

# Performance Analysis of TAS/STBC Systems under n-Rayleigh Fading Channels

Lingwei Xu

Department of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao  
Email: [gaomilaojia2009@163.com](mailto:gaomilaojia2009@163.com)

Received: Jun. 16<sup>th</sup>, 2014; revised: Jul. 30<sup>th</sup>, 2014; accepted: Aug. 11<sup>th</sup>, 2014

Copyright © 2014 by author and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

---

## Abstract

The average symbol error probability (ASEP) of multiple-input multiple-output (MIMO) systems employing transmit antenna selection (TAS) and orthogonal space-time block code (STBC) under n-Rayleigh fading channels is investigated in this paper. Based on the scalar additive white Gaussian noise (AWGN) channel approach, the exact form expressions of the signal-to-noise ratio (SNR) at the receiving end are derived for multiple quadrature amplitude modulation (MQAM), and multiple phase shift keying modulation (MPSK). Then the ASEP performance under different conditions is evaluated through numerical simulations. Simulation results show that: the ASEP performance can be improved with the increase of the number of transmit antennas or receive antennas, when SNR = 12 dB, the ASEP of (3,3; 6) with QPSK is  $2 \times 10^{-3}$ , (4,4;8) is  $2 \times 10^{-4}$ , (5,5; 10) is  $2 \times 10^{-5}$ .

## Keywords

Transmit Antenna Selection, Orthogonal Space-Time Block Code, n-Rayleigh Fading Channels, Average Symbol Error Probability

---

# TAS/STBC系统在n-Rayleigh信道下的性能分析

徐凌伟

中国海洋大学信息科学与工程学院, 青岛  
Email: [gaomilaojia2009@163.com](mailto:gaomilaojia2009@163.com)

收稿日期：2014年6月16日；修回日期：2014年7月30日；录用日期：2014年8月11日

## 摘要

在n-Rayleigh信道下，研究了使用发射天线选择(TAS)和正交空时分组码(STBC)的多输入多输出(MIMO)系统的平均符号误码率(ASEP)性能。基于标量加性高斯白噪声(AWGN)信道的方法，得到了系统使用多进制正交幅度调制(MQAM)和多进制相移键控调制(MPSK)，在接收端的信噪比的表达式。然后对不同条件下的ASEP性能做了数值仿真，仿真结果表明：随着发射天线或接收天线数的增加，系统的ASEP性能得到了很好的改善，当使用QPSK调制，SNR = 12 dB，(3,3; 6)系统的误码率是 $2 \times 10^{-3}$ ，(4,4; 8)系统的误码率是 $2 \times 10^{-4}$ ，(5,5; 10)系统的误码率是 $2 \times 10^{-5}$ 。

## 关键词

发射天线选择，正交空时分组码，n-Rayleigh信道，平均符号误码率

## 1. 引言

多输入多输出(MIMO)技术[1]作为一种无线通信技术，已经成为无线通信领域的研究热点，受到了下一代宽带无线移动通信系统的广泛关注，尤其在信道相关的测量、信道编码方面有了广泛的学术成果[2][3]。空时编码(STBC)技术就是利用多根发射天线有效地实现了空间分集，尤其正交空时分组码(OSTBC)以较低的译码复杂度获得了完全的分集增益[4]。然而，典型的MIMO系统中发射机和接收机同时使用所有的天线发射和接收，这就要求使用与天线一样多的射频链路，大大增加了系统的硬件成本，而且空时编码、检测译码等信号处理的复杂度也会大幅度提高。发射天线选择(TAS)技术由于用相对较少的收发射频链路支持较多的天线，更好地利用收发天线单元，大幅削减硬件成本，并且降低信号处理的复杂度，因此引起人们极大的关注。文献[5]利用STBC和TAS的优点，提出了TAS/STBC方案，选择两根发射天线的系统称为TAS/Alamouti。文献[6][7]利用矩生成函数(MGF)的方法，使用q进制相移键控(PSK)和q进制方方正交幅度调制(QAM)，分别研究了瑞利信道和Nakagami-m信道下TAS/OSTBC系统的平均符号误码率(ASEP)的表达式及其性能上限。但是这种包含了超几何函数的符号误码率的表达式难以分析，得到封闭的结果十分困难。

Kovacs, Andersen, Salo等人研究发现，当移动台到移动台信号传输通路上出现匙孔(keyhole)时，接收信号的幅度将服从双瑞利(double-Rayleigh)分布[8]。文献[9][10]研究了在双瑞利独立衰落信道下，采用基于矩生成函数的方法，推导出了涵盖多种调制方式的系统的平均误符号率性能的通用计算公式，分析了系统的中断概率和分集增益，并进行了数值仿真。文献[11]采用基于矩生成函数的方法分析了双瑞利独立衰落信道下采用最大比合并接收时的系统平均误符号率性能，并讨论了其分集特性，根据成对差错概率的上界得到了采用空时编码技术时传输系统可获得的分集增益。

在双瑞利衰落模型的基础上，进一步推广得到了适合于不同传输场景的n-Rayleigh分布( $n \geq 2$ )。n-Rayleigh分布在车联网中移动的车与车之间的通信、协作分集系统中移动终端之间的通信、无线传感器网络中移动节点之间的通信、卫星移动通信等方面得到了广泛的应用。

根据目前掌握的资料，在n-Rayleigh信道下，对TAS/STBC系统的ASEP性能进行研究的文献很少。文献[12]主要是提出了将MIMO系统的矩阵信道转化成标量加性高斯白噪声(AWGN)信道的方法，进而可以计算出接收端的信噪比。所以本文基于标量AWGN信道的方法，在n-Rayleigh信道下，分别使用q进制QAM

和PSK调制方式,研究了TAS/STBC系统的ASEP性能,并对不同系统条件下的ASEP性能做了数值仿真和分析,仿真结果表明:随着发射天线或接收天线数的增加,TAS/STBC系统的ASEP性能得到了很好的改善;TAS/STBC系统在瑞利信道( $n = 1$ )下的性能最好,随着 $n$ 的增大,系统在n-Rayleigh信道( $n \geq 2$ )下的性能是逐渐变差的。

## 2. 系统模型

输入的信息序列首先分别使用 $q$ 进制QAM/PSK进行调制,输出的 $S$ 个符号经OSTBC编码后在 $T$ 个时隙内发射出去,经过n-Rayleigh信道到达接收端。

我们先从双瑞利信道开始,然后扩展到n-Rayleigh信道。在这里,我们使用文献[9][10]中的双瑞利信道模型,如图1所示。

文献[9][10]给出了3种双瑞利分布的传播场景:

- 两个散射环的距离足够远,所有的电波传播类似经由一个狭长“管道”的情形,在城市环境下的车-车通信中,当相互通信的两车辆间距较大、收发两端散射体数量足够多且处于非视距传播条件时,车-车间信号的传播属于该种情形;
- 两个移动终端由固定不动的中继节点采用放大转发(Amplify and Forward, AF)策略进行中继的情形;
- 两个移动终端间相互传递的电波在城市街角处或屋顶尖部劈形衍射时的场景,此时街角或屋尖对电波传播的影响类似于电波经由一个匙孔的情形。

符合双瑞利分布的随机变量 $a$ 可以表示为两个独立的零均值循环复高斯随机变量 $a_1$ 和 $a_2$ 的乘积即 $a = a_1 a_2$ ,则 $a$ 的概率密度函数(PDF)为

$$f_a(z) = \frac{z}{\sigma_a^2} K_0\left(\frac{z}{\sigma_a}\right), z > 0 \quad (1)$$

$$\sigma_a^2 = \sigma_x^2 \sigma_y^2 \quad (2)$$

其中 $\sigma_a^2$ ,  $\sigma_x^2$ ,  $\sigma_y^2$ 分别为 $a$ ,  $a_1$ 和 $a_2$ 的方差,  $K_0()$ 为修正的零阶第二类贝塞尔函数。显然 $a$ 的平均功率为:

$$Ex[|a|^2] = Ex[|a_1|^2] Ex[|a_2|^2] = 2\sigma_x^2 \times 2\sigma_y^2 = 4\sigma_a^2 \quad (3)$$

其中 $Ex[]$ 表示求均值。

服从n-Rayleigh分布的随机变量 $Z$ 可以表示为 $n$ 个独立的零均值循环复高斯随机变量 $a_x$ 的乘积,即

$$Z = \prod_{x=1}^n a_x \quad (4)$$

则 $Z$ 服从n-Rayleigh分布,其PDF为[13]

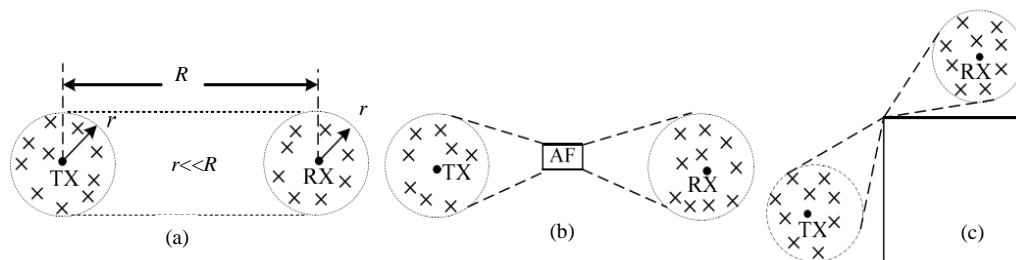


Figure 1. The double-Rayleigh fading channel model

图1. 双瑞利信道模型

$$f_z(z) = 2(2^n \sigma^2)^{-\frac{1}{2}} G_{0,n}^{n,0} \left[ (2^n \sigma^2)^{-1} z^2 \left| \begin{matrix} - \\ \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2} \end{matrix} \right. \right] \quad (5)$$

$$\sigma^2 = \prod_{x=1}^n \sigma_x^2 \quad (6)$$

其中Meijer's G-函数表示为[13]

$$G_{p,q}^{m,n} \left[ z \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right] = \frac{1}{j2\pi} \int_F \frac{\prod_{i=1}^m \Gamma(b_i + s) \prod_{i=1}^n \Gamma(1 - a_i - s)}{\prod_{i=n+1}^p \Gamma(a_i + s) \prod_{i=m+1}^q \Gamma(1 - b_i - s)} z^{-s} ds \quad (7)$$

考虑一个使用正交空时编码的MIMO系统，有 $K$ 根发射天线， $M$ 根接收天线。其信道矩阵 $H$ 可以表示为

$$H = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdots & h_{1,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M,1} & \cdots & h_{M,K} \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中元素 $h_{ij}$ 表示发射天线 $j$ 到接收天线 $i$ 的复路径增益，符合n-Rayleigh分布。

接收信号可以表示为

$$Y = HX + W \quad (9)$$

上式中 $Y$ 是 $M \times T$ 维的接收信号矩阵， $X$ 是 $K \times T$ 维的发射信号矩阵， $W$ 是 $M \times T$ 维的复高斯白噪声矩阵，其每一维的方差是 $N_0/2$ ， $N_0$ 是功率谱密度。

在接收端，在进行最大似然译码前，我们基于标量AWGN信道的方法，将(9)式中的矩阵信道转化成标量AWGN信道，接收信号可以表示为

$$y_0 = \|H\|_F^2 x + w \quad (10)$$

考虑STBC的编码速率，用 $R$ 表示，接收信号可以表示为

$$y_0 = \frac{1}{R} \|H\|_F^2 x + w \quad (11)$$

$y_0$ 是 $S \times 1$ 维的接收信号矩阵， $x$ 是分别经过 $q$ 进制QAM和PSK调制的 $S \times 1$ 维的发射信号矩阵， $w$ 是 $S \times 1$ 维的复高斯白噪声矩阵，其每一维的期望是0，方差是 $1/R \times \|H\|_F^2 \times N_0/2$ ， $N_0$ 表示功率谱密度。

因此接收端的信噪比可以用 $r_0$ 表示为

$$r_0 = \frac{E_s}{KRN_0} \|H\|_F^2 \quad (12)$$

其中 $E_s$ 表示发射端总的传输功率。我们用 $h_0$ 进行一下替换，即

$$h_0 = \frac{1}{R} \|H\|_F^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^K \frac{1}{R} \|h_{ij}\|^2 \quad (13)$$

则(11)，(12)式可以表示为

$$y_0 = h_0 x + w \quad (14)$$

$$r_0 = \frac{E_s}{KN_0} h_0 \quad (15)$$

下面我们对TAS/STBC系统进行说明，图2是TAS/STBC系统的发射机框图，图3是TAS/STBC系统的接收机框图。

发射天线选择的准则是使接收端的接收信噪比(SNR)最大，这样可以减小误码率。文献[14]研究了天线选择算法对MIMO系统性能的影响。文中接收端的信噪比是与信道矩阵的奇异值有关的，即奇异值越大，相应的接收信号的信噪比也越大。它利用信道矩阵的奇异值分解(SVD)所得到的左奇异和右奇异矢量实现发端和收端的射频天线选择，且不需要改变系统原有的检测算法。因此我们使用了文献[14]中的方法，进行联合发射/接收天线选择时，首先对信道矩阵进行奇异值分解，然后对奇异值按照从大到小进行排序，最后选择最大的特征值所对应的发射/接收天线。

从 $K$ 根发射天线中选择 $N$ 根天线，那么经过发射天线选择后的信道矩阵用 $H_s$ 表示，所以

$$h = \frac{1}{R} \|H_s\|_F^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \frac{1}{R} \|h_{ij}\|^2 \quad (16)$$

$$y = hx + w \quad (17)$$

$$r_s = \frac{E_s}{NN_0} h \quad (18)$$

### 3. 数值仿真

我们使用Matlab仿真软件，通过数值仿真验证了前面理论分析结果的正确性，并说明TAS/STBC系统的ASEP性能受发射天线或接收天线数的影响。在这里，假设信道增益 $a$ 的平均功率为1，根据(3)式，得到其方差为0.25。发射信号的平均能量也为1。

图4给出了TAS/STBC系统在双瑞利信道下，使用QPSK调制方式，ASEP性能随总发射信噪比变化的曲线。发射天线数目 $K$ 分别取3,4,5根，接收天线数目 $M$ 分别取3,4,5根，从 $K$ 中选择 $N$ 根发射天线，记为 $(K, M; N \times M)$ ，其中 $N$ 取2根发射天线。由图4可知，TAS/STBC系统的ASEP随着发射信噪比的增加而不断降低，例如，(5,5;10)系统的误码率在8dB时为 $1 \times 10^{-3}$ ，在10 dB时为 $1 \times 10^{-4}$ 。仿真结果显示：随着发射天线数或接收天线数的增加，系统的误码率性能是不断改善的。例如，当SNR = 12 dB, (3,3;6)系统的误码率是 $2 \times 10^{-3}$ , (4,4;8)系统的误码率是 $2 \times 10^{-4}$ , (5,5;10)系统的误码率是 $2 \times 10^{-5}$ 。

图5给出了TAS/STBC系统分别在瑞利信道(1-Rayleigh)，双瑞利信道(2-Rayleigh)，3-Rayleigh信道下，使用QPSK调制方式，ASEP性能随总发射信噪比变化的曲线。发射天线数目 $K$ 取3根，接收天线数目 $M$ 取3根，从 $K$ 中选择 $N$ 根发射天线，其中 $N$ 取2根发射天线。仿真结果显示：TAS/STBC系统在瑞利信道下的ASEP



Figure 2. The transmitter block diagram of TAS/STBC system

图2. TAS/STBC系统的发射机框图

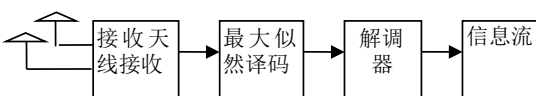


Figure 3. The receiver block diagram of TAS/STBC system

图3. TAS/STBC系统的接收机框图

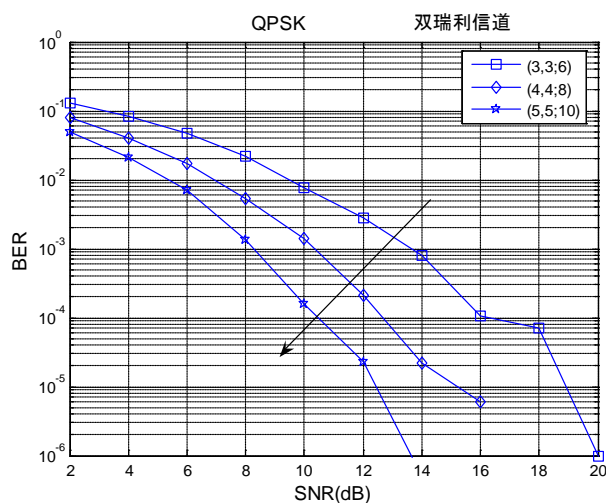


Figure 4. The ASEP performance of TAS/STBC system with QPSK

图4. TAS/STBC系统使用QPSK调制的ASEP性能

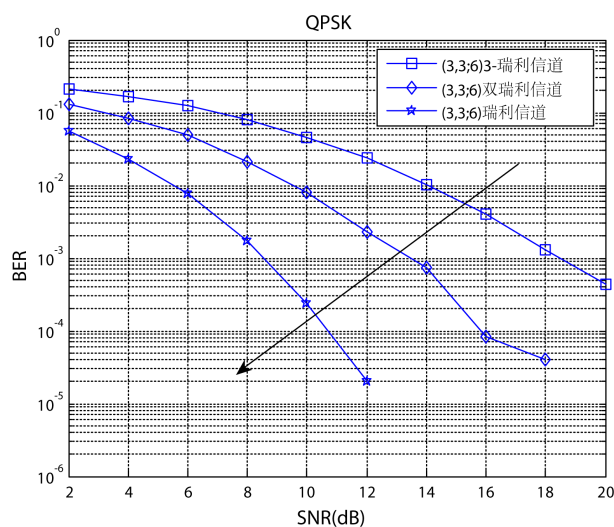


Figure 5. The ASEP performance of TAS/STBC system in different channels

图5. TAS/STBC系统在不同信道下的ASEP性能

性能是最好的，随着 $n$ 的增大，系统的性能是逐渐变差的，在3-Rayleigh信道下的ASEP性能是最差的，例如，当 $\text{SNR} = 12 \text{ dB}$ 时，在瑞利信道下的误码率是 $2 \times 10^{-5}$ ；在双瑞利信道下的误码率是 $2 \times 10^{-3}$ ；在3-Rayleigh信道下的误码率是 $2 \times 10^{-2}$ 。

图6给出了TAS/STBC系统在双瑞利信道下，使用16QAM调制方式，ASEP性能随总发射信噪比变化的曲线。发射天线数目 $K$ 分别取3,4,5根，接收天线数目 $M$ 分别取3,4,5根，从 $K$ 中选择 $N$ 根发射天线，其中 $N$ 取2根发射天线。TAS/STBC系统的ASEP随着发射信噪比的增加而不断降低，例如，(5,5;10)系统的误码率在8 dB时为 $3 \times 10^{-2}$ ，在10dB时为 $2 \times 10^{-2}$ 。仿真结果显示：随着发射天线数或接受天线数的增加，系统的误码率性能是不断改善的。例如，当 $\text{SNR} = 18 \text{ dB}$ ，(3,3;6)系统的误码率是 $2 \times 10^{-3}$ ，(4,4;8)系统的误码率是 $2 \times 10^{-4}$ ，(5,5;10)系统的误码率是 $1 \times 10^{-5}$ 。

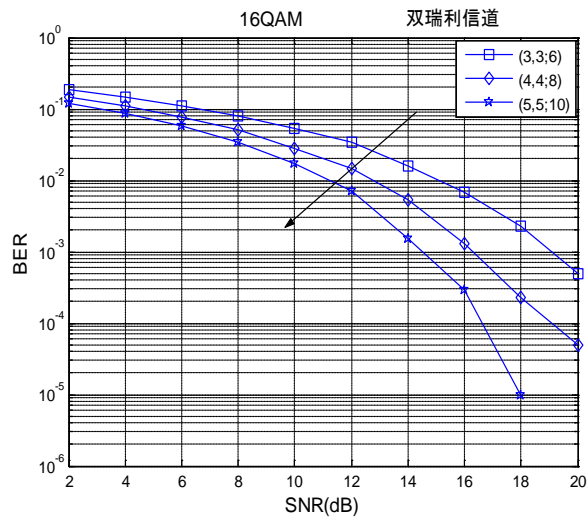


Figure 6. The ASEP performance of TAS/STBC system with 16QAM

图 6. TAS/STBC 系统使用 16QAM 调制的 ASEP 性能

#### 4. 结束语

本文在 n-Rayleigh 衰落信道下, 研究了 TAS/STBC 系统的 ASEP 性能。基于标量加性高斯白噪声 (AWGN) 信道的方法, 得到了系统使用多进制正交幅度调制 (MQAM) 和多进制相移键控调制 (MPSK), 在接收端的信噪比的表达式。然后对不同条件下的 ASEP 性能做了数值仿真。仿真结果表明: 随着发射天线或接收天线数的增加, TAS/STBC 系统的 ASEP 性能得到了很好的改善。文中的结果为 n-Rayleigh 衰落信道上的 TAS/STBC 系统的设计提供了一种有效的理论分析工具。本文的研究基于信道是相互独立的条件, 在现实应用环境中, 信道并不是完全独立的, 该条件将会存在偏差, 在后续研究中, 可以进一步研究相关信道对系统性能的影响。

#### 基金项目

山东省自然科学基金 (No. ZR2012FQ021); 青岛市国际科技合作项目 (No. 12-1-4-137-hz)。

#### 参考文献 (References)

- [1] Wang, K., Wang, X.D., Xu, W.Q., et al. (2012) Coordinated linear precoding in downlink multicell MIMO-OFDMA networks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **60**, 4264-4277.
- [2] Molteni, D., Nicoli, M. and Spagnolini, U. (2011) Performance of MIMO-OFDMA systems in correlated fading channels and non-stationary interference. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, **10**, 1480-1494.
- [3] 梁彦, 束锋, 张一晋, Stevan, B. (2013) 稀疏多径信道环境中 MIMO-OFDM 系统的 IQ 不平衡和信道联合估计. *电子与信息学报*, **35**, 280-284.
- [4] 许林 (2012) 基于 STBC 和 MRC 的多天线分集算法及其性能分析. *电讯技术*, **12**, 1900-1904.
- [5] Gore, D.A. and Paulraj, A.J. (2002) MIMO antenna subset selection with space-time coding. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **10**, 2580-2588.
- [6] Yang, L. and Qin, J. (2006) Performance of Alamouti scheme with transmit antenna selection for M-ary signals. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, **5**, 423-425.
- [7] Kaviani, S. and Tellambura, C. (2006) Closed-form BER analysis for antenna selection using orthogonal space-time block codes. *IEEE Communication Letters*, **10**, 704-706.
- [8] Kovacs, I.Z. (2002) Radio channel characterization for private mobile radio systems: Mobile-to-mobile radio link investigation. Aalborg University, Aalborg.

- [9] 李兆训, 胡捍英, 任修坤等 (2011) 双瑞利衰落对传输系统性能的影响. *西安电子科技大学学报*, **5**, 172-177.
- [10] 李兆训, 曹文魁, 梁波等 (2012) 双瑞利衰落信道下最大比合并性能研究. *电路与系统学报*, **3**, 88-93.
- [11] Uysal, M. (2006) Diversity analysis of space-time coding in cascaded Rayleigh fading channels. *IEEE Communication Letter*, **3**, 165-167.
- [12] Sandhu, S. and Paulraj, A. (2000) Space-time block codes: A capacity perspective. *IEEE Communication Letters*, **12**, 384-386.
- [13] Salo, J., El-Sallabi, H.M. and Vainikainen, P. (2006) The distribution of the product of independent Rayleigh random variables. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **2**, 639-643.
- [14] 徐慧, 王文博, 汪剑锋, 郑侃 (2008) 一种基于 SVD 的射频收发天线选择算法. *系统仿真学报*, **14**, 3756-3758.