaluation point and plate thickness
图 7. 评价点和板厚分布



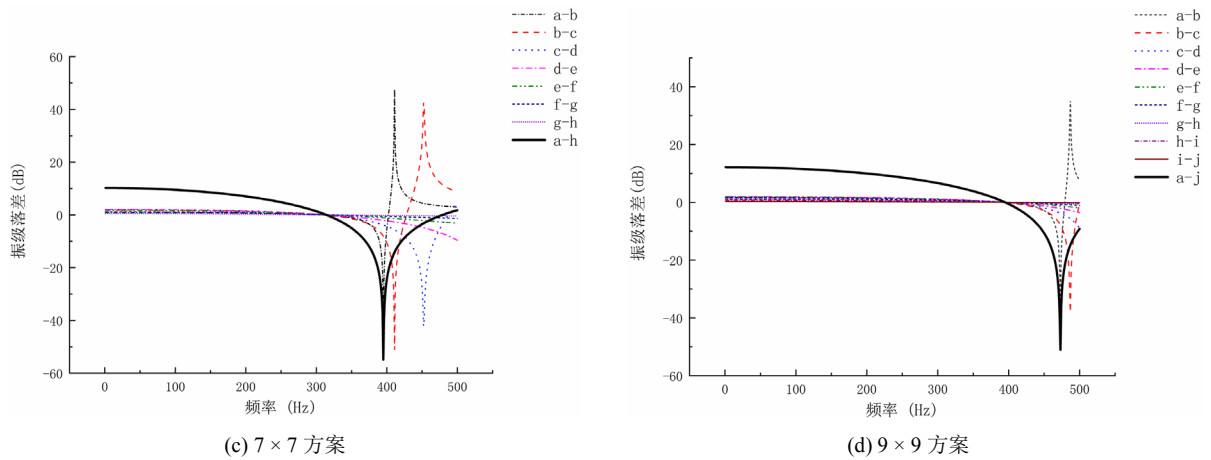


Figure 8. Vibration level difference curve
图 8. 振级落差曲线

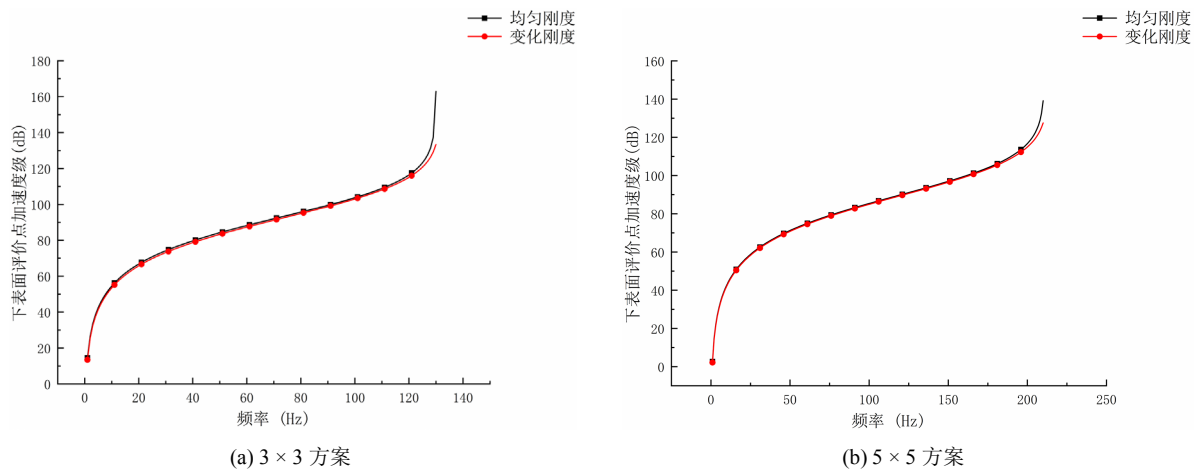
与第 1 节类似，在 1~500 Hz 频率范围内对渐增刚度有限元模型进行谐响应分析，提取评价点的加速度响应幅值，得到如图 8(a)~(b)所示的振级落差曲线。

分析可知，渐增刚度设计方案相比各自对应的均匀刚度方案临界频率有一定幅度的提升，并且结构内部刚度差异梯度越大，临界频率提升幅度也越大，具体如表 2 所示。

Table 2. Critical frequency comparison table
表 2. 临界频率对比表

方案类型	3 × 3	5 × 5	7 × 7	9 × 9
均匀刚度/Hz	130	210	287	358
渐增刚度/Hz	142	227	314	394
提升值/Hz	12	17	27	36

为了更加直观地体现刚度分布变化引起的结构整体减振效果上的差异，比较临界频率之前对应方案间下表面评价点的输出加速度级和上下表面的总振级落差，如图 9(a)~(d)和图 10(a)~(d)所示。



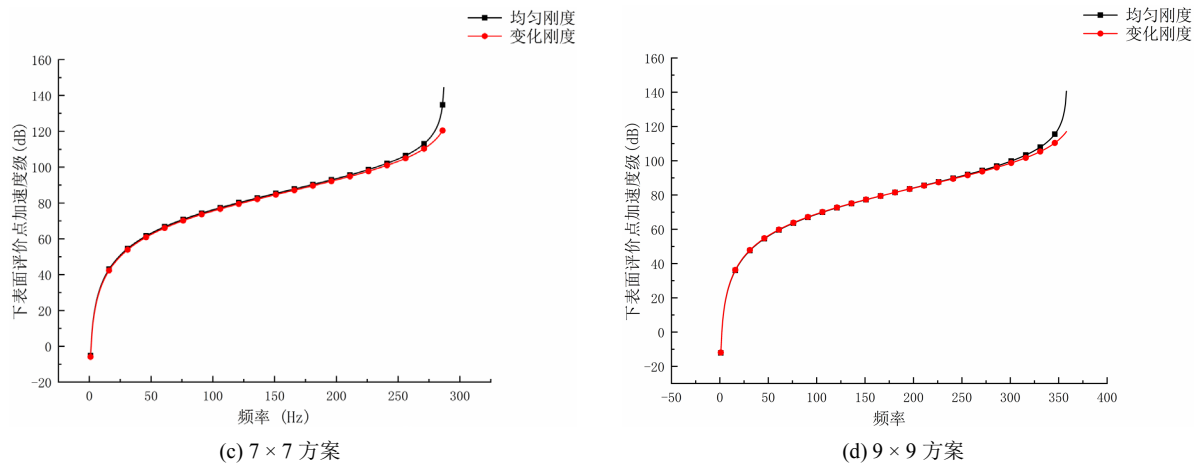


Figure 9. Acceleration levels comparison of evaluation points on the lower surface
 图 9. 下表面评价点加速度级对比

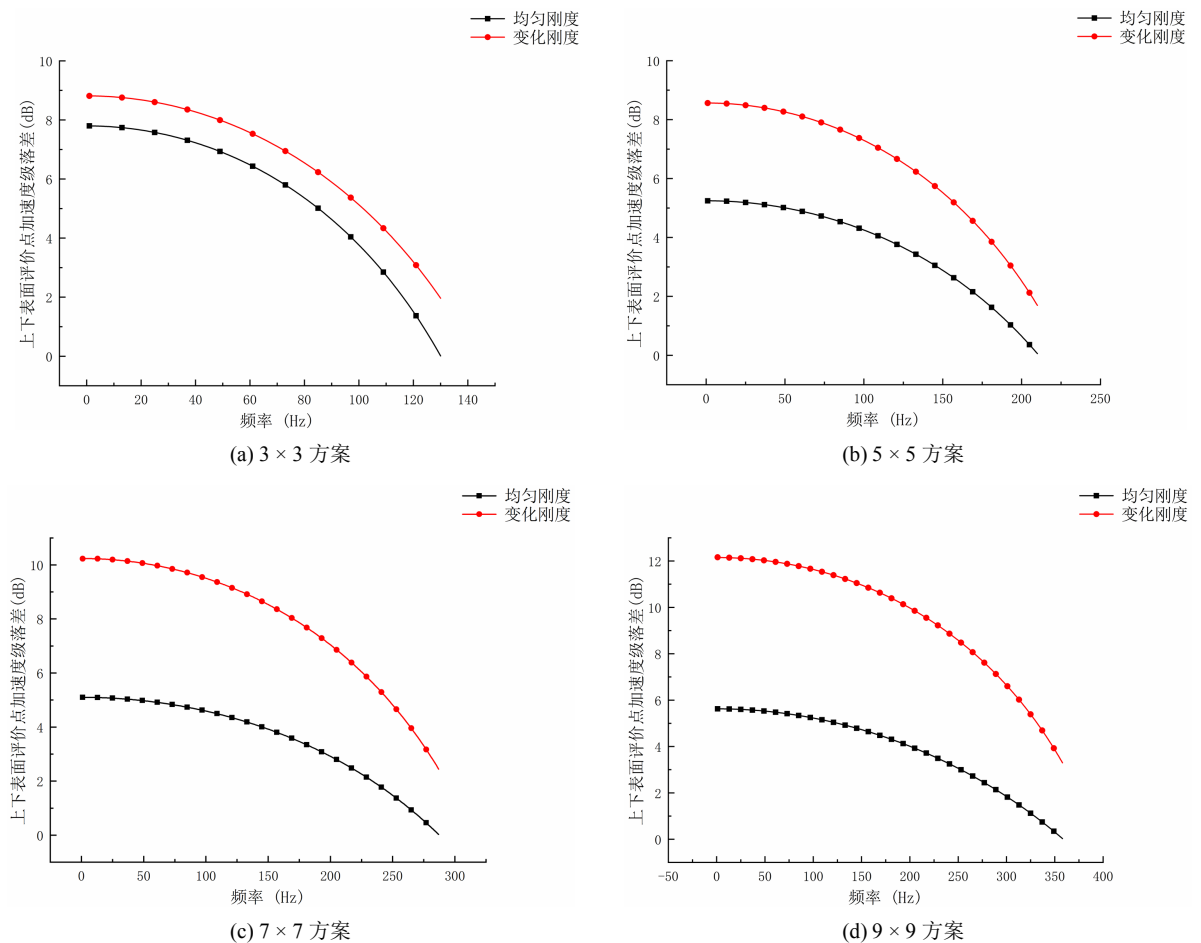


Figure 10. Comparison of total vibration level drop
 图 10. 总振级落差对比

从振级落差上看, 渐增刚度分布增强了结构整体的振动衰减能力, 同时各胞元层厚度增加的梯度越大, 振级落差提升的越显著, 这说明渐增刚度的设计思想可以提升能量在传递时的吸收损耗。但是, 从

下表面评价点响应来看, 输出加速度级在振级落差明显提升的情况下却只有微小幅度的降低, 主要是因为激励施加的位置附近局部刚度在整体结构中最小, 导致上表面输入加速度级已经很大, 虽然在传递路径上, 动能得到了更好的衰减, 但是最终的输出加速度级仍然没有明显减小。不过渐增刚度设计方案明显提升了临界频率, 减振结构整体对更宽频段的激励能够起到减振作用, 在材料总用量一定的情形下, 渐增刚度设计方案在综合减振性能上具有一定优势。

3.2. 高-低-高刚度分布优化设计方案

针对第 2.1 节渐增刚度方案中输出端振动响应衰减不明显的缺陷, 本小节进一步提出了高-低-高刚度分布优化设计方案, 所采取的变刚度减振设计具体措施为:

1) 上表面附近的胞元层设置较高刚度, 因为该位置距离激励源较近, 需要优先考虑承载性, 避免因上表面输入加速度级过大对最终的振动控制效果产生不利影响。

2) 中间层附近胞元层设置较低刚度, 因为计算分析表明该区域附近振动衰减效果最好, 对结构整体吸能和减振表现的提升贡献度较高, 低刚度有助于提升应变能在总能量中所占比例, 达到设计目的。

3) 降低下表面的输出加速度级是实现振动控制的最终目的, 故下表面附近的胞元层应设置较大刚度, 减小结构响应。

由于 7×7 、 9×9 方案刚度变化梯度会更加明显, 本小节对这两个模型进行高-低-高变刚度设计, 同样保持与原方案一致的材料属性、边界条件、激励载荷以及结构总质量, 通过调整上下层之间厚度分配比例, 实现负泊松比夹层减振结构高-低-高的渐变刚度分布。对比算例的板厚分布如图 11(a)~(b)所示。

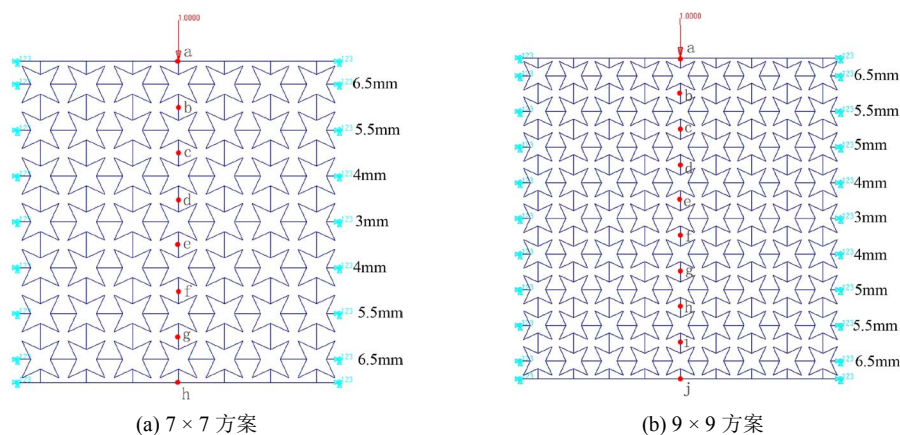


Figure 11. Distribution of evaluation point and plate thickness

图 11. 评价点和板厚分布

在 1~500 Hz 进行频率响应分析, 振级落差如图 12(a)~(b)所示。可见高-低-高刚度分布方案同样能提升临界频率, 但是相对渐增刚度设计方案提升的幅度较小, 具体数据如表 3 所示。

类似地, 对均匀刚度结构与高-低-高刚度结构上、下表面评价点加速度级及上下表面振级落差进行对比, 如图 13(a)~(c)和图 14(a)~(c)所示。

综合多项参数分析, 高-低-高刚度分布优化设计方案对结构整体减振性能的提升具有更理想的效果。该方案在实现低频减振频带小幅拓宽的同时, 有效控制了上表面评价点的输入加速度级。从反映振动衰减能力的总振级落差上看, 该方案相比均匀刚度分布设计方案有明显的提升, 并且下表面评价点的输出加速度级得到了一定幅度的减小, 比如对于 7×7 算例, 在 1~233 Hz 频率范围内, 高-低-高刚度方案在输出端加速度级比均匀刚度方案降低了 1 dB 左右, 在 273~290 Hz 频率范围内, 输出端加速度级更是降低了 3 dB 以上。

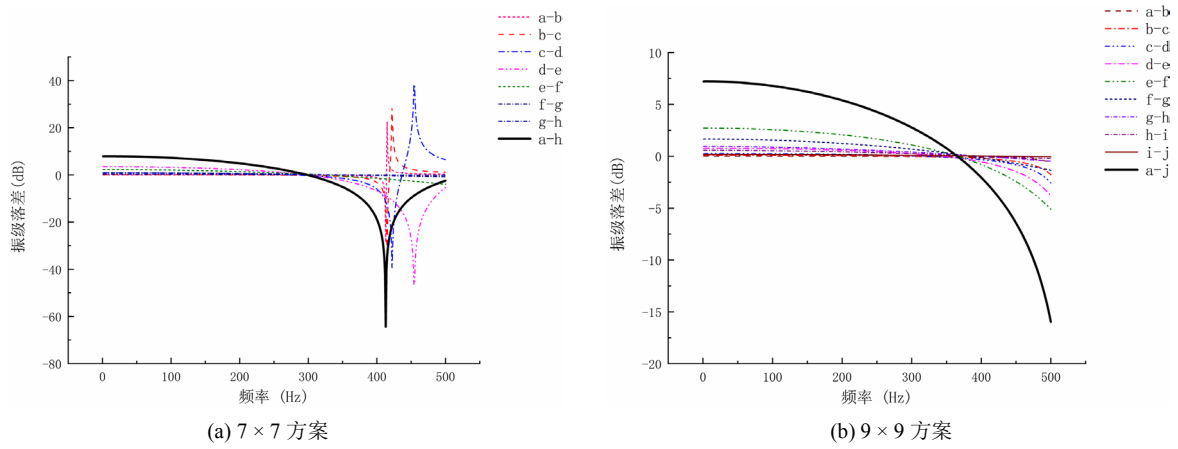


Figure 12. Vibration level difference curve
图 12. 振级落差曲线

Table 3. Critical frequency comparison table
表 3. 临界频率对比表

方案类型	均匀刚度/Hz	渐增刚度/Hz	高-低-高刚度/Hz
7 × 7	287	314	298
9 × 9	358	394	365

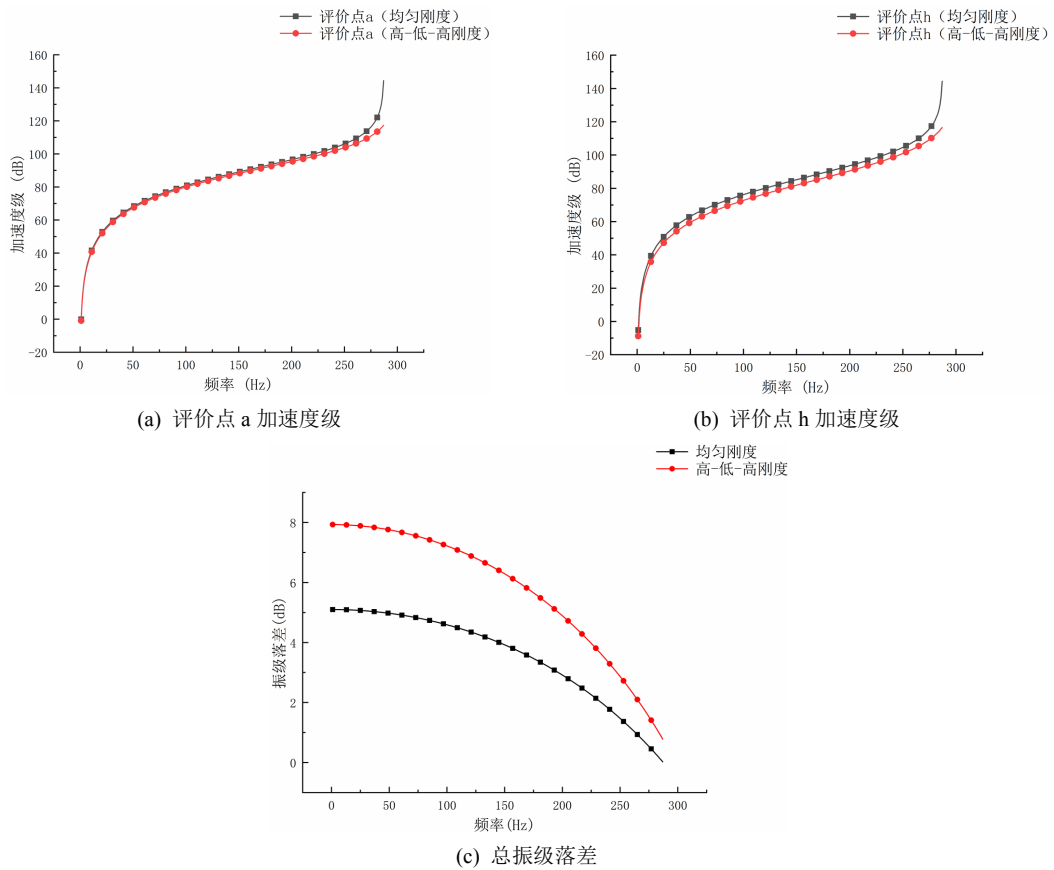


Figure 13. Comparison of vibration isolation parameters of 7 × 7 examples
图 13. 7 × 7 算例隔振参数对比

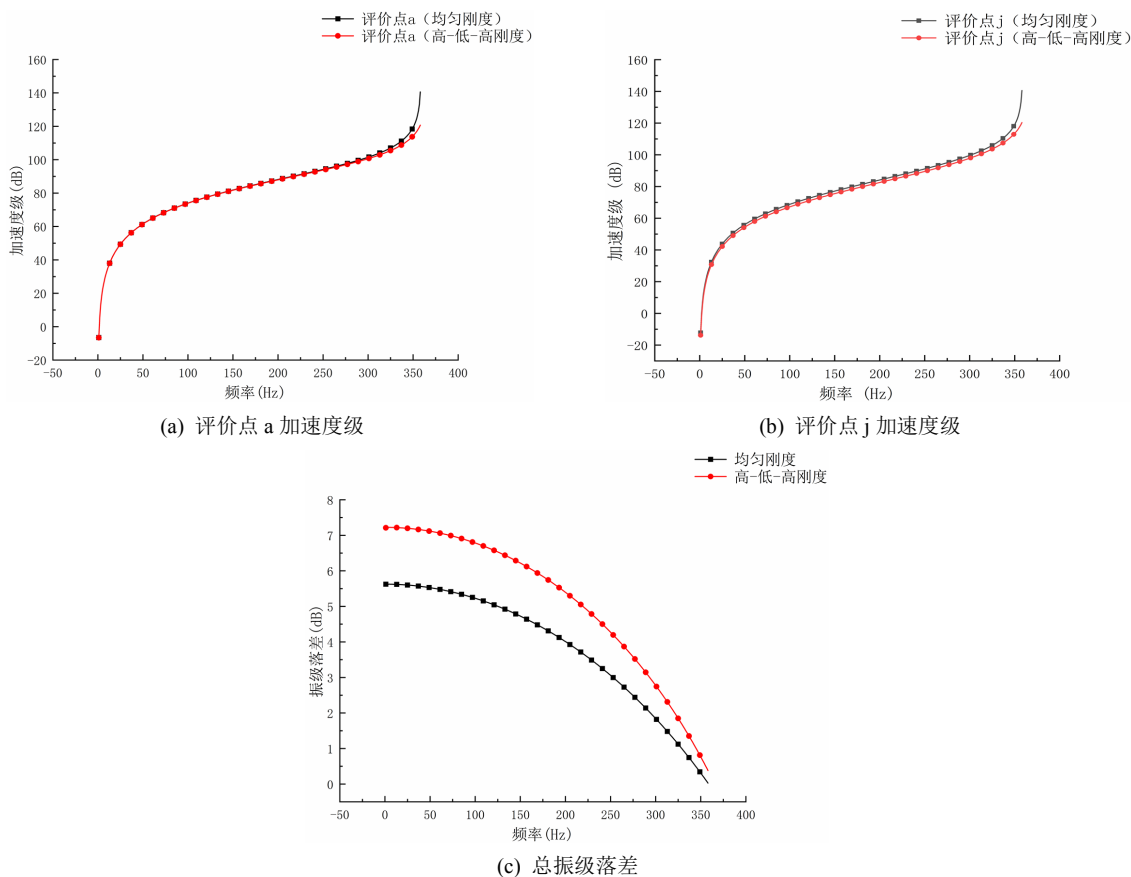


Figure 14. Comparison of vibration isolation parameters of 9×9 examples
 图 14. 9×9 算例隔振参数对比

对不同设计方案的优势和缺陷进行概括, 渐增刚度分配设计方法临界频率高、振级落差大, 但输入加速度级过高导致输出加速度级没有明显降低, 高-低-高刚度分配设计方法临界频率和振级落差提升效果不及渐增刚度设计方法, 但输入和输出加速度级响应均得到了更加有效的控制, 更符合最终的设计目的。

4. 结论

本文以评价点响应、振级落差等作为参考指标, 通过设计对比算例, 探讨了星形负泊松比夹层结构胞元因厚度变化引起的刚度分布变化对振动控制效果的影响, 主要结论包括:

1) 负泊松比夹层减振结构对特定频率范围内的激励产生的响应能够起到抑制作用, 这个频带范围的宽度与结构型式的刚度分布关系密切。合理的刚度分布有助于拓宽低频减振频带, 实现结构整体减振性能的优化。对振动衰减起主要作用的是中间层附近的胞元, 这是实施优化刚度分布方案的主要依据。

2) 星形负泊松比夹层结构变刚度设计方法相比均匀刚度设计方法在振动控制性能上有着一定的优势。通过胞元层厚度的合理分布进而实现刚度的优化配置, 一方面使得结构对更宽频带的低频激励具有减振能力, 另一方面优化了能量传递形式, 总能量更大比例地转化为低刚度胞元的应变能, 从而控制与局部动能相关的运动响应参数处于较低水平, 达到振动控制的设计目的。

3) 高-低-高的渐变刚度分布方案对于实际工程结构减振设计具有参考意义。在夹层结构总重量不变的前提下, 弱化传递路径中间位置附近的刚度, 将更多的材料应用于需要优先考虑承载能力的局部位, 对增强结构整体减振性能表现具有积极作用。

基金项目

国家自然科学基金项目(51879113, 51839005)。

参考文献

- [1] Evans, K.E., Nkansah, M.A., Hutchinson, I.J. and Rogers, S.C. (1991) Molecular Network Design. *Nature*, **353**, 124. <https://doi.org/10.1038/353124a0>
- [2] 杨德庆, 夏利福. 负泊松比超材料浮筏设计与减振机理研究[J]. 中国造船, 2018, 59(3): 144-154. <http://dx.chinadoi.cn/10.3969/j.issn.1000-4882.2018.03.015>
- [3] Prawoto, Y. (2012) Seeing Auxetic Materials from the Mechanics Point of View: A Structural Review on the Negative Poisson's Ratio. *Computational Materials Science*, **58**, 140-153. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2012.02.012>
- [4] 周宏元, 贾昆程, 王小娟, 刘路. 负泊松比三明治结构填充泡沫混凝土的面内压缩性能[J]. 复合材料学报, 2020, 37(7): 2005-2014. <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20191207.001>
- [5] 刘泽洋. 负泊松比蜂窝结构的力学性能测试及装置柔顺控制策略研究[D]: [硕士学位论文]. 长春: 吉林大学, 2019.
- [6] 卢子兴, 李康. 手性和反手性蜂窝材料的面内冲击性能研究[J]. 振动与冲击, 2017, 36(21): 16-22+39. <http://dx.chinadoi.cn/10.13465/j.cnki.jvs.2017.21.003>
- [7] 马芳武, 梁鸿宇, 赵颖, 陈实现, 蒲永锋. 内凹三角形负泊松比材料的面内冲击动力学性能[J]. 振动与冲击, 2019, 38(17): 81-87+127. <http://dx.chinadoi.cn/10.13465/j.cnki.jvs.2019.17.011>
- [8] 邓小林, 刘旺玉. 一种负泊松比正弦曲线蜂窝结构的面内冲击动力学分析[J]. 振动与冲击, 2017, 36(13): 103-109+154. <http://dx.chinadoi.cn/10.13465/j.cnki.jvs.2017.13.016>
- [9] 秦浩星, 杨德庆. 任意负泊松比超材料结构设计的功能基元拓扑优化法[J]. 复合材料学报, 2018, 35(4): 1014-1023. <http://dx.chinadoi.cn/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170619.002>
- [10] 邹松春. 负泊松比结构车身零件耐撞性优化设计[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2019.
- [11] 薛莹莹. 三维 AI 基拉胀结构的设计、制备、优化及其力学性能研究[D]: [博士学位论文]. 合肥: 中国科学技术大学, 2019.
- [12] 熊家鹏. 负泊松比结构设计及选区激光熔化 3D 打印工艺优化研究[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.
- [13] 杜义贤, 李荣, 田启华, 周祥曼. 具有吸能和承载特性的多孔结构拓扑优化[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2019, 47(8): 108-113. <http://dx.chinadoi.cn/10.13245/j.hust.190821>
- [14] Lu, Z.-X., Li, X., Yang, Z.-Y. and Xie, F. (2016) Novel Structure with Negative Poisson's Ratio and Enhanced Young's Modulus. *Composite Structures*, **138**, 243-252. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.11.036>
- [15] 崔世堂, 王波, 张科. 负泊松比蜂窝面内动态压缩行为与吸能特性研究[J]. 应用力学学报, 2017, 34(5): 919-924+1015.
- [16] Chen, Z.Y., Wang, Z., Zhou, S.W., Shao, J.W. and Wu, X. (2018) Novel Negative Poisson's Ratio Lattice Structures with Enhanced Stiffness and Energy Absorption Capacity. *Materials*, **11**, 1095. <https://doi.org/10.3390/ma11071095>
- [17] Qin, H.X., Yang, D.Q. and Ren, C.H. (150) Modelling Theory of Functional Element Design for Metamaterials with Arbitrary Negative Poisson's Ratio. *Computational Materials Science*, **150**, 121-133. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2018.03.056>
- [18] Qin, H.X. and Yang, D.Q. (2019) Vibration Reduction Design Method of Metamaterials with Negative Poisson's Ratio. *Journal of Materials Science*, **54**, 14038-14054. <https://doi.org/10.1007/s10853-019-03903-z>
- [19] Sun, Y.T. and Pugno, N.M. (2013) In Plane Stiffness of Multifunctional Hierarchical Honeycombs with Negative Poisson's Ratio Sub-Structures. *Composite Structures*, **106**, 681-689. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.05.008>
- [20] 李振, 王亚进, 刘经兴, 王良模. 胞元缺失对蜂窝结构面内力学性能的影响[J]. 南京理工大学学报, 2019, 43(5): 541-547.
- [21] Gibson, L.J. and Ashby, M.F. (1997) Cellular Solids: Structure and Properties. Cambridge University Press, Cambridge. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139878326>