

Chaotic Characteristic Research of CBM Reservoir Fracturing Network Evolution

Tingting Wang¹, Huizhen Zhang¹, Weiwei Yuan², Kun Qian^{2,3}

¹School of Electrical Engineering and Information, Northeast Petroleum University, Daqing Helongjiang

²School of Petroleum Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing Helongjiang

³The 3th Oil Production Plant, Daqing Oilfield Corp. Ltd., Daqing Helongjiang

Email: 2007wangtingting@163.com

Received: Apr. 30th, 2017; accepted: May 19th, 2017; published: May 22nd, 2017

Abstract

This electronic fracture of coal-rock fracture system evolution is a complex nonlinear dynamic characteristic of the coal-rock damage caused by fracturing micro-fracture. In its fractal evolution process, the information such as the crack tip stress field and number of micro cracks changes, needs to determine the change rule of rock crack tip stress field and the number of micro cracks in the fracturing process, *i.e.*, the prediction of rock mass fracture scale. The paper reveals the essence of chaotic characteristics of coal-rock cracks evolution from correlation dimension and Lyapunov index, study the chaos characteristics in the process of fracture network evolution and analyze the rule of chaotic characteristics of fracture network evolution changing with the fracturing process.

Keywords

CBM, Fracture, Chaotic Characteristics, Correlation Dimension, Lyapunov Index

煤层气藏压裂裂缝损伤演化混沌特性研究

王婷婷¹, 张会珍¹, 袁伟伟², 钱 坤^{2,3}

¹东北石油大学, 电气信息工程学院, 黑龙江 大庆, 中

²东北石油大学, 石油工程学院, 黑龙江 大庆

³大庆油田有限责任公司第三采油厂, 黑龙江 大庆

Email: 2007wangtingting@163.com

收稿日期: 2017年4月30日; 录用日期: 2017年5月19日; 发布日期: 2017年5月22日

摘 要

煤岩体压裂裂缝系统演化属复杂的非线性动力特征, 由损伤引起的煤岩压裂微裂缝, 在其分形演化过程

中，裂缝系统尖端应力场和微裂缝数目等信息发生改变，需要确定岩石裂缝尖端应力场与微裂缝数目在整个压裂过程中的变化规律，即预测岩体裂缝扩展规模。本文从关联维数，Lyapunov指数等特征量方面揭示煤岩裂缝演化混沌特性的本质。研究裂缝网络演化过程的混沌特征，分析裂缝网络演化混沌特征随压裂过程的变化规律。

关键词

煤岩，压裂，混沌特性，关联维数，Lyapunov指数

Copyright © 2017 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

煤岩岩体的损伤破裂是非平衡动态演化过程，其破坏行为对初始状态具有很强的依赖性。从细观角度分析，煤岩体压裂损伤演化导致岩体破裂过程属典型的非线性动力学行为，需运用非线性动力学理论给予描述和解释，才能反映这个过程的本质特性。因此，本文把煤岩体压裂岩体破裂与非线性动力学系统理论联系起来，可能成为煤岩岩体压裂机理研究的切入点。

煤岩层内部存在着各种天然裂缝与割理且属随机分布。在荷载作用下煤岩体天然裂缝通过扩展、汇聚成核形成多层次的断裂面。这个宏观的断裂面是所有裂纹发展的最终归宿，从动力学的观点来看，这个具有空间几何结构的断裂面可以唯象地看成是裂纹演化的吸引子。通过上述所建立的岩体演化模型混沌模型可以认为岩石损伤断裂的过程具有混沌的特征，是一个从无序到有序的过程。把这种损伤过程理解为混沌损伤。

本文通过压裂状态下对煤岩压裂损伤状态的模拟，得到微裂缝数目，裂隙尖端径向应力和轴向应力等指标的时间序列。对煤岩压裂裂缝系统进行相空间重构，并进行确定性检验、关联维数、Lyapunov指数的计算，从定性和定量两方面揭示煤岩裂缝的混沌特性。

混沌[1]作为非线性数学、力学研究的一个重要方向，是非线性系统的根本特征之一。岩体系统中存在如位移、声发射、地震的时序记录数据等。如果把煤岩微裂纹和微孔洞演化引起的岩石声发射现象表征煤岩体的损伤演化，该方法可用混沌模型予以很好的描述，并能揭示出更深刻的岩体力学机制与规律。近年来，混沌理论在自然科学中发展较快，在地震学研究、岩爆预测方法、岩质边坡位移发展、地质演化过程、单项压缩下岩石微裂纹的演化、瓦斯解析指标等方向得到较为广泛的应用，可以通过混沌动力学的理论来实现数据序列的建模，并对其进行深入研究[2]。

2. 混沌理论

混沌的一种数学定义如下：

若 f 满足下列条件：称 f 是混沌的。

- (1) f 具有任意正周期的周期点，即对任何自然数 n ，有 $x \in I$ ，使 $f^n(x) = x$ （非不动点的 n 周期）；
- (2) 存在不可数集 $K \in I$ ，使任意 $x, y \in K$ ，有

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |f^n(x) - f^n(y)| > 0 \quad (1)$$

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} |f^n(x) - f^n(y)| = 0 \quad (2)$$

(3) 对每一 $x \in k$ ，及周期点 y ，有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |f^n(x) - f^n(y)| > 0 \quad (3)$$

虽然 Li-Yorke 定理对混沌进行了数学定义，但对于混沌一直没有统一确切的定义[3] [4] [5]。目前经常使用的是 1989 年由 Devaney [6]提出的混沌定义方法：设 V 是一紧致的度量空间，映射 $f: V \rightarrow V$ ，若 f 满足：

- (1) 对初值的敏感性：若 $\delta > 0$ ，任意 $\varepsilon > 0$ 及 $x \in V$ ，在 x 的邻域内存在 y 与 n ，使得 $\rho(f^n(x), f^n(y)) > \delta$ ；
- (2) 在 V 上拓扑传递：对 V 上任意一对开集 A 和 B ，存在 $k > 0$ ，使得 $f^k(A) \cap B \neq \emptyset$ ；
- (3) f 的周期点在 V 中稠密，则称在 V 上 f 是混沌的。

3. 煤岩体压裂裂缝演化相空间重构

3.1. 相空间重构方法

由于裂缝演化是一种十分复杂的非线性动力系统，很难通过有限的变量推求出其数学模型，分析裂缝演化系统是否存在混沌特征，需计算出混沌特征量：Lyapunov 指数、关联维数等，由于混沌特征量计算需要在相空间中进行。因此首先需要重构相空间。本文采用时间延迟重构方法研究裂缝混沌特性，利用时间序列 $\{x(t)\}$ 重构裂缝动力系统演变的相空间。数学描述为：

设 n 维裂缝动力系统由下列方程表示：

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n), i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

式中： $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为参与裂缝动力系统演变的变量。

将式(4)消元变换成 n 阶非线性微分方程：

$$x^{(n)} = f_i(x, x', \dots, x^{(n-1)}) \quad (5)$$

它可以被描述为时间演变：

$$X(t) = (x(t), x'(t), \dots, x^{(n-1)}(t)) \quad (6)$$

将式(6)离散化并用差分方程代替各阶导数，得：

$$X(t) = (x(t), x(t+\tau), \dots, x(t+(n-1)\tau)) \quad (7)$$

式(7)为基于延迟时间法重构的特征量计算相空间。

3.2. 延迟时间 τ 与嵌入维数 m

在坐标延迟重构法中嵌入维 m 和时间延迟 τ 相空间重构的两个重要参数。实际应用中，实测的一维时间序列都不是理想的无限长和无噪声的。因此，为保证重构的相空间的质量，嵌入维 m 和延迟时间 τ 不能随意取值。若延迟时间 τ 过小，无法提供两个独立的坐标分量，使得信息“冗余”。若时间延迟 τ 过大，则两坐标在统计意义上又是完全独立的，混沌吸引子的轨迹在两个方向上的投影毫无相关性可言，称之为“无相关性” [7]。若嵌入维 m 选择过小，吸引子会发生折叠甚至自相交，使得重构吸引子和原始吸引子完全不同。若嵌入维 m 选择过大，会将噪声放大，并且增加计算量，都不可取。因此需要用一定的方法来确定合适的嵌入维数 m 和延迟时间 τ 的值。

目前确定延迟时间 τ 的方法主要有自相关函数法、平均位移法等。确定嵌入维 m 主要有几何不变量法、虚假最邻近点法、伪最近邻点的改进方法等[8]。这些方法只能单独使用，分别计算延迟时间和嵌入维数。但是延迟时间和嵌入维数是相互依赖的，需要在进行相空间重构时保证时间窗 $\tau_w = (m-1)\tau$ 不变。1996年 Kugiumtzis [9]提出的时间窗长度和 Kim 等人提出的 C-C 法[10]在时间窗的基础上，先定义关联积分，再构造统计量 $S_1(m, n, r, t)$ ，依据 BDS 统计结论确定 m, N, r 的合适取值范围，实际计算中利用 $S_2(m, n, r, t):t$ 的统计结论，实现最优时延 τ_d 与嵌入窗 τ_w 的估计。C-C 法选择的 τ 与互信息法效果类似，相比于互信息法，该方法具有小数据量、小计算量和强抗噪能力的特点。下面是 C-C 法的基本思路。

由 Packard [11]和 Takens [12]的时间延迟重构法，定义 $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_i, \dots, \delta_N$ 为实测的时间序列，并重构成如下的 m 维相空间：

$$X_i = \left[\delta_i, \delta_{i+t}, \dots, \delta_{i+2t}, \dots, \delta_{i+(m-1)t} \right]^T, (i=1, 2, \dots, N-(m-1)t), X_i \in R^m \quad (8)$$

式中： t 为延迟时间指数($t=1, 2, \dots, k$)。

假设 τ_2 为测量的时间间隔(即测量 δ_i 与 δ_{i+1} 的间隔时间)， $\tau_d = t\tau_s$ 为时间序列的最优时延， $\tau_w = (m-1)\tau_d$ 为延迟时间窗口。只要确定 t ，即可确定 τ_d 。设 X_i 为 m 维相空间里的一个相点，那么 $\{X_i\}$ 则构成 m 维相空间里的一个相型，表现了裂缝的某一状态，那么相点的连线则构成了点在相空间中的轨道，它表现了微裂缝数目随时间的演变。

将嵌入时间序列的关联积分定义为：

$$C(m, n, r, t) = \frac{2}{M(M-1)} \sum_{j=1}^M \sum_{i \neq j+1}^M \Theta(r - \|X_i - X_j\|) \quad (9)$$

其中， $r > 0$ ， $\Theta(a) = \begin{cases} 0 & a < 0 \\ 1 & a > 0 \end{cases}$ 。

N 为数据集的大小； t 为时间延迟指数； $M = N - (m-1)t$ 为 m 维空间的相点数； $\|g\|$ 为 Euclidean 距离。

$C(m, N, r, t)$ 测量的是相空间中任意两点之间距离小于 r 的概率。假如这里点与点之间的距离用适量之差的无穷范数表示，即当 $N \rightarrow \infty$ 时， $C(m, N, r, t)$ 的极限存在，那么记极限为 $C(m, r, t)$ 。引入函数 $S_1(m, N, r, t)$ 。定义检测统计量为：

$$S_1(m, N, r, t) = C(m, n, r, t) - C^m(1, N, r, t) \quad (10)$$

确定延迟时间主要是考察 $S_1(m, N, r, t)$ 对延迟时间指数的依赖性。式(4)在实际计算时，需要先将时间序列 $\{S_i\} (i=1, 2, \dots, N)$ 拆分为 t 个不相交的子序列，长度均为 $N_z = N/t$ ， t 为重构时延，

$$\begin{aligned} x^1 &= \{\delta_1, \delta_{t+1}, \dots, \delta_{N-t+1}\} \\ x^2 &= \{\delta_2, \delta_{t+2}, \dots, \delta_{N-t+2}\} \\ &\vdots \\ x^t &= \{\delta_t, \delta_{2t}, \dots, \delta_N\} \end{aligned} \quad (11)$$

然后将每个序列进行分块平均，计算每个序列的 $S(m, N, r, t)$ 得：

$$S_2(m, N, r, t) = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t \left[C_s \left(m, \frac{N}{t}, r, t \right), C_s^m \left(1, \frac{N}{t}, r, t \right) \right] \quad (12)$$

当 $N \rightarrow \infty$ 时，有：

$$S_2(m, N, r, t) = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t \left[C_s \left(m, \frac{N}{t}, r, t \right), C_s^m \left(1, \frac{N}{t}, r, t \right) \right] \quad (13)$$

若时间序列独立分布, 则固定 m 和 k 。当 $N \rightarrow \infty$ 时, 对于所有的 r , $S_2(m, r, t)$ 恒等于零。但是, 实际的时间序列有限长且元素时间存在相关性。实际得到的 $S_2(m, r, t)$ 一般不为零。 $S_2(m, r, t): t$ 反映了时间序列的自相关性, 于是最优时间 τ_w 可以在 $S_2(m, r, t) = 0$ 时选取, 或者在 $S_2(m, r, t): t$ 对所有的 r 相互差别最小时的时间点, 因为这表明所有点最接近均匀分布。选择对应值最大和最小的两个半径 r , 定义如下的量:

$$\Delta S_2(m, t) = \max \{S_2(m, r, t)\} - \min \{S_2(m, r, t)\} \quad (14)$$

式(14)是度量 $S_2(m, r, t): t$ 关于 r 的最大偏差。其中 $S_2(m, r, t)$ 的零点对于所有的 m 和 r 应该是几乎相同的, 而且 $\Delta S_2(m, k)$ 的最小值对于所有的 m 应该是几乎相同的, 否则, 时间不是局部最优的, 延迟时间对应于这些局部最优时间的第一个。

4. 煤岩体裂缝分形损伤演化混沌特性分析

通过受压状态下, 煤岩压裂损伤状态的模拟, 得到了裂隙尖端径向应力和轴向应力等指标的时间序列。对煤岩压裂裂缝系统进行相空间重构, 确定性检验、关联维数、Lyapunov 指数计算, 从定性方面和定量方面两方面揭示煤岩裂缝的混沌特性。

对裂缝自压裂开始到压裂停止的数据进行分析, 煤岩裂缝演变的裂缝尖端轴向应力和裂缝尖端径向应力过程曲线分别如图 1 和图 2 所示。

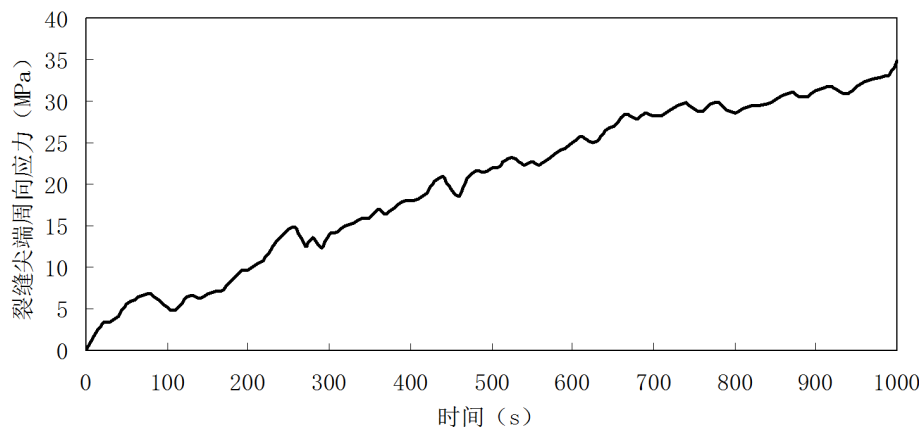


Figure 1. The curve of the evolution process of circumferential stress crack tip

图 1. 裂缝尖端周向应力演变过程曲线

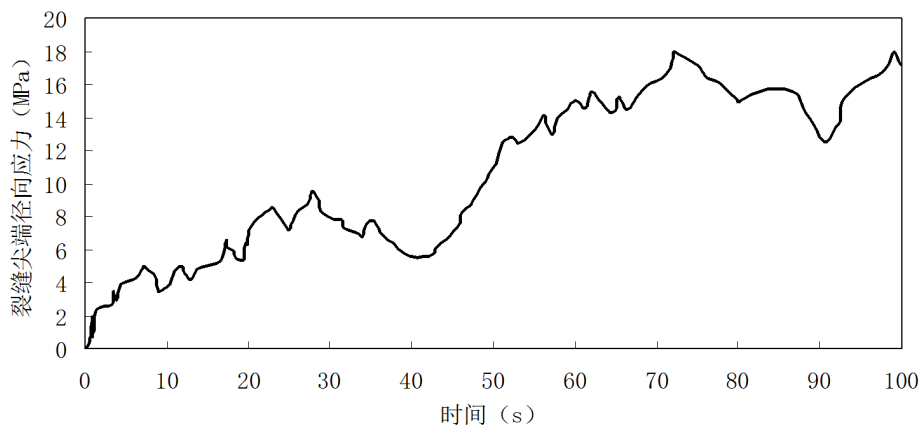


Figure 2. The curve of the evolution process of crack tip curve radial stress

图 2. 裂缝尖端径向应力演变过程曲线

4.1. 相空间重构

重构相空间，对时间序列确定性进行检验，计算关联维数、Lyapunov 指数和 Kolmogorov 熵。

4.2. 确定性检验

对裂缝尖端周向应力序列和裂缝尖端轴向应力序列分别在 4 维相空间中取 10 个随机固定向量计算进行确定性试验，实验结果如表 1 和表 2 所示，可以看出微裂缝数目序列的传递误差较小，完全随机序列的传递误差很大，这说明随机序列中的向量相关性很差，而微裂缝数目序列中存在确定性结构，这是混沌特性存在的必要条件。

4.3. 计算关联维数 D_2

根据式(4)重构裂缝尖端周向应力和轴向应力时间序列的相空间，观察随着嵌入维数的变化，关联维数的变化趋势。计算 $C(m, r)$ ，绘制 $\ln C(m, r) \sim \ln r$ 曲线。如下图 3~图 4 所示。

Table 1. The circumferential stress crack tip sequence and error calculation results of completely random sequence transmission
表 1. 裂缝尖端周向应力序列与完全随机序列传递误差计算结果表

微裂缝数目序列	E_{error}	完全随机序列	E_{error}
Y1	6.4296	Y1	1.27E + 09
Y2	0.5555	Y2	2.41E + 03
Y3	8.3859	Y3	4.91E + 15
Y4	3.7079	Y4	3.13E + 08
Y5	2.4348	Y5	1.55E + 06
Y6	5.4331	Y6	3.00E + 05
Y7	3.2655	Y7	4.81E + 29
Y8	4.7797	Y8	6.33E + 09
Y9	9.4772	Y9	1.16E + 22
Y10	1.9581	Y10	5.06E + 16

Table 2. Crack tip axial stress and error calculation results of completely random sequence transmission
表 2. 裂缝尖端轴向应力与完全随机序列传递误差计算结果表

微裂缝数目序列	E_{error}	完全随机序列	E_{error}
Y1	2.5504	Y1	4.06E + 16
Y2	4.6661	Y2	7.21E + 05
Y3	6.4775	Y3	1.37E + 16
Y4	3.6318	Y4	1.87E + 08
Y5	0.5711	Y5	8.93E + 11
Y6	6.6299	Y6	2.85E + 09
Y7	0.6691	Y7	7.60E + 12
Y8	9.7563	Y8	9.81E + 13
Y9	1.0282	Y9	2.64E + 04
Y10	3.4224	Y10	9.94E + 10

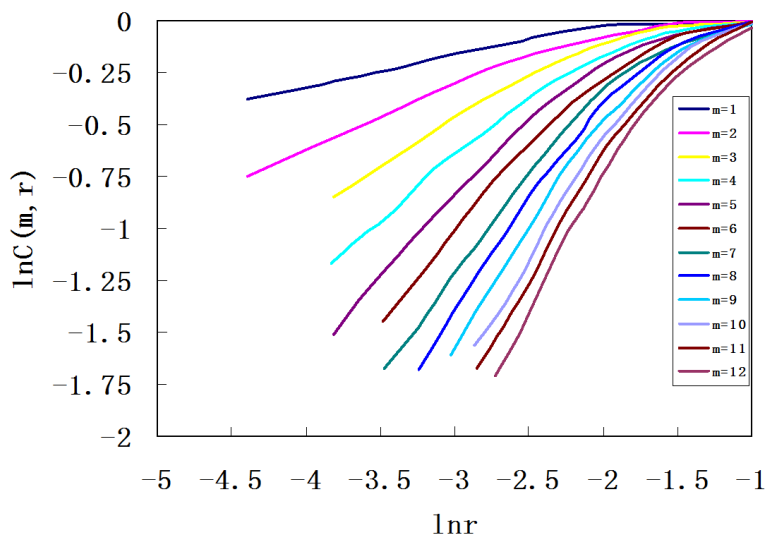


Figure 3. $\ln C(m,r) \sim \ln r$ curve of time series circumferential stress at crack tip
图 3. 裂缝尖端周向应力时间序列 $\ln C(m,r) \sim \ln r$ 曲线

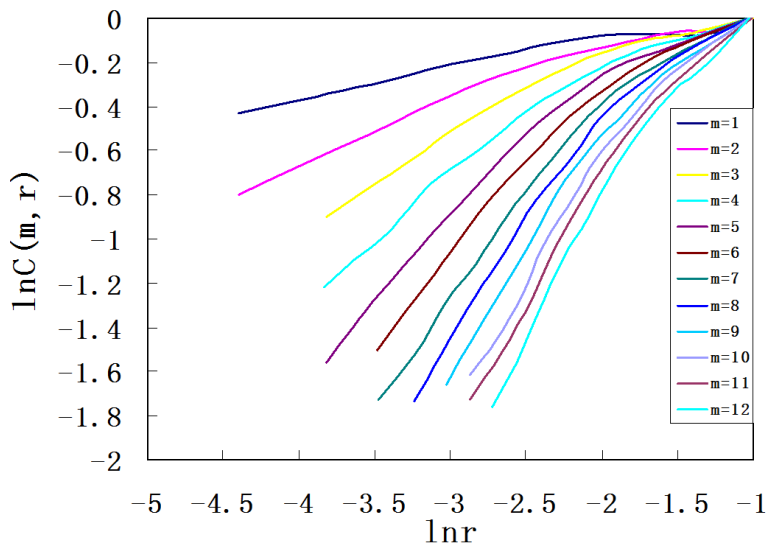


Figure 4. $\ln C(m,r) \sim \ln r$ curve of time series radial stress at crack tip
图 4. 裂缝尖端径向应力时间序列 $\ln C(m,r) \sim \ln r$ 曲线

由图 3~图 4 可知, $\ln C(m,r) \sim \ln r$ 曲线中存在直线段, 且当 m 较小时, 直线段斜率较小, 间距较大, 当 m 增大时, 直线段斜率增大, 间距变小且逐渐靠拢。当关联维数大于 5 时, 各曲线直线段趋于互平行且逐渐密集, 直线段斜率几乎不变, 趋于定值, 这个值就是表征这几个序列的关联维数。

关联维数 D_2 随嵌入维数 m 的变化曲线如图 5 所示, 可得三个序列的关联维数都不是整数, 因此煤岩压裂裂缝系统的时间序列含有混沌成分, 存在奇异吸引子。同时也验证了由 C-C 法确定的最小嵌入维数 m 和延迟时间 τ 是合理的。

4.4. 计算最大 Lyapunov 指数

计算时选取嵌入维数 $m = 3, 4, 5, 6, 7$, 在计算的同时考察最大 Lyapunov 指数随嵌入维数增大的变化规律, 如下图 6~图 7 所示。

图6~图7为 $x(t)$ 随时间 t 变化的曲线,明显看出曲线是增函数,表明最大 Lyapunov 指数为正,表示相邻轨道发散,进一步说明系统具有混沌特性。曲线斜率随关联维数的增大而减小,并趋于稳定。而最先趋于稳定的理想空间维数为嵌入维数 m ,这也进一步说明了使用C-C法求嵌入维数的正确性。

通过以上的分析和计算,可以看到关联维数 D_2 为分数值,最大 Lyapunov 指数大于零,这些都满足混沌存在的条件,说明裂缝在演化过程中具有混沌特征。该计算结果表明:基于混沌理论描述煤岩体压裂裂缝演化与裂缝失稳判据提供了具有科学性。

5. 结论

基于混沌理论,研究煤岩体压裂裂缝扩展行为,可清晰地揭示煤岩体压裂过程不同压裂阶段裂缝的演

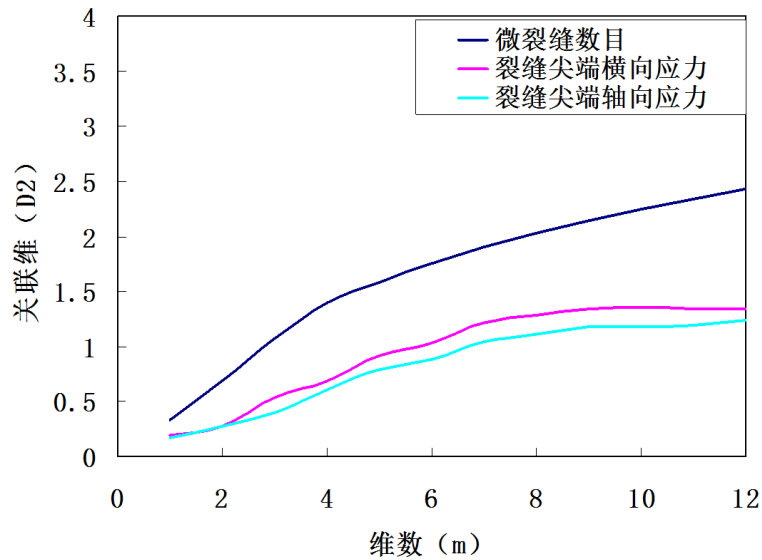


Figure 5. Curve of correlation dimension D_2 changes with embedding dimension m
 图5. 关联维数 D_2 随嵌入维数 m 变化曲线

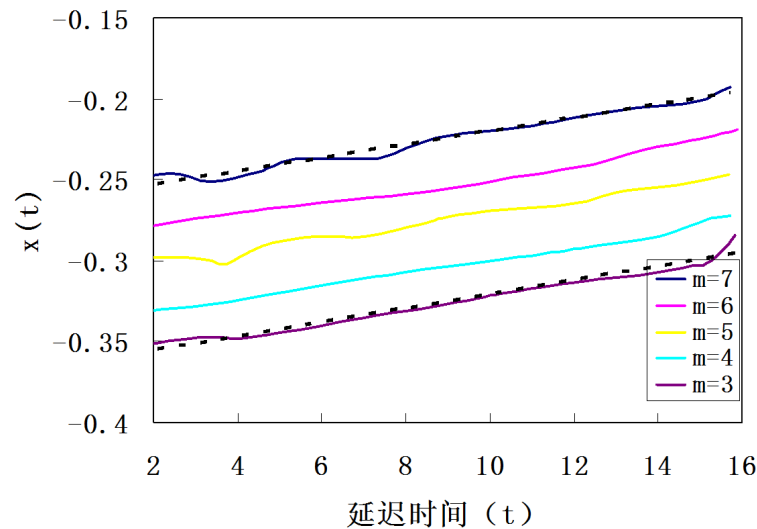


Figure 6. The maximum Lyapunov exponent of the circumferential stress along the crack tip varying with delay time
 图6. 裂缝尖端周向应力最大 Lyapunov 指数随延迟时间变化规律

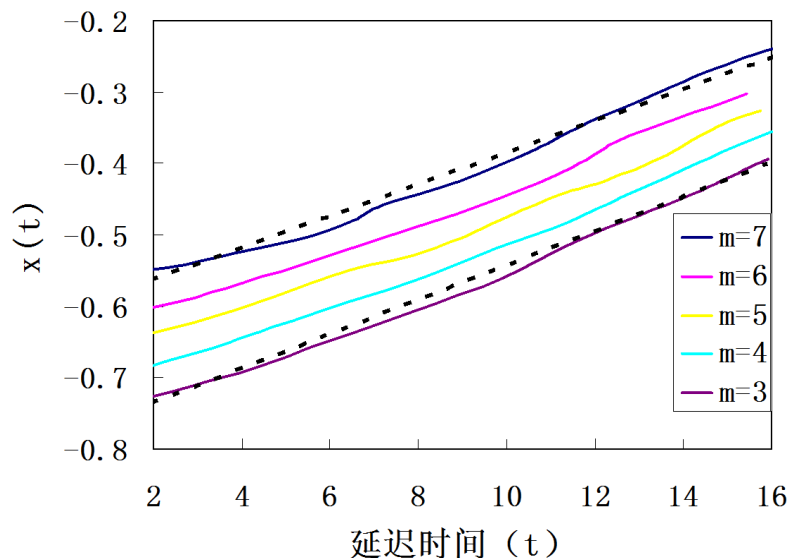


Figure 7. The maximum Lyapunov exponent of the axial stress along the crack tip varying with delay time

图 7. 裂缝尖端轴向应力最大 Lyapunov 指数随延迟时间变化规律

化行为。从定性的角度看，该方法可以分析煤岩体在压裂过程中的各种非线性行为。本文提出的研究方法对压裂裂缝描述提供了新的研究方向，揭示了裂缝形成的本质内涵。尤其是针对缝网压裂裂缝形成演化规律描述问题，研究成果能够指导压裂施工方案。本文的研究对不同的压裂阶段裂缝的演化程度，不同施工压裂下裂缝的沟通效应研究均将起到科学的前期性基础指导作用。

基金项目

黑龙江省教育厅科学技术研究项目(12541090)。

参考文献 (References)

- [1] 邓广哲, 王世斌, 黄炳香. 煤岩水压裂缝扩展行为特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(20): 3489-3493.
- [2] Kennel, M.B., Brown, R., Abarbanel, H.D., *et al.* (1992) Determining Embedding Dimension for Phase-Space Reconstruction Using a Geometrical Construction. *Physical Review A*, **45**, 3403-4311. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.45.3403>
- [3] MacCluer, C.R. (1992) Chaos in Linear Distributed Systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **114**, 322-324. <https://doi.org/10.1115/1.2896532>
- [4] Protopopescu, V. and Azmy, Y.Y. (1992) Topological Chaos for a Class of Linear Models. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, **2**, 79-90. <https://doi.org/10.1142/S0218202592000065>
- [5] Desch, W., Schappacher, W. and Webb, G.F. (1997) Hypercyclic and Chaotic Semigroups of Linear Operators. *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, **17**, 793-819. <https://doi.org/10.1017/S0143385797084976>
- [6] Devaney, R.L. (1989) *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*. 2nd Edition, Addison-Wesley Press, NY.
- [7] 陈镗, 韩伯棠. 混沌时间序列分析中的相空间重构技术综述[J]. 计算机科学, 2005, 32(4): 67-70.
- [8] Cao, L. (1997) Practical Method for Determining the Minimum Embedding Dimension of a Scalar Time Series. *Physical D: Nonlinear Phenomena*, **110**, 43-50.
- [9] Kugiumtzis, D. (1996) State Space Reconstruction Parameters in the Analysis of Chaotic Time Series—The Role of the Time Window Length. *Physical D: Nonlinear Phenomena*, **95**, 13-28.
- [10] Kim, H.S., Eykholt, R., Salas, J.D., *et al.* (1990) Nonlinear Dynamics, Delay Time, and Embedding Windows. *Physical D: Nonlinear Phenomena*, **127**, 48-60.

-
- [11] Packard, N.H., Cratchfield, J.P., Farmer, J.D., *et al.* (1980) Geometry from a Time Series. *Physical Review Letters*, **45**, 712-715. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.45.712>
- [12] Taken, F. (1981) Detecting Strange Attractors in Turbulence. *Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980*, **898**, 361-381. <https://doi.org/10.1007/bfb0091924>

期刊投稿者将享受如下服务:

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: orf@hanspub.org