

轨道减振器超弹性本构模型参数优化

杨 铭^{1,2}, 耿传智^{1,2}

¹同济大学铁道与城市轨道交通研究院, 上海

²上海市轨道交通结构耐久与系统安全重点实验室, 上海

Email: 544850025@qq.com

收稿日期: 2020年11月20日; 录用日期: 2021年1月6日; 发布日期: 2021年1月13日

摘 要

选用邵氏硬度为70和75的2组Mooney-Rivlin橡胶超弹性本构模型参数对剪切型轨道减振器垂向刚度进行仿真分析, 得到2组参数的仿真结果与实测结果之间的误差分别为9.46%和14.43%, 表明本构模型参数的选取对于仿真结果的精确度影响较大, 需要进行参数优化。通过最小二乘法建立模型参数与橡胶硬度之间的函数关系, 在橡胶硬度70~75之间取参数 C_{10} 和 C_{01} 各4个水平, 设计2因子4水平的正交试验。通过正交试验法对轨道减振器垂向刚度进行仿真分析, 得到了优化后的参数 $C_{10} = 0.707$, $C_{01} = 0.165$ 。其仿真结果与实测结果之间的误差仅为1.01%, 有效提高了仿真结果的精确度。

关键词

轨道减振器, 超弹性本构模型, 有限元, 刚度, 正交试验

Parameter Optimization of the Track Damper Superelastic Constitutive Model

Ming Yang^{1,2}, Chuanzhi Geng^{1,2}

¹Institute of Rail Transit, Tongji University, Shanghai

²Shanghai Key Laboratory of Rail Infrastructure Durability and System Safety, Shanghai

Email: 544850025@qq.com

Received: Nov. 20th, 2020; accepted: Jan. 6th, 2021; published: Jan. 13th, 2021

Abstract

A simulated analysis has been carried out on the vertical stiffness of the track damper by 2 groups of the parameters of the Mooney-Rivlin superelastic constitutive model, which are corresponding to the rubber hardness of 70 and 75. The relative errors between the stiffness values of the simu-

文章引用: 杨铭, 耿传智. 轨道减振器超弹性本构模型参数优化[J]. 交通技术, 2021, 10(1): 11-19.

DOI: 10.12677/ojtt.2021.101002

lated analysis and the stiffness value of the actual measurement are 9.46% and 14.43% respectively, which shows that the parameters of the constitutive model have a significant influence on the precision of the simulated analysis and the parameter optimization is necessary. By the functional relation established by the least square method between the parameters of the constitutive model and the rubber hardness, 4 levels of C_{10} and C_{01} are selected respectively in the hardness range from 70 to 75 to design a 4 levels and 2 factors orthogonal test. By means of the simulated analysis of the vertical stiffness based on the orthogonal test, the optimized parameters are obtained, namely $C_{10} = 0.707$, $C_{01} = 0.165$. The relative error between the stiffness value of the simulated analysis and the stiffness value of the actual measurement is as low as 1.01%, which means that the precision of the simulated analysis is improved effectively.

Keywords

Track Damper, Superelastic Constitutive Model, Finite Element, Stiffness, Orthogonal Test

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着我国城市轨道交通的迅速发展以及人们对于环境振动噪声问题的日益重视,城市轨道交通减振降噪问题显得愈发重要[1]。现有的轨道减振降噪主要采用高弹性减振扣件、橡胶浮置板轨道、钢弹簧浮置板轨道、梯形轨道等技术[2]。

其中,高弹性减振扣件中的轨道减振器已经在国内各大城市的轨道交通工程中的得到了广泛的应用,减振性能良好,减振效果约 5~8 dB [3]。陈新华[4]采用 ANSYS 有限元分析软件与 SIMPACK 多体动力学软件联合仿真的方法,通过建立考虑了轨道减振器因素的车-线-桥耦合模型,分析了轨道减振器垂向刚度、横向刚度以及阻尼的变化对系统的影响。谷爱军、崔晓璐等[5] [6]对使用轨道减振器地段的钢轨波磨问题进行了研究,分析了轨道减振器扣件刚度与阻尼对于钢轨波磨现象的影响。

但是,现有的仿真研究普遍采用线弹性模型来表征轨道减振器橡胶圈的力学特性,忽略了橡胶材料的非线性特性。刘德宇[7]通过对比有限元建模与试验测试的结果,发现当橡胶结构在 1 mm 以下的微小变形工况时,线弹性模型与超弹性模型均能较好地表征橡胶结构的静态特征,而随着变形量的增加,线弹性模型的精度会小于超弹性模型。因此,为了更准确地描述轨道减振器橡胶圈的非线性力学特性,需要建立橡胶材料的超弹性本构模型。

橡胶本构模型及其参数的选取很大程度上决定了橡胶材料力学仿真的准确性和可靠性。现有的橡胶材料超弹性本构模型可以分为两大类:一类是基于橡胶是连续介质的唯象学描述方法,另一类是基于热力学统计的方法[8]。唯象学方法通过建立弹性应变能密度函数 W 来描述橡胶特性,常用的本构模型有 Mooney-Rivlin 模型[9]、Yeoh 模型[10]以及 Ogden 模型[11]等。热力学统计方法是将宏观热力学量与橡胶分子链的长度、方向和结构的统计特征建立联系,常用的本构模型有 James-Guth 模型[12] (3 链模型)、Flory-Erma 模型[13] (4 链模型)以及 Arruda-Boyce 模型[14] (8 链模型)等。

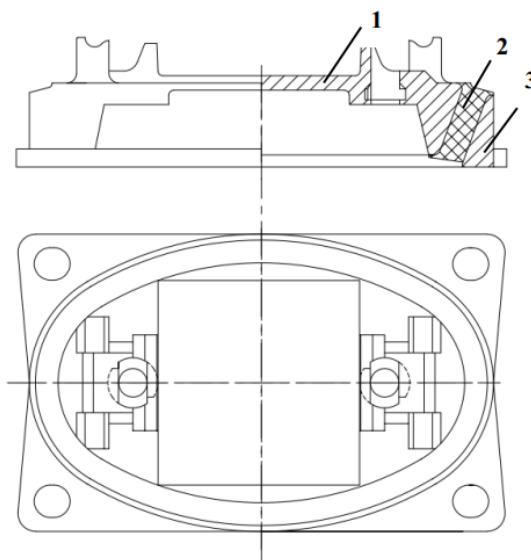
方建辉、晏红文等[15] [16]分析对比了几种橡胶本构模型的适用范围,其中,Mooney-Rivlin 模型适用于橡胶中小变形载荷工况,且具有模型方程简单,参数获取方便的优点,在工程上已得到广泛的应用。

本文以轨道减振器作为研究对象,在缺少橡胶材料基础试验数据的情况下,基于正交试验法,研究准确获取轨道减振器橡胶圈 Mooney-Rivlin 超弹性本构模型参数的方法,为轨道减振器仿真计算提供可靠

的模型参数。

2. 轨道减振器结构及工作特性

最早研制轨道减振器的国家是德国, 从 20 世纪 60 年代开始首先应用于科隆地铁。如图 1 所示, 由于减振器的外形为椭圆, 从而也经常被称为科隆蛋扣件。该扣件采用金属和橡胶的复合结构, 承轨板与底座之间用减振橡胶硫化粘贴在一起, 利用橡胶圈的压剪变形获得较低竖向刚度, 同时充分利用橡胶的剪切变形来耗散能量, 扣件刚度阻尼可以根据实际要求进行配置。



注: 1-承轨板 2-橡胶圈 3-底座。

Figure 1. Diagram of the track damper

图 1. 轨道减振器结构示意图

3. 轨道减振器垂向静刚度测试

本次试验采用美国 MTS 液压伺服试验机进行操作。如图 2 所示, 将轨道减振器平置在试验机工装台上, 利用计算机控制液压伺服系统进行加载, 同时将传感器采集到的载荷和位移信号传输回计算机中。



Figure 2. Test equipment of the track damper vertical stiffness

图 2. 轨道减振器垂向刚度试验工装

正式试验前, 先对轨道减振器进行预压, 以 1 kN/s 的速率垂向加载至 70 kN, 保持 1 min 后卸载, 重复两次。正式试验时, 以 1 kN/s 的速率对轨道减振器施加垂向载荷至 40 kN, 同时采集载荷和位移信号, 采样频率 100 Hz, 记录载荷达到 F_1 (5 kN) 和 F_2 (35 kN) 时的位移 D_{N1} 和 D_{N2} 。如此重复试验 3 次, 计算 3 次 D_{N1} 和 D_{N2} 的平均值 D_1 、 D_2 , 并按式(1)计算轨道减振器垂向静刚度。

$$K = \frac{F_2 - F_1}{D_2 - D_1} \quad (1)$$

为了消除单个试件测试结果的偶然性, 试验选用 2 个同规格的轨道减振器试件, 分别编号为试件 1 和试件 2。测试结果如表 1 所示, 取平均值后得到轨道减振器垂向静刚度为 9.873 kN/mm。

Table 1. Test results of the track damper vertical stiffness

表 1. 轨道减振器垂向刚度试验结果

试件编号	5 kN 对应位移/mm	35 kN 对应位移/mm	5~35 kN 位移差/mm	静刚度/(kN·mm ⁻¹)
1	0.927	3.963	3.035	9.883
2	1.102	4.144	3.042	9.862

4. 轨道减振器垂向静刚度仿真计算

4.1. 橡胶 Mooney-Rivlin 本构模型

基于橡胶材料各向同性和不可压缩性的假设, 唯象学描述方法通过应变能密度函数 W 来定义橡胶超弹性本构模型。为了描述应变能密度函数 W , 一些定义是必要的。

橡胶材料有 3 个主延伸率 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 , 其中 λ_1 、 λ_2 描述了平面内变形特征, λ_3 描述了厚度变形特征。用主延伸率来表示 3 个应变不变量 I_1 、 I_2 、 I_3 , 可得式(2)。

$$\begin{cases} I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{cases} \quad (2)$$

将 3 个应变不变量 I_1 、 I_2 、 I_3 用于定义应变能密度函数 W , 可得到式(3)。

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \quad (3)$$

将应变能密度函数 W 分解为偏差项 W_b 和体积项 W_d , 可得式(4)。

$$W = W_d(\bar{I}_1, \bar{I}_2) + W_b(J) \quad (4)$$

其中, \bar{I}_1 、 \bar{I}_2 为偏差不变量, J 为体积比, 用 J 代替 I_3 来定义 W 。 J 与 \bar{I}_1 、 \bar{I}_2 的关系如式(5)式(6)所示。

$$J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \quad (5)$$

$$\begin{cases} \bar{I}_1 = J^{-2/3} I_1 \\ \bar{I}_2 = J^{-2/3} I_2 \end{cases} \quad (6)$$

在 ANSYS 有限元分析软件中, 将应变能密度函数 W 展开为多项式形式, 式(7)为基于第 1 和第 2 应变不变量的多项式形式。

$$W = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J - 1)^{2i} \quad (7)$$

若 $N = 1$, 则只有线性部分的应变能被保留下来, 即 Mooney-Rivlin 模型。

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J - 1) \quad (8)$$

由于假设橡胶材料完全不可压缩, 则有:

$$\lambda_3 = (\lambda_1 \lambda_2)^{-1} \quad (9)$$

由式(5)可知 J 取值为 1, 此时 Mooney-Rivlin 模型的应变能密度函数为:

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) \quad (10)$$

式中, C_{10} 和 C_{01} 为 Mooney-Rivlin 模型的 2 个参数。

4.2. 垂向静刚度仿真计算

由于轨道减振器具有对称结构, 经过一定的简化后, 在 ANSYS 有限元分析软件中建立如图 3 所示的 1/4 三维有限元模型。模型全部采用六面体单元进行网格划分, 且中间的橡胶圈部分网格划分较为细密。根据轨道减振器实际使用工况, 在上部承轨板区域施加垂向均布载荷 10 kN, 即相当于对轨道减振器整体施加载荷 40 kN。在两个对称面施加对称约束, 并对底座下表面施加固定约束。

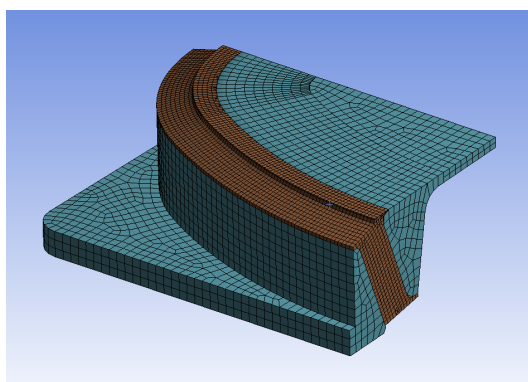


Figure 3. Finite element analysis model

图 3. 有限元分析模型

承轨板和底座所使用的材料为球墨铸铁, 密度 7800 kN/m^3 , 弹性模量 $1.62 \times 10^5 \text{ MPa}$, 泊松比 0.3。橡胶圈所使用的材料为天然橡胶, 密度 1100 kN/m^3 , 根据轨道减振器橡胶圈硬度和已有的橡胶材料本构参数经验数据, 分别选用邵氏硬度 70 和 75 的橡胶 Mooney-Rivlin 超弹性本构模型参数对橡胶圈赋予材料属性, 本构模型参数如表 2 所示[17]。

Table 2. Parameters of Mooney-Rivlin rubber constitutive model

表 2. 橡胶材料 Mooney-Rivlin 本构模型参数

橡胶硬度	C_{10}/MPa	C_{01}/MPa
50	0.201	0.041
55	0.301	0.065
60	0.381	0.102
65	0.501	0.123
70	0.622	0.152
75	0.805	0.194

对建立好的有限元模型进行计算, 得到输入载荷和承轨板上表面位移数据, 按式(2)计算得到轨道减振器在 5~35 kN 载荷范围内的垂向静刚度, 计算结果如表 3 所示。

Table 3. Simulation results of the track damper vertical stiffness
表 3. 轨道减振器垂向静刚度仿真结果

橡胶硬度	C_{10} /MPa	C_{01} /MPa	刚度/(kN·mm ⁻¹)
70	0.622	0.152	8.939
75	0.805	0.194	11.298

由表 3 可知, 选用邵氏硬度 70 和 75 的橡胶本构模型参数得到的垂向静刚度有限元仿真结果与试验测试结果 9.873 kN/mm 的相对误差分别为 9.46%和 14.43%。说明本构模型参数的选取对于轨道减振器垂向静刚度仿真结果影响较大。

在缺少橡胶材料基础试验的情况下, 为了提高仿真结果的准确性和可靠性, 本文将基于正交试验来探讨一种轨道减振器橡胶圈 Mooney-Rivlin 本构模型参数的优化方法。

5. 轨道减振器垂向静刚度仿真计算

本文通过正交试验的方法设计轨道减振器垂向静刚度仿真试验, 用以优化轨道减振器橡胶圈本构模型参数。正交试验是使用正交表来安排试验并进行数据分析的一种方法, 利用正交试验, 能够用较少的试验次数, 较快地找出使指标达到最佳的各因子水平的组合。

5.1. 确定正交试验的因子与水平

假设橡胶材料完全不可压缩, 则 Mooney-Rivlin 模型的应变能密度函数如式(10)所示。式(10)中的 2 个参数 C_{10} 和 C_{01} 即为正交试验的 2 个影响因子。

为了选取 2 个因子各自适当的水平, 本文针对表 2 中的数据, 将参数 C_{10} 、 C_{01} 与橡胶硬度的关系分别应用最小二乘法进行曲线拟合, 拟合曲线如图 4、图 5 所示。

根据图 4、图 5 中得到的 C_{10} 、 C_{01} 与橡胶硬度拟合曲线关系函数, 确定了橡胶硬度在 70~75 之间的 2 个参数 C_{10} 和 C_{01} 各 4 个水平, 表 4 为用以优化橡胶材料本构参数的正交试验因子水平表。

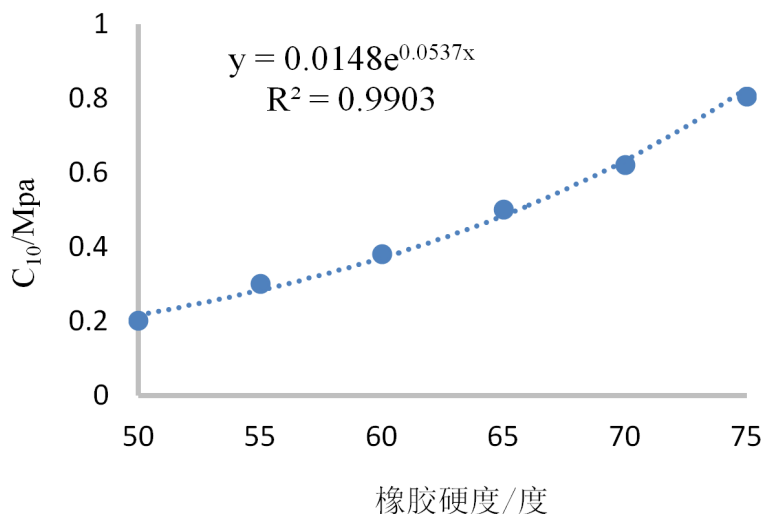


Figure 4. Curve of C_{10} -rubber hardness
图 4. C_{10} -橡胶硬度关系曲线

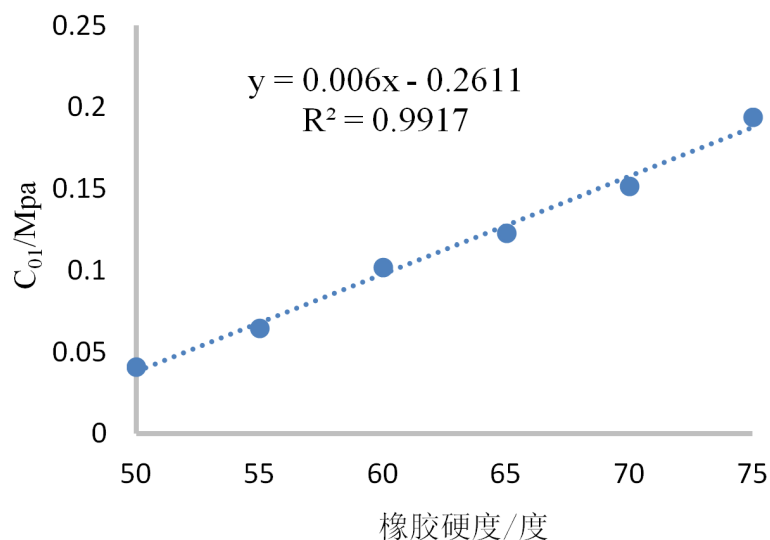


Figure 5. Curve of C_{01} -rubber hardness
图 5. C_{01} -橡胶硬度关系曲线

Table 4. Factors and levels of the orthogonal test
表 4. 正交试验因子与水平

水平	因子	
	C_{10}	C_{01}
1	0.670	0.165
2	0.707	0.171
3	0.746	0.177
4	0.787	0.183

5.2. 正交试验

由表 4 可知,设计的正交试验为 2 因子 4 水平,故选用 $L_{16}(4^5)$ 正交表确定了 16 组试验。如表 5 所示,在轨道减振器垂向静刚度仿真试验中,橡胶圈本构模型参数分别使用这 16 组数据,然后将仿真结果与实测结果进行比较。

由表 5 的结果可知,第 5 组试验得到的垂向静刚度为 9.973 kN/mm,与实测结果 9.873 kN/mm 之间的误差最小,误差仅为 1.01%。故 Mooney-Rivlin 本构模型参数优化结果为 $C_{10} = 0.707$, $C_{01} = 0.165$ 。

Table 5. Table of the vertical stiffness orthogonal test
表 5. 垂向刚度正交试验表

试验序号	C_{10}	C_{01}	空列	空列	空列	刚度/(kN·mm ⁻¹)	误差
1	1	1	1	1	1	9.581	2.96%
2	1	2	2	2	2	9.643	2.33%
3	1	3	3	3	3	9.711	1.64%
4	1	4	4	4	4	9.771	1.03%
5	2	1	2	3	4	9.973	1.01%
6	2	2	1	4	3	10.029	1.58%

Continued

7	2	3	4	1	2	10.090	2.20%
8	2	4	3	2	1	10.158	2.89%
9	3	1	3	4	2	10.380	5.14%
10	3	2	4	3	1	10.440	5.74%
11	3	3	1	2	4	10.507	6.42%
12	3	4	2	1	3	10.567	7.03%
13	4	1	4	2	3	10.804	9.43%
14	4	2	3	1	4	10.847	9.87%
15	4	3	2	4	1	10.930	10.71%
16	4	4	1	3	2	10.990	11.31%

6. 总结

1) 本文分别选取了橡胶邵氏硬度为 70 和 75 的 Mooney-Rivlin 橡胶超弹性本构模型参数来进行轨道减振器垂向静刚度有限元计算。但使用这 2 组本构模型参数所得的结果均与实测垂向静刚度之间存在较大误差, 误差分别为 9.46% 和 14.43%。表明 Mooney-Rivlin 橡胶本构模型参数的选取对于仿真结果的影响较大, 需要对参数进行优化。

2) 利用最小二乘法对已有的 Mooney-Rivlin 橡胶本构模型的 2 个参数 C_{10} 、 C_{01} 与橡胶硬度的关系进行了曲线拟合, 由得到的函数关系式设计了 2 因子 4 水平的正交试验。通过对比 16 组试验的轨道减振器垂向静刚度仿真结果与实测结果之间的误差, 得到了优化后橡胶本构模型参数为 $C_{10} = 0.707$, $C_{01} = 0.165$, 其垂向静刚度仿真结果与实测误差仅为 1.01%, 表明本文提出的方法有效地提高了轨道减振器橡胶元件的有限元仿真精度。

参考文献

- [1] 王之龙. 城市轨道交通噪声控制技术[J]. 环境与发展, 2018, 30(9): 87-90.
- [2] 练松良, 刘加华. 城市轨道交通减振降噪型轨道结构的选择[J]. 城市轨道交通研究, 2003, 6(3): 35-41.
- [3] 杨其振, 程保青, 刘道通. 北京市轨道交通大兴线减振轨道结构的选型设计[J]. 铁道标准设计, 2011(1): 58-60.
- [4] 陈新华. 轨道减振器性能参数系统研究[D]:[硕士学位论文]. 成都: 西南交通大学, 2014.
- [5] 谷爱军, 刘维宁, 张厚贵, 孙鑫. 地铁扣件刚度和阻尼对钢轨异常波磨的影响[J]. 都市轨道交通, 2011, 24(3): 17-21.
- [6] 崔晓璐, 钱韦吉, 张青, 杨宏光, 陈光雄, 朱旻昊. 直线线路科隆蛋扣件地段钢轨波磨成因的理论研究[J]. 振动与冲击, 2016, 35(13): 114-118+152.
- [7] 刘德宇. 橡胶减振器动力学建模及模型确认研究[D]:[硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.
- [8] 李晓芳, 杨晓翔. 橡胶材料的超弹性本构模型[J]. 弹性体, 2005, 15(1): 50-58.
- [9] Rivlin, R.S. (1948) Large Elastic Deformations of Isotropic Materials. I. Fundamental Concepts. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*, **240**, 459-490. <https://doi.org/10.1098/rsta.1948.0002>
- [10] Yeoh, O.H. (1993) Some Forms of the Strain Energy for Rubber. *Rubber Chemistry and Technology*, **66**, 754-771. <https://doi.org/10.5254/1.3538343>
- [11] Ogden, R.W. (1972) Large Deformation Isotropic Elasticity—On the Correlation of Theory and Experiment for Incompressible Rubberlike Solids, **326**, 565-584. <https://doi.org/10.1098/rspa.1972.0026>
- [12] James, H.M. and Guth, E. (1943) Theory of the Elastic Properties of Rubber. *Journal of Chemical Physics*, **11**, 455-481.

<https://doi.org/10.1063/1.1723785>

- [13] Flory, P.J. and Rehner Jr., J. (1943) Statistical Mechanics of Cross-Linked Polymer Networks. *Journal of Chemical Physics*, 11, 521-540. <https://doi.org/10.1063/1.1723792>
- [14] Arruda, E.M. and Boyce, M.C. (1993) A Three-Dimensional Constitutive Model for the Large Stretch Behavior of Rubber Elastic Materials, **41**, 389-412. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(93\)90013-6](https://doi.org/10.1016/0022-5096(93)90013-6)
- [15] 方建辉, 丁智平, 卜继玲, 黄友剑, 李飞, 白晓鹏. 橡胶减振支座动态性能仿真分析研究[J]. 湖南工业大学学报, 2014, 28(2): 16-22.
- [16] 晏红文, 田红旗, 黄友剑, 陈灿辉, 杨军. 有限元法在机车车辆橡胶元件设计中的应用[J]. 机车电传动, 2007(6): 29-33.
- [17] 卜继玲, 黄友剑. 轨道车辆橡胶弹性元件设计计算方法[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2010: 41-63.