

# 曲线啸叫噪声形成机理及预测研究综述

赵悦

中国民用航空飞行学院, 四川 广汉  
Email: zhaoyue@cafuc.edu.com, 54616075@qq.com

收稿日期: 2021年3月24日; 录用日期: 2021年5月11日; 发布日期: 2021年5月18日

## 摘要

曲线啸叫噪声是轨道交通车辆通过小半径曲线时产生的长而尖啸似的噪声, 其通常较轮轨滚动噪声大 10~30 dB, 因此更加令人难以忍受, 受到国内外学者广泛研究。目前研究中提出的曲线啸叫噪声产生机理包括轮轨摩擦曲线下降形成机理和模态耦合形成机理。针对这两种形成机理进行详细阐述, 并综述两种形成机理相关的预测研究。综述表明: 两种曲线啸叫噪声的形成机理均有其合理性, 且两种形成机理可以共同作用导致曲线啸叫噪声产生。通过深入了解曲线啸叫噪声的形成机理及特性, 可为曲线啸叫噪声的有效控制提供参考, 对城市轨道交通发展及轨道交通环境噪声污染治理具有重要意义。

## 关键词

曲线啸叫, 轨道交通, 轮轨摩擦, 模态耦合

# Overview of Research on the Formation Mechanism and Prediction of Curve Squeal Noise

Yue Zhao

Civil Aviation Flight University of China, Guanghan Sichuan  
Email: zhaoyue@cafuc.edu.com, 54616075@qq.com

Received: Mar. 24<sup>th</sup>, 2021; accepted: May 11<sup>th</sup>, 2021; published: May 18<sup>th</sup>, 2021

## Abstract

Curved squeal noise is a long and screaming noise generated when railway vehicles pass a tight radius curve. It is usually 10~30 dB larger than wheel-rail rolling noise, so it is more unbearable and has been widely studied by domestic and foreign scholars. The formation mechanisms of

curve squeal noise proposed in current researches include the formation mechanism of wheel-rail falling friction curve and the formation mechanism of modal coupling. The two formation mechanisms are described in detail, and the related prediction researches on the two formation mechanisms are reviewed. The overview shows that the two formation mechanisms of curve squeal noise are reasonable, and the two formation mechanisms can work together to promote the generation of curve squeal noise. An in-depth understanding of the formation mechanism and characteristics of curve squeal noise can provide a reference for the effective control of curve squeal noise, and is of great significance to the development of urban rail transit and the control of environmental noise pollution in rail transit.

## Keywords

Curve Squeal Noise, Rail Transit, Wheel-Rail Friction, Modal Coupling

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

曲线啸叫噪声是轨道交通车辆产生的一种最喧闹和最扰民的噪声源，其是轨道车辆通过小半径曲线时发出的一种长而尖啸似的噪声，它的产生与车轮某一阶共振模态对应的振动形式有关，主要由列车通过曲线时轮轨接触区的非稳态横向力激励而成。曲线啸叫噪声产生时，靠近车轮处的声压级可以达到 130 dB，距离轨道中心线 7.5 m 处的声压级可以达到 100~110 dB [1]，通常较轮轨滚动噪声大 10~30 dB，因此曲线啸叫噪声较轮轨滚动噪声更加令人难以忍受。

目前曲线啸叫噪声机理及预测研究中，主要提出了两种与轮轨接触横向蠕滑力相关的曲线啸叫的形成机理：轮轨摩擦曲线下降形成机理和模态耦合形成机理。

## 2. 轮轨摩擦曲线下降形成机理及预测研究

### 2.1. 轮轨摩擦曲线下降形成机理

车辆通过曲线线路时，由于外侧前车轮和钢轨之间会形成较大冲角(轮对相对于钢轨的摇头角)，如图 1 所示，外侧前车轮会试图向前呈直线滚动，但实际上反而被轮缘限制在曲线上滚动，这将造成车轮与钢轨间出现横向相对速度，从而形成轮轨间横向蠕滑。轮轨摩擦曲线下降形成机理中认为：轮轨间横向蠕滑的不稳定性与轮轨间摩擦系数的下降特性密切相关。通常认为“动态”或“滑动”的摩擦系数比“静态”时的摩擦系数小( $m_k < m_s$ )，且摩擦系数一般与滑动速度有关，其随着滑动速度的增加，摩擦系数逐渐减小。因此一旦蠕滑增加到超出饱和点后，蠕滑力的幅值就会开始降低，如图 2 所示[2]。轮轨蠕滑力与滑动速度之间关系的斜率与阻尼器的特点类似(阻尼器所产生的力与相对速度成比例)，即蠕滑率超过饱和点后，随着轮轨滑动速度增加而轮轨蠕滑力幅值随之降低这一特性类似于负阻尼器[3] [4]。如果轮轨间摩擦特性等效的负阻尼较轮轨系统结构本身固有的阻尼更大，则轮轨系统发生不稳定的自激振动，产生啸叫噪声。

### 2.2. 预测研究

基于轮轨摩擦曲线下降形成机理，曲线啸叫的建模方法主要有两种。第一种方法是基于时域的方法，

在时域直接求解非线性方程，以确定轮轨系统响应的演变过程，全面考虑系统的非线性可以得到极限循环幅值。第二种方法是基于频域的方法，该方法将轮轨系统进行线性化，认为轮轨摩擦力是相对于稳态值进行波动的，并根据 Nyquist 准则研究该线性系统的稳定性以确定潜在不稳定的频率。

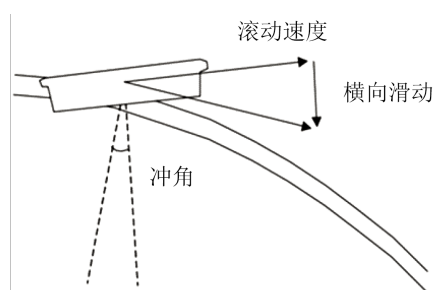


Figure 1. Wheel/rail lateral sliding speed on curve line [2]

图 1. 曲线线路轮轨横向滑动速度[2]

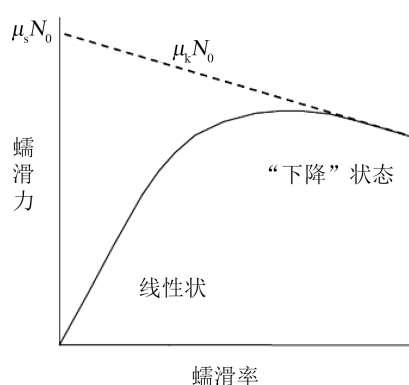


Figure 2. Schematic diagram of creep force-creep rate curve [2]

图 2. 蠕滑力 - 蠕滑率曲线示意图[2]

在时域建模分析中，RUDD 提出了一个轮轨曲线啸叫噪声的早期模型[3]，该模型中轮轨黏滑振动是由摩擦曲线下降特性引入的等效负阻尼系数引起的，轮轨横向黏滑振动导致车轮振动增加直到达到稳定的振幅，发生啸叫噪声。随后 RUDD 的模型被 VAN RUITEN [5]采用预测有轨电车啸叫噪声，其预测分析结果验证了 RUDD 啸叫噪声模型的有效性，但由于模型未考虑钢轨动力学特性等因素的影响，该模型并不完整。REMINGTON [6]对 1985 年前曲线啸叫的理论预测研究与相关试验研究的进展进行了综述。他指出为了更好地解决曲线啸叫问题，建立更为复杂的曲线啸叫理论分析模型是非常有必要的。模型中应包含描述车轮动力学特性的有限元模型、曲线运行时转向架动力学特性分析模型、描述摩擦系数和蠕滑特性的模型。此后出现了越来越多的包含多个子模型的复杂曲线啸叫理论分析模型。SCHNEIDER 等[7]基于有限元方法将车轮解析地模拟成一个圆盘，建立了车轮(圆盘)模态的计算模型，但钢轨仍被假设为刚性，轮轨接触假设为点接触。通过引入 KRAFT 公式[8]模拟滑动区域摩擦系数的下降特性，在时域中求解车轮(圆盘)的非线性运动方程，计算其自激振动响应，并且基于反射声源的瑞利积分计算车轮(圆盘)的声辐射。在 SCHNEIDER 等模型的基础上，FINGBERG [9]进行了扩展，建立的曲线啸叫预测模型包含轮对的有限元计算模型和轨道模态的等效计算模型，在时域耦合车轮和轨道的振动进行求解，并且基于边界元方法预测车轮辐射噪声特性。基于 FINGBERG 的曲线啸叫预测模型，PERIARD [10]针对单节有轨电

车建立曲线啸叫噪声仿真预测模型,进一步考虑了更为复杂的时域车辆动力学预测模型,采用啸叫预测模型中相同的时间步长来计算车辆通过曲线的动力学行为。但是,上述模型均忽略了轮轨接触垂向动力学特性,仅考虑了轮轨接触切向动力学特性。

为进一步考虑轮轨接触垂向动力学特性,CHIELLO等[11]提出了一个较详细的曲线啸叫预测模型。该模型中车轮动力学特性由车轮模态计算结果获取,饱和点后的轮轨摩擦曲线下落部分近似地表示为摩擦力随滑动速度线性减小。数值仿真预测结果与参考文献[12]中给出的试验结果吻合较好,啸叫噪声主要出现在约1.1 kHz处,由车轮(3,0)阶轴向振动模态主导。但是仿真结果也发现如果考虑不同的初始条件,啸叫噪声的主导模态可能不同,并且如果存在谐波相关的模态,则它们可以在极限循环中共存。在CHIELLO预测模型的基础上,HUANG[13]进一步考虑了钢轨动力学特性及轮轨接触中所有可能的自由度,即纵向、横向、垂向及自旋方向,提出了一个考虑轮轨系统整体自由度的曲线啸叫仿真预测模型。模型中引入了大蠕滑率下的摩擦曲线下落公式,并结合FASTSIM算法以模拟轮轨接触条件下的摩擦下降曲线。基于HUANG的模型,赵悦[14]建立了有轨电车-嵌入式轨道曲线啸叫噪声仿真预测模型,对曲线啸叫噪声的形成机理及关键影响因素进行分析。上述预测模型在轮轨接触状态中仅考虑轮轨单点接触,SQUICCIARINI等[15]基于HUANG预测模型进一步考虑轮轨发生两点接触对啸叫噪声特性的影响,并运用一种统计方法对服从大量统计分布的各种影响参数组合下的各个工况进行啸叫噪声特性模拟。

在频域建模分析中,与HECKL时域圆盘模型类似,HECKL[16][17]还提出了相同圆盘的频域模型,用车轮模态参数,即模态参数的增长率来评估啸叫的增长率和啸叫频率,并且可以确定圆盘的阻尼损耗因子对啸叫出现的影响。

DEBEER等[18][19][20]提出了一个频域的曲线啸叫预测模型,模型考虑了车轮动力学特性、钢轨动力学特性及切向、垂向的轮轨接触动力学特性。该频域模型中,轮轨动态接触力与轮轨动态特性之间的相互关系可以描述为一个反馈回路,并应用Nyquist准则来评估正反馈系统的稳定性,并确定啸叫噪声产生的频率。模型预测结果显示车轮横向接触点位置对啸叫噪声的产生有重要影响。

基于DEBEER的模型,MONK-STEEL和THOMPSON进行了扩展[21],进一步考虑了轮缘接触的情况,轮缘接触通常出现在小半径曲线通过时的外侧主导轮,内侧从动轮也可能发生轮缘接触。该模型更适用于一般情况,因为它可以考虑任意的接触角,以及轮轨横向、纵向和自旋方向的蠕滑。与DEBEER模型不同的是,考虑横向、纵向和自旋方向蠕滑的反馈循环涉及矩阵,因此采用广义Nyquist准则,基于开环传递函数矩阵的特征值来评估反馈系统的稳定性[22]。HUANG[13]进一步考虑了钢轨动力学特性及轮轨接触中所有可能的自由度,与HUANG的时域分析模型类似,他提出了一个考虑轮轨系统整体自由度的频域曲线啸叫仿真预测模型,并对其频域稳定性分析结果与时域分析结果进行了比较。DING[23]采用HUANG的曲线啸叫分析模型,在时域及频域分析了考虑或不考虑轨道动力学特性、摩擦曲线的下降特性对曲线啸叫仿真预测结果的影响。预测结果表明,虽然轨道不是啸叫噪声的主要来源,但轨道动力学特性对啸叫噪声仿真预测结果非常重要;虽然在考虑摩擦曲线下落特性时,更多的车轮模态变得不稳定,但是不考虑摩擦曲线下落特性时,仍然存在不稳定的车轮模态,这意味着摩擦曲线的下降特性并不是HUANG模型中啸叫产生的唯一原因,某些模态下可能也存在模态耦合引起的啸叫。

### 3. 模态耦合机理及预测研究

#### 3.1. 模态耦合机理

模态耦合机理是另一种类型的由摩擦引起的振动,有时也将其视为扰动,在没有摩擦下降特性的情况下也会发生。在外部非保守力的作用下,系统的两个模态合并为单个不稳定模态。在文献[24][25]中,HOFFMANN等人开发了一个两自由度的质量带模型(如图3(a)所示)来解释这种现象。模型中质量有两个

自由度和两个弹簧。当质量振动时，法向载荷发生变化，导致摩擦力的变化。这也等同于图 3(b)所示的系统，其中车轮的模态可以具有垂直和侧向分量，并且车轮与轨道的接触角 $\alpha$ 可能发生变化。研究发现模态耦合具有两个基本特征[24]，第一个特征是发生不稳定振动的频率与两个模态的固有频率之间存在频率偏移；第二个特征是垂向和横向振动之间存在相位滞后。

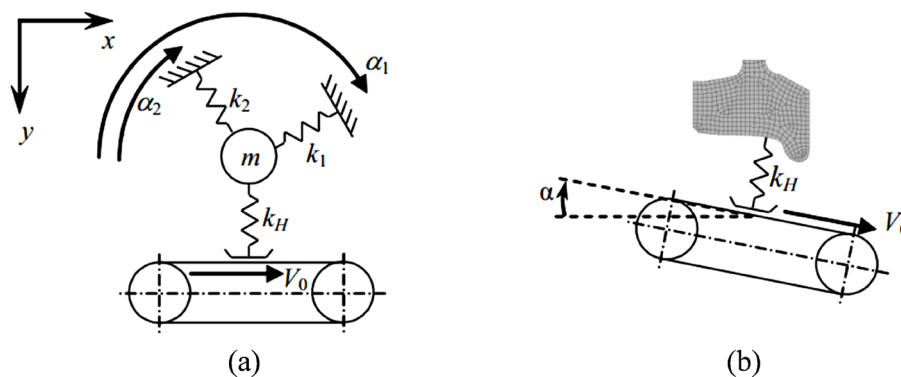


Figure 3. Two-degree-of-freedom mass-on-moving-belt model  
图 3. 两自由度的质量 - 移动带模型

### 3.2. 预测研究

模态耦合机理首先在制动啸叫分析中被更广泛地采用[26]。模态耦合机理近年来也被应用于曲线啸叫噪声的研究。基于模态耦合机理的曲线啸叫噪声预测研究通常采用时域方法，通过直接求解非线性方程确定轮轨系统响应的演变过程，获取自激振动响应的极限循环幅值，或采用复特征值分析对系统稳定性进行分析，即计算系统的特征值，当至少一个特征值的实部为正时，则系统不稳定。

BRUNEL 等[27]使用轴谐波有限元模型对车轮进行了瞬态分析。根据 KOUIJMAN 等人的测量，考虑了两种轮轨摩擦特性[19]，一种是具有下降特性的轮轨摩擦，一种具有增大特性的轮轨摩擦。研究发现，即使是增大轮轨摩擦特性也可以导致系统振动的极限循环，且是由车轮法向和横向动力学发生耦合引起的[28]。但是，研究发现具有下降特性的轮轨摩擦引起啸叫噪声比具有增大特性的轮轨摩擦引起的啸叫噪声显著更大。CHIELLO 等人开发的啸叫噪声模型[11] [12]中考虑的轮轨摩擦特性是在轮轨大蠕滑下具有线性下降特性的。但是作者认为轮轨系统存在两种可能的不稳定性：一种是摩擦下降特性产生的负阻尼效应，另一种是系统刚度矩阵的不对称性。综合地铁车轮的频域和时域分析发现，当分析模型考虑垂向动力学时，轮轨接触点发生较大横向偏移时模态耦合比较显著。

COLLETTE [29]研究了垂向动力学的影响，结果表明，即使摩擦系数恒定，也可能导致不稳定的振动。GLOCKER 等[30]应用模态耦合机理提出了基于恒定摩擦系数的轮轨自激振动预测模型。预测结果表明曲线啸叫现象在恒定摩擦系数模型中也会出现，且与试验测试结果相近。预测结果中在 4.1 kHz 频率附近存在三个密集的车轮模态，即车轮(6,0)阶轴向振动模态、(4, $r$ )阶径向振动模态、(2,2)阶轴向振动模态，这三个模态的相互耦合作用对 4.1 kHz 曲线啸叫响应的产生非常必要。PIERINGER [31] [32]也建立了具有恒定摩擦系数的自激振动仿真预测模型，该模型以预先计算的车轮和钢轨的冲击响应函数描述轮轨系统切向和垂直方向的动力学特性。仿真预测结果表明在曲线啸叫相关频率处出现了自激振动响应，且轮轨横向蠕滑、摩擦系数和车轮踏面上轮轨接触点横向位置对自激振动的发生及振幅存在很大的影响。

陈光雄等[33]使用商业软件建立单个车轮与钢轨接触的有限元模型，引入复特征值分析方法对曲线通过时轮轨系统的稳定性进行分析。该分析模型中钢轨长 5 m，轨下垫板用弹簧单元来模拟，假设轮轨横

向蠕滑力达到饱和点后轮轨间摩擦曲线为恒定的库仑摩擦。由于模态耦合的作用,仍在几个车轮模态出现不稳定。基于陈光雄的模型,何宏高[34]建立了更详细的轨道结构模型,王国新[35]将模型扩展为考虑轮对及轨道结构的有限元模型,分析了摩擦系数、轨道支撑刚度、轴重对轮轨系统稳定性的影响,分析结果表明摩擦系数对曲线啸叫的产生有重要影响,摩擦系数越大越容易发生啸叫;轨道结构支撑刚度对啸叫噪声的发生及其特性存在一定影响,选择合理的轨道结构参数可以在一定程度上控制啸叫噪声。类似地,通过使用商业有限元分析软件,FOURIE等[36]开发了车轮和轨道的有限元模型,然后对系统进行复特征值分析。模型不考虑横向蠕滑,且考虑饱和的纵向蠕滑,曲线半径为1000 m。研究分析表明车轮旋转会导致车轮固有频率成对散布,其对曲线啸叫影响显著,由于车轮旋转形成的两个节径的车轮圆周模态的成对模态可以相互耦合,引起系统的不稳定。

对上述基于模态耦合机理的曲线啸叫噪声预测研究进行总结,如表1所示。在轮轨摩擦系数恒定、甚至轮轨摩擦增大时,即曲线啸叫噪声的轮轨摩擦曲线下降形成机理不成立时,仍然出现轮轨系统不稳定振动及曲线啸叫噪声,证实了曲线啸叫噪声模态耦合形成机理的合理性。但是,与轮轨摩擦具有增大特性相比,轮轨摩擦具有下降特性时产生的曲线啸叫噪声更显著,曲线啸叫噪声轮轨摩擦曲线下降特性形成机理、模态耦合形成机理可能共同作用导致曲线啸叫噪声产生。

**Table 1.** Research summary of curve squeal noise prediction based on modal coupling mechanism

**表 1.** 基于模态耦合机理的曲线啸叫噪声预测研究总结

研究学者	轮轨摩擦特性	主要研究结论
BRUNEL [27]	下降、增大	轮轨摩擦具有增大特性可以引起不稳定自激振动;但是轮轨摩擦具有下降特性时啸叫更显著;
CHIELLO [11] [12]	下降	啸叫噪声产生机理来源于摩擦下降特性产生的负阻尼效应和系统刚度矩阵的不对称性;
COLLETTE [29] GLOCKER [30] PIERINGER [31] [32]	恒定	轮轨摩擦系数恒定也可能导致不稳定自激振动和啸叫噪声;
陈光雄[33] 何宏高[34] 王国新[35]	恒定	轮轨摩擦系数恒定也能引起车轮模态出现不稳定,且摩擦系数越大越容易发生不稳定振动及啸叫;
FOURIE [36]	恒定	车轮旋转形成的两个节径的车轮圆周模态的成对模态可以相互耦合,引起系统的不稳定;

#### 4. 结论及展望

曲线啸叫噪声产生具有一定的不确定性,曲线啸叫噪声的形成机理及预测研究比较困难,但是仍然取得了一定的研究成果。本文针对曲线啸叫噪声轮轨摩擦曲线下降形成机理、模态耦合形成机理及其预测研究进行综述,得到以下结论:

1) 在曲线啸叫噪声研究之初的较长时间里,轮轨摩擦曲线下降形成机理受到更多学者认可,认为轮轨摩擦下降特性引入负阻尼较轮轨系统结构本身固有的阻尼更大,导致轮轨系统发生不稳定的自激振动,产生啸叫噪声。

2) 部分曲线啸叫噪声研究中,在轮轨摩擦系数恒定、甚至轮轨摩擦增大时仍然会出现曲线啸叫噪声,证实了曲线啸叫噪声模态耦合形成机理的合理性。

3) 曲线啸叫噪声轮轨摩擦曲线下降特性形成机理、模态耦合形成机理可以共同作用导致曲线啸叫噪声产生,即轮轨摩擦具有下降特性时产生的曲线啸叫噪声,比轮轨摩擦具有增大特性时产生的曲线啸叫

噪声更大。

目前曲线啸叫噪声的形成机理及预测研究大多基于轮轨摩擦曲线下降形成机理或模态耦合形成机理展开, 但已有研究表明两种机理可能共同作用导致曲线啸叫噪声产生, 两种形成机理对曲线啸叫噪声产生的重要性将是未来曲线啸叫噪声形成机理研究中的一个重点。此外, 曲线啸叫噪声预测模型还可以进一步细化, 如在车辆动力学模型中考虑轮轨柔性, 以更实际地反映车辆曲线通过动力学特性; 优化轮轨摩擦模型及轮轨接触模型, 以更实际地反映轮轨接触中的摩擦特性及轮轨接触状态等。

## 基金项目

中国民用航空飞行学院 2020 年度学院科研面上(J2020-053)资助项目。

## 参考文献

- [1] Muller, B. and Oertli, J. (2006) Combating Curve Squeal: Monitoring Existing Applications. *Journal of Sound and Vibration*, **293**, 728-734. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.12.005>
- [2] Thompson, D. 铁路噪声与振动[M]. 北京: 科学出版社, 2013.
- [3] Rudd, M.J. (1976) Wheel/Rail Noise—Part II: Wheel Squeal. *Journal of Sound and Vibration*, **46**, 381-394. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(76\)90862-2](https://doi.org/10.1016/0022-460X(76)90862-2)
- [4] Thompson, D., Squicciarini, G. and Ding, B. (2016) A State-of-the-Art Review of Curve Squeal Noise: Phenomena, Mechanism, Modelling and Mitigation. *IWRN 12: International Workshop on Railway Noise*, Terrigal, 2016, 3-41.
- [5] Van Ruiten, C.J.M. (1988) Mechanism of Squeal Noise Generated by Trams. *Journal of Sound and Vibration*, **120**, 245-253. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(88\)90432-4](https://doi.org/10.1016/0022-460X(88)90432-4)
- [6] Remington, P.J. (1987) Wheel/Rail Squeal and Impact Noise: What Do We Know? What Don't We Know? Where Do We Go from Here? *Journal of Sound and Vibration*, **116**, 339-353. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(87\)81306-8](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(87)81306-8)
- [7] Schneider, E., Popp, K. and Irretier, H. (1988) Noise Generation in Railway Wheels Due to Rail-Wheel Contact Forces. *Journal of Sound and Vibration*, **120**, 227-244. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(88\)90431-2](https://doi.org/10.1016/0022-460X(88)90431-2)
- [8] Kraft, K. (1967) Der Einfluß der Fahrgeschwindigkeit auf den Haftwert zwischen Rad und Schiene. *Archiv für Eisenbahntechnik*, **22**, 58-78.
- [9] Fingberg, U. (1990) A Model of Wheel-Rail Squealing Noise. *Journal of Sound and Vibration*, **143**, 365-377. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(90\)90729-J](https://doi.org/10.1016/0022-460X(90)90729-J)
- [10] Periard, F. (1998) Wheel-Rail Noise Generation: Curve Squealing by Trams. PhD Thesis, Technische Universiteit Delft, Delft.
- [11] Chiello, O., Ayasse, J.B., Vincent, N., *et al.* (2006) Curve Squeal of Urban Rolling Stock—Part 3: Theoretical Model. *Journal of Sound and Vibration*, **293**, 710-727. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.12.010>
- [12] Koch, J.R., Vincent, N., Chollet, H., *et al.* (2006) Curve Squeal of Urban Rolling Stock—Part 2: Parametric Study on a 1/4 Scale Test Rig. *Journal of Sound & Vibration*, **293**, 701-709. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.12.009>
- [13] Huang, Z.Y. (2007) Theoretical Modelling of Railway Curve Squeal. PhD Thesis, University of Southampton, Southampton.
- [14] 赵悦. 有轨电车-嵌入式轨道曲线啸叫噪声试验, 建模及控制研究[D]: [硕士学位论文]. 成都: 西南交通大学, 2018.
- [15] Squicciarini, G., Usberti, S., Thompson, D.J., *et al.* (2015) Curve Squeal in the Presence of Two Wheel/Rail Contact Points. In: *Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation Systems*, Springer, Berlin, 603-610. [https://doi.org/10.1007/978-3-662-44832-8\\_71](https://doi.org/10.1007/978-3-662-44832-8_71)
- [16] Heckl, M.A. (2000) Curve Squeal of Train Wheels, Part 2: Which Wheel Modes Are Prone to Squeal? *Journal of Sound and Vibration*, **229**, 695-707. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2511>
- [17] Heckl, M.A. (2002) Curve Squeal of Train Wheels: Unstable Modes and Limit Cycles. *Proceedings Mathematical Physical and Engineering Sciences*, **458**, 1949-1965. <https://doi.org/10.1098/rspa.2001.0953>
- [18] Beer, F.G.D., Janssens, M.H.A., Kooijman, P. and Van Vliet, W.J. (2000) Curve Squeal of Railbound Vehicles (Part 1): Frequency Domain Calculation Model. *Nice: Proceedings of Internoise*, Vol. 3, 1560-1563.
- [19] Kooijman, P.P., Van Vliet, W.J., Janssens, M.H.A. and Beer, F.G.D. (2000) Curve Squeal of Railbound Vehicles (Part 2): Set-Up for Measurement of Creepage Dependent Friction Coefficient. *Nice: Proceedings of Internoise*, Vol. 3,

- 1564-1567.
- [20] Beer, F.G.D., Janssens, M.H.A. and Kooijman, P.P. (2003) Squeal Noise of Rail-Bound Vehicles Influenced by Lateral Contact Position. *Journal of Sound and Vibration*, **267**, 497-507. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(03\)00710-7](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00710-7)
- [21] Monk-Steel, A. and Thompson, D.J. (2003) Models for Railway Curve Squeal Noise. *VIII International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics*, Southampton, 2003, 35.
- [22] Barman, J.F. and Katzenelson, J. (1974) A Generalized Nyquist-Type Stability Criterion for Multivariable Feedback Systems. *International Journal of Control*, **20**, 593-622. <https://doi.org/10.1080/00207177408932763>
- [23] Ding, B., Squicciarini, G. and Thompson, D.J. (2016) Effects of Rail Dynamics and Friction Characteristics on Curve Squeal. *Journal of Physics Conference Series*, **2016**, Article ID: 012146. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/744/1/012146>
- [24] Hoffmann, N., Fischer, M., Allgaier, R., et al. (2002) A Minimal Model for Studying Properties of the Mode-Coupling Type Instability in Friction Induced Oscillations. *Mechanics Research Communications*, **29**, 197-205. [https://doi.org/10.1016/S0093-6413\(02\)00254-9](https://doi.org/10.1016/S0093-6413(02)00254-9)
- [25] Nhooffmann, L., et al. (2003) Effects of Damping on Mode-Coupling Instability in Friction Induced Oscillations. *ZAMM Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, **83**, 524-534. <https://doi.org/10.1002/zamm.200310022>
- [26] Ouyang, H., Nack, W., Yuan, Y., et al. (2005) Numerical Analysis of Automotive Disc Brake Squeal: A Review. *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, **1**, 207-230. <https://doi.org/10.1504/IJNV.2005.007524>
- [27] Brunel, J.F., Dufrenoy, P., Nat, M., et al. (2006) Transient Models for Curve Squeal Noise. *Journal of Sound and Vibration*, **293**, 758-765. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.12.003>
- [28] Kinkaid, N.M., O'Reilly, O.M. and Papadopoulos, P. (2003) Automotive Disc Brake Squeal. *Journal of Sound and Vibration*, **267**, 105-166. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(02\)01573-0](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(02)01573-0)
- [29] Collette, C. (2013) Importance of the Wheel Vertical Dynamics in the Squeal Noise Mechanism on a Scaled Test Bench. *Shock and Vibration*, **19**, 145-153. <https://doi.org/10.1155/2012/483075>
- [30] Glocker, C., Cataldi-Spinola, E. and Leine, R.I. (2009) Curve Squealing of Trains: Measurement, Modelling and Simulation. *Journal of Sound and Vibration*, **324**, 365-386. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2009.01.048>
- [31] Pieringer, A. and Kropp, W. (2012) A Time-Domain Model for Coupled Vertical and Tangential Wheel/Rail Interaction-A Contribution to the Modelling of Curve Squeal. In: *Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation Systems*, Springer, Berlin, 221-229. [https://doi.org/10.1007/978-4-431-53927-8\\_26](https://doi.org/10.1007/978-4-431-53927-8_26)
- [32] Pieringer, A. (2014) A Numerical Investigation of Curve Squeal in the Case of Constant Wheel/Rail Friction. *Journal of Sound and Vibration*, **333**, 4295-4313. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.04.024>
- [33] Chen, G.X., Xiao, J.B., Liu, Q.Y., et al. (2008) Complex Eigenvalue Analysis of Railway Curve Squeal. In: *Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation Systems*, Springer, Berlin, 433-439. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-74893-9\\_61](https://doi.org/10.1007/978-3-540-74893-9_61)
- [34] 何宏高. 轮轨曲线尖叫噪声的有限元研究[D]: [硕士学位论文]. 成都: 西南交通大学, 2008.
- [35] 王国新. 基于轮对-轨道模型的曲线尖叫噪声的有限元研究[D]: [硕士学位论文]. 成都: 西南交通大学, 2010.
- [36] Fourie, D.J., Gräbe, P.J., Heyns, P.S., et al. (2018) Analysis of Railway Wheel-Squeal Due to Unsteady Longitudinal Creepage Using the Complex Eigenvalue Method. In: *Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation Systems*, Springer, Berlin, 57-69. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-73411-8\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-73411-8_3)