

The Method of Chebyshev Filter Simulation Design in Signal and System Experimental Teaching

Xiaohui Huang¹, Zhenhong Jia², Liejun Wang¹

¹College of information Science and Engineering, Xinjiang University, Urumqi

²Office of Xinjiang University, Urumqi

Email: hxhdemail@sohu.com

Received: May 17th, 2013; revised: Jun. 28th, 2013; accepted: Jul. 13th, 2013

Copyright © 2013 Xiaohui Huang et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract: Filter is very important in the signal processing circuit, it is also a very important part of the signal and system experiment. Chebyshev filter is a kind of analog filters which typically have a better performance. This article designs the Chebyshev bandpass filters which have 0.1 dB passband fluctuation, 1000 Hz center frequency and bandwidth at 100 Hz, 200 Hz, 300 Hz and 400 Hz and discusses the basic method to introduce this kind of filter design into the experimental teaching.

Keywords: Filter; Chebyshev; Simulation

信号与系统实验教学中 Chebyshev 滤波器仿真设计方法研究

黄晓辉¹, 贾振红², 汪烈军¹

¹新疆大学信息科学与工程学院, 乌鲁木齐

²新疆大学教务处, 乌鲁木齐

Email: hxhdemail@sohu.com

收稿日期: 2013 年 5 月 17 日; 修回日期: 2013 年 6 月 28 日; 录用日期: 2013 年 7 月 13 日

摘要: 滤波器是信号处理中非常重要的电路, 也是信号与系统实验中非常重要的部分, 而 Chebyshev 滤波器是典型的性能较佳的一种模拟滤波器。本文通过设计通带波动 0.1 dB, 中心频率 1000 Hz, 带宽可在 100 Hz、200 Hz、300 Hz、400 Hz 之间可调的 Chebyshev 带通滤波器, 探讨了将这种滤波器设计引入实验教学的基本方法。

关键词: 滤波器; Chebyshev; 仿真

1. 引言

Chebyshev 滤波器是最常用的全极点滤波器之一^[1]。Chebyshev 滤波器在截止特性和阻带特性方面都较优^[2]; 特别是, 当给定了通带、阻带的容许偏差时, 在所有滤波器中 Chebyshev 滤波器的过渡带最短, 即 Chebyshev 滤波器在通带和阻带间有陡峭的衰减特性, 衰减幅度响应完全由其阶数 N 确定(N 是滤波器的极点数)。阶数 N 越高, 幅频特性越优; 但滤波器阶数 N

越大电路越复杂。在实际应用中, 滤波器阶数 N 的选取主要取决于信号处理对滤波器阻带衰减下限的要求^[3]。因此要根据实际应用的需要, 确定阻带衰减下限, 合理选择滤波器阶数 N , 使滤波器满足要求。

2. Chebyshev 滤波器参数计算方法

2.1. 滤波器阶次及传递函数的确定

根据设计要求, 将要求技术指标转换为以下低通

指标：截止角频率 $\omega_c = 1 \text{ rad/s}$ ，通带波动 0.1 dB，滤波器的阶次 N 取 2。则其对应的归一化 Chebyshev 低通滤波器设计参数通过查表^[4]得： $B = 2.372356$ ， $C = 3.314037$ 并设增益 $K = 2$ ，则二阶 Chebyshev 低通滤波器传递函数。

$$H(S) = \frac{KC\omega_c^2}{S^2 + B\omega_c S + C\omega_c^2} \quad (1)$$

2.2. 低通滤波器到带通滤波器的变换

将归一化低通函数中的 S^* 以如下变换式代入，即可得到带通传递函数^[5]：

$$S = \frac{S^2 + \omega_0^2}{BW \times S} = \frac{Q(S^2 + \omega_0^2)}{\omega_0 S} \quad (2)$$

其中 $Q = \omega_0 / BW$ 为滤波器的品质因数，是用来衡量滤波器的选择性。高 Q 对应于较宽的相对通带。

由上式可知带通滤波器的阶数为对应低通滤波器阶数的两倍，故总为偶数。具有中心频率 ω_0 和带宽 BW 的带通滤波器的幅度特性，类似于其对应的低通幅度特性，只是把零频率上移到 ω_0 ，并以 ω_0 为中心左右作出低通曲线形状。因此，Chebyshev 带通滤波器的幅度只在通带内有波动。其滤波器的中心频率为两截止频率的等比中项，即满足关系式

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_L \omega_U} \quad (3)$$

其中

$$\omega_L = \omega_0 \left(-\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \right) \quad (4)$$

$$\omega_U = \omega_0 \left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \right) \quad (5)$$

有代换得四阶 Chebyshev 带通传递函数具体形式为(公式(6))如下。

$K = 4$ 为实现四阶传递函数的两节二阶电路级联总增益。

上式可分解为两个二阶函数：

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(KC\omega_0^2/Q^2)S^2}{S^4 + (B\omega_0/Q)S^3 + (2+C/Q^2)\omega_0^2 S^2 + (B\omega_0^3/Q)S + \omega_0^4} \quad (6)$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1} \right)_1 = \frac{(K_1\omega_0\sqrt{C}/Q)S}{S^2 + (D\omega_0/E)S + D^2\omega_0^2} \quad (7)$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1} \right)_2 = \frac{(K_2\omega_0\sqrt{C}/Q)S}{S^2 + (\omega_0/DE)S + \omega_0^2/D^2} \quad (8)$$

式中， k_1 、 k_2 是二阶带通的增益，且 $k_1 k_2 = k$

$$E = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{C + 4Q^2 + \sqrt{(C + 4Q^2)^2 - (2BQ)^2}}{2}} \quad (9)$$

$$D = \frac{1}{2} \left[\frac{BE}{Q} + \sqrt{\left(\frac{BE}{Q} \right)^2 - 4} \right] \quad (10)$$

E 为各阶的极偶品质因数 Q_p

巴特沃斯、切比雪夫型二阶带通滤波器或高阶带通滤波器的二阶滤波节的传递函数典型公式为：

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho\omega_0 S}{S^2 + \beta\omega_0 S + \gamma\omega_0^2} \quad (11)$$

其中：

$$\rho\omega_0 = \frac{1}{R_1 C_1} \quad (12)$$

$$\beta\omega_0 = \frac{1}{R_3} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \quad (13)$$

$$\gamma\omega_0^2 = \frac{1}{R_3 C_1 C_2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (14)$$

对应的二阶无限增益 MFB 带通滤波器图一般形式为：(如图 1)。

若给定 ω_0 、 ρ 、 β 和 γ ，各电阻的数值可以用下列式子求出

$$R_1 = \frac{1}{\rho\omega_0 C_1} \quad (15)$$

$$R_2 = \frac{\beta}{[C_1(\gamma - \rho\beta) + \gamma C_2]\omega_0} \quad (16)$$

$$R_3 = \frac{1}{\beta\omega_0} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \quad (17)$$

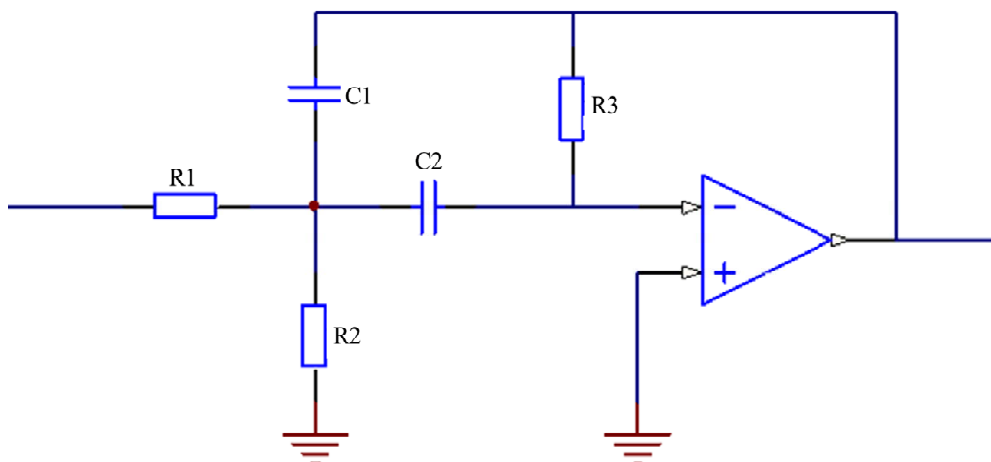


Figure 1. The circuit diagram of second-order infinite gain MFB band-pass filter
图 1. 二阶无限增益 MFB 带通滤波器电路图

电路中的 C_1 和 C_2 可以随意选取，我们最好选取 C_1 接近 $10/f_0 \mu\text{F}$ ；为了始 $R_2 > 0$ ， C_2 须按下式选取：

$$C_2 > \frac{C_1(\rho\beta - \gamma)}{\gamma} \quad (18)$$

我们取定 C_1 和 C_2 为 $0.01 \mu\text{F}$ 。

四阶带通滤波器形式为上图二阶形式的级联，如图 2 所示。

上图电路为目标滤波器的一个基本单元，使用单片机控制多个单元输入输出就可实现程序控制滤波器带宽的目的。

2.3. 频率变换

我们将(11)式中的 ω_0 取为 $1000/2\pi$ 。Q 分别取为 10、5、3.3、2.5。即得到了中心频率为 1000 Hz 的带宽分别为 100 Hz、200 Hz、300 Hz、400 Hz 的带通滤波器。鉴于计算较复杂，我们用 Matlab 程序计算滤波器器件参数为下列值

Q = 10(相当于带宽 B = 100 HZ)

R1 = 4.3713 e + 004

R2 = 896.8253

R3 = 2.5103 e + 005

R4 = 2.8824 e + 005

R5 = 1.0329 e + 003

R6 = 4.3713 e + 004

Q = 5(相当于带宽 B = 200 HZ)

R1 = 2.1857 e + 004

R2 = 1.7588 e + 003

R3 = 1.1793 e + 005

R4 = 1.5561 e + 005

R5 = 2.3820 e + 003

R6 = 2.1857 e + 004

Q = 10/3(相当于带宽 B = 300 HZ)

R1 = 1.4571 e + 004

R2 = 2.6593 e + 003

R3 = 7.4180 e + 004

R4 = 1.1264 e + 005

R5 = 4.4599 e + 003

R6 = 1.4571 e + 004

Q = 2.5(相当于带宽 B = 400 HZ)

R1 = 1.0928 e + 004

R2 = 3.6663 e + 003

R3 = 5.2704 e + 004

R4 = 9.2268 e + 004

R5 = 8.5792 e + 003

R6 = 1.0928 e + 004

2.4. 阻抗变换

由于不易得到阻值大的接近的电阻，我们将电阻值减小为原值的 1/10，为了不改变滤波器性能，相应的将电容值变为原来的 10 倍。

3. 仿真检验

我们利用 Multisim 10 和 Matlab 进行仿真，为了便于分析比较，特将两种仿真结果一并列出。

各图中 a 为 Multisim 10 仿真得到的幅频特性曲线, c 为 Matlab 仿真得到的幅频特性图。

1) 带宽为 100 Hz 的幅频特性曲线(如图 3)。

从图中可以看出, 我们设计的滤波器实现了带通滤波功能, 仿真得到的幅频特性较好, 滤波器低频的过渡带衰减特性较好, 高频的过渡带衰减特性较差。

2) 带宽为 200 Hz 的幅频特性曲线(如图 4)。

从图中可以看出, 我们设计的滤波器实现了带通滤波功能, 仿真得到的幅频特性较好, 滤波器低频的过渡带衰减特性和高频的过渡带衰减特性都较好。

3) 带宽为 300 Hz 的幅频特性曲线(如图 5)。

4) 带宽为 400 Hz 的幅频特性曲线(如图 6)。

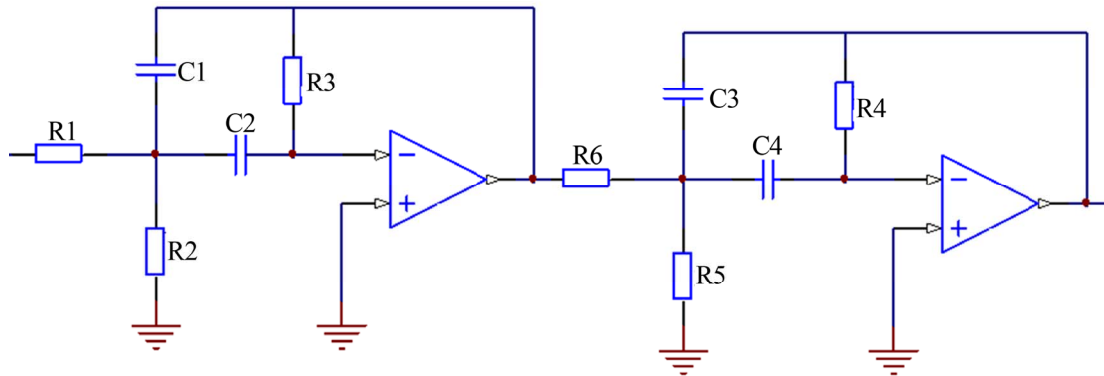


Figure 2. The circuit diagram of fourth-order infinite gain MFB band-pass filter
图 2. 四阶无限增益 MFB 带通滤波器电路图

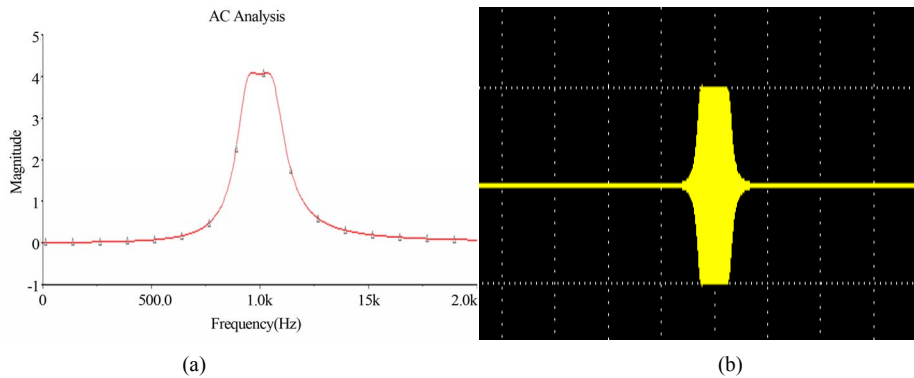


Figure 3. The amplitude-frequency characteristics of the filter whose bandwidth was 100 Hz. (a) The amplitude-frequency characteristic curve in theory based on Multisim 10; (b) The simulation diagram of amplitude-frequency characteristics based on Matlab
图 3. 带宽为 100 Hz 的幅频特性: (a) Multisim 10 仿真幅频特性理论曲线; (b) Matlab 仿真的幅频特性图

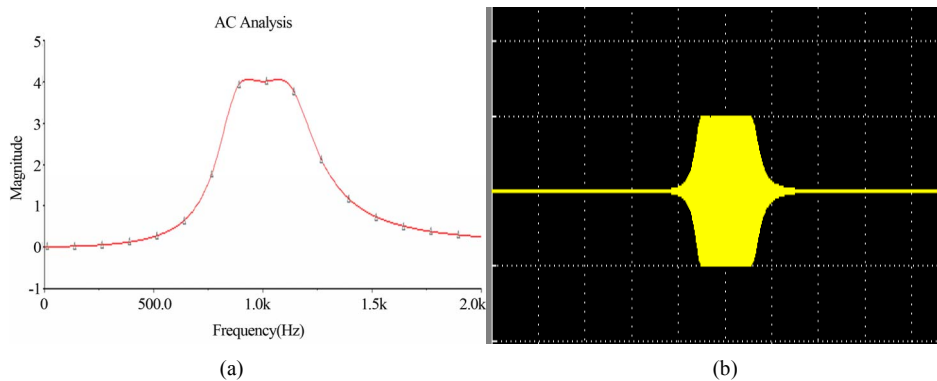


Figure 4. The amplitude-frequency characteristics of the filter whose bandwidth was 200 Hz. (a) The amplitude-frequency characteristic curve in theory based on Multisim 10; (b) The simulation diagram of amplitude-frequency characteristics based on Matlab
图 4. 带宽为 200 Hz 的幅频特性: (a) Multisim 10 仿真幅频特性理论曲线; (b) Matlab 仿真的幅频特性图

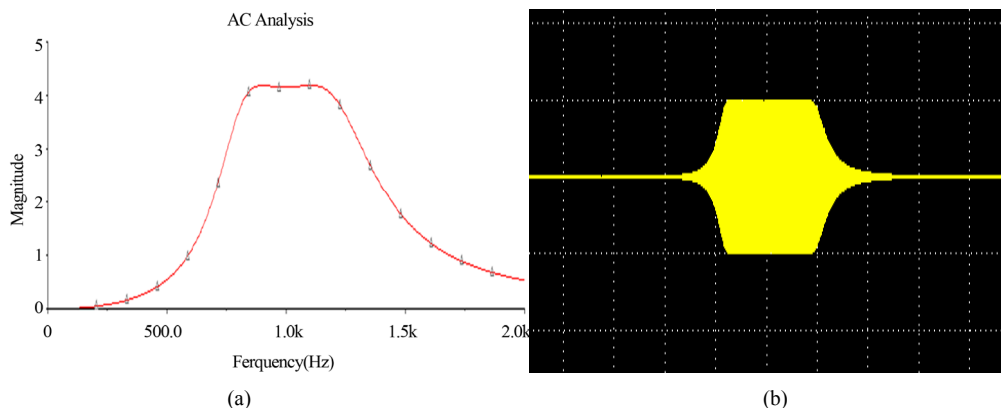


Figure 5. The amplitude-frequency characteristics of the filter whose bandwidth was 300 Hz. (a) The amplitude-frequency characteristic curve in theory based on Multisim 10; (b) The simulation diagram of amplitude-frequency characteristics based on Matlab
图 5. 带宽为 300 Hz 的幅频特性: (a) Multisim 10 仿真幅频特性理论曲线; (b) Matlab 仿真的幅频特性图

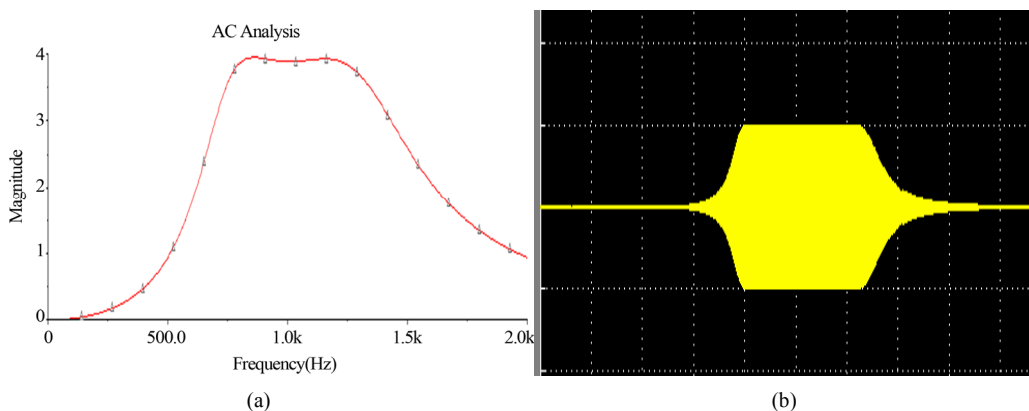


Figure 6. The amplitude-frequency characteristics of the filter whose bandwidth was 400 Hz. (a) The amplitude-frequency characteristic curve in theory based on Multisim 10; (b) The simulation diagram of amplitude-frequency characteristics based on Matlab
图 6. 带宽为 400 Hz 的幅频特性: (a) Multisim 10 仿真幅频特性理论曲线; (b) Matlab 仿真的幅频特性图

4. 结论

在实验过程中, 基于滤波器的一般设计方法, 按照设计要求设计出简单的滤波器, 求出相应滤波器的各种参数, 在这过程中, 用到 Matlab 验证滤波器的传递函数, 求出滤波器的幅频特性曲线和电路元件的参数。利用软件 Multisim 10 画出相应的电路图, 仿真调试。从仿真结果看出, 设计比较成功, 两种仿真方法得到结果接近, 说明设计具备较强可靠性。本设计方法可以应用与信号与系统实验教学中的 Chebyshev 滤波器设计实验, 对其他滤波器的设计也有一定的借鉴意

义。

参考文献 (References)

- [1] F. Anday. Alternate state-variable realizations using single-ended operational amplifiers. Proceedings of the IEEE, 59(12): 1710-1711.
- [2] R. Brandt. Active resonators save steps in designing active filters. Electronics, APRIL, 1971, 24: 106-110.
- [3] T. Deliyannis. RC active all-pass sections. Electron Letters, 5: 59-60.
- [4] R. W. Danilils. Approximation methods for electronic filter design. Boston: McGraw-Hill Book Company, 1974.
- [5] G. Daryanani. Principles of active network synthesis and design. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 1976.