

基于ARIMA-GARCH模型研究加密货币市场波动性

候先琴

贵州大学数学与统计学院, 贵州 贵阳

收稿日期: 2021年9月18日; 录用日期: 2021年10月18日; 发布日期: 2021年10月26日

摘要

近来, 加密货币已然成为投资者、从业者和研究人员非常感兴趣的其他金融投资资产。然而, 很少有研究集中分析来预测加密货币市场的波动性。在本文中, 我们考察五只具有代表性的加密货币收益率序列的分布结构知, 序列是有偏的且呈现尖峰厚尾分布的同时, 还具有收益率聚集及杠杆效应等特征。通过分析加密货币的数据分布特征, 我们最终选用改进后基于滚动时间窗的SGED分布的变参数ARIMA-EGARCH动态预测模型来分析预测加密货币收益率序列的内在规律; 同时, 通过滚动时间窗来规避过度拟合的问题。结果表明, 该模型相对较好地拟合了加密货币收益率的变化规律, 且具有较好的预测效果, 可为投资者和相关机构人员提供一种较好的预测工具。

关键词

GARCH模型, 广义误差分布, 偏态分布, 参数优化, 波动性预测

Study of Cryptocurrency Market Volatility Based on the ARIMA-GARCH Model

Xianqin Hou

School of Mathematics and Statistics of Guizhou University, Guiyang Guizhou

Received: Sep. 18th, 2021; accepted: Oct. 18th, 2021; published: Oct. 26th, 2021

Abstract

Recently, cryptocurrencies have become other financial investment assets of great interest to investors, practitioners and researchers. However, few studies have focused on analysis to predict volatility in cryptocurrency markets. In this paper, we examine the distribution structure of five representative cryptocurrency yield sequences showing that they are biased and present a peaked

thick-tail distribution, and are also characterized by yield aggregation and leverage effects at the same time. By analyzing the data distribution characteristics of cryptocurrency, we finally chose the modified variable parameter ARIMA-EGARCH dynamic prediction model based on the SGED distribution of the rolling time window to analyze the inherent law of predicting the cryptocurrency yield sequence; at the same time, the problem of overfitting is avoided by rolling the time window. The results show that the model relatively well fits the change law of cryptocurrency yield, and has a good predictive effect, which can provide a better predictive tool for investors and related institutional personnel.

Keywords

GARCH Model, Generalized Error Distribution, The Skewed Distribution, Parameter Optimization, Volatility Prediction

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在金融市场的背景下，我们知道资产回报的波动有助于描述资产投资组合的风险，因此对其资产回报进行风险准确监测并及时施加管理的分析至关重要，则要使用的估计和预测回报波动的统计方法适用且高效是一直以来都在研究的重要问题。风险资产的波动性与资产收益演变的方式密切相关，且还存在其他关于资产回报的经验事实，也就所谓的波动性聚类、条件异方差性和长期记忆特性[1]。由于这些原因，正态分布不再是符合波动建模目的的可靠选择，而需要进一步优化概率假设，其中包括正态偏差[2]假设。因此，本文对非正态假设下的预测资产收益率波动性问题展开探讨，提出了优化基于广义自回归条件异方差(GARCH)模型的波动预测方法。其中，GARCH 类模型对于我们的建模目标是特别有效的，因为它是一个随机系统，广泛用于模拟随机性和不确定性，它表征了金融资产回报的波动性。虽然最初的 GARCH 框架是作为高斯驱动模型提出的，但这样的系统允许使用不同类型的规范来调整模型以达到相应的建模目标[3]。因此，根据上述论点，我们考虑了偏离标准正态分布的假设，而采取非标准正态分布假设下的 GARCH 类模型。

随着加密货币种类不断地增长，加密货币市场为决策者、经济学家、企业家和消费者带来了巨大的挑战和机遇。近来，因不可抗力因素的多方位影响，全球股市行情呈现大幅度的上下波动走势，其中，整个加密货币市场也在经历动荡状况的变化。因此本文关注的重点问题是对加密货币市场波动性进行准确预测，以约占加密货币 80% 市场份额的几个最重要的加密货币为例，通过将加密货币日数据中的收盘价属性转换为日对数收益率属性的时间序列数据进行描述统计分析，发现加密货币的日对数收益率序列是有偏的且呈现尖峰厚尾分布的同时，还具有收益率聚集、中长期记忆及杠杆效应等特征。对于序列存在有偏和尖峰厚尾的现象问题，我们通过采用有偏的广义误差分布(SGED)加以分析[4] [5]；对于中长期记忆特征问题、异方差的非对称以及波动率聚集的特征问题，我们在建立加密货币收益率序列的 ARIMA 模型的同时，建立 EGARCH 模型就能够很好地展示股票收益率的这些特性，取得较理想的拟合及预测效果[6]。本文的预测部分证明了该模型具有一定的预测精度，则在一定程度上能够为投资者和金融市场相关人员及金融机构提供一定的决策依据。

本文的结构如下：第二节讨论了加密货币收益率预测模型的建立；第三节描述了所用数据集，及建立加密货币收益率波动模型，且使用滚动时间窗口预测收益率；第四节说明了所得预测结果，并提供了结论性评论。

2. 预测加密货币收益率模型

2.1. 资产收益率

无论是在现金金融市场中，还是在非现金金融市场中，准确预测资产收益率波动是交易市场及投资者都非常关注的重点问题。Campbell 等人(1997)给出了使用收益率的两个主要理由：第一，对于普通投资者来说，资产收益率完全体现了该资产的投资机会，且与其投资规模无关；第二，资产收益率序列比资产价格序列更易进行数据分析处理，因此，资产收益率有更好的统计性质[7]。这就是极大部分金融问题研究针对的是资产收益率而不是资产价格的原因[8]。本文则是将比特币(BTC)、以太坊(ETH)、艾达币(ADA)、币安币(BNB)和泰达币(USDT)这五个具有代表性的加密货币中收盘价属性转为资产对数收益率进行分析和预测。

2.2. 广义误差分布的 GARCH 模型

资产收益率的波动性是一个关键的财务指标数量，在资产分配、期权定价和风险管理等许多情况下，其有用性可以得到赞赏。为了解价格和回报的未来动态，对波动率的有效估计和预测是特别相关的。最初，假设不违反正态分布假设的一般框架，估计和预测波动率的方法是基于 ARCH 和 GARCH 模型，那是因为 ARCH 和 GARCH 模型是基于资产收益波动性的条件异方差。即在非正态分布的背景下，我们在这里提出了一个新的 GARCH 模型。

给定 $p, q > 0$ 的两个整数，我们将波动率为 $(\sigma_t^2 : t \geq 0)$ 的 GARCH(p, q)模型表示如下：

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i z_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

其中， $\omega > 0$ ， $\alpha_i > 0$ ， $\beta_j > 0$ ， $i = 1, \dots, p$ ， $j = 1, \dots, q$ 。

ω 、 α 和 β 均为正的条件保证了方差也为正。 $(z_t : t \geq 0)$ 是独立同分布于时间实现的随机过程，这里假定它遵循广义误差分布(GED)。该假定偏离了标准正态假设，但它在建立资产收益波动率动态模型方面具有很强的灵活性，因此是一个合适的选择[9]。

GED (也称指数幂函数)随机变量 X 具有以下概率密度函数：

$$f(z; \mu_p; \sigma_p; p) = \frac{p \exp\left(\frac{1}{2} \left| \frac{z - \mu_p}{\sigma_p} \right|^p\right)}{2 p^{1+\frac{1}{p}} \sigma_p \Gamma\left(\frac{1}{p}\right)}$$

其中 $z \in \mathbb{R}$ ， $\mu_p \in (-\infty, +\infty)$ 是位置参数， $\sigma_p > 0$ 是尺度参数， $p > 0$ 是衡量尾部厚度的指标，称为形状参数，及：

$$\Gamma(a) = \int_0^\infty x^{a-1} e^{-x} dx$$

由于 GED 密度函数是对称的和单峰的，位置参数也是分布的模态、中位数和均值。GED 随机变量的方差和峰度分别为：

$$\text{Var}(X) = \sigma_p^2 2^{\frac{2}{p}} \frac{\Gamma(3/p)}{\Gamma(1/p)}$$

$$\text{Ku}(X) = \frac{\Gamma(5/p) \Gamma(1/p)}{\Gamma(3/p) \Gamma(3/p)}$$

这个分布族一个非常重要的特征是，对于形状参数 p 的不同取值，它们还包括其他常见的分布。当 $p=1$ 时，有拉普拉斯分布；当 $p=2$ 时，有高斯分布；对于 $p=+\infty$ 时，有均匀分布。此外，当 $p < 2$ 时，分布具有比高斯分布还要厚的尾部。

然而，经验证据表明，财务报告呈现负对称性分布，因此，我们建议在 GARCH 建模过程中使用偏态分布。在这方面，我们可假设使用偏正态分布或偏 t 分布。然而，依据部分文献讨论知，偏态分布中非常有趣的扩展是偏 GED 分布(SGED)，它可同时考虑到偏斜度和尖峰陡峭程度。

非中心化 SGED 的概率密度函数可以定义如下[10]：

$$f(z; \mu_p; \sigma_p; \lambda_p; p) = \frac{p \exp\left(-\frac{1}{p} \left| \frac{z - \mu_p + m}{v \sigma_p (1 + \lambda_p \text{sign}(z - \mu_p + m))} \right|^p\right)}{2v \sigma_p \Gamma\left(\frac{1}{p}\right)}$$

其中 sign 函数是一个符号函数，它对其参数的负值假定为-1，对其参数的正值假定为 1。此外， m 和 v 定义如下：

$$m = \frac{2^{\frac{2}{p}} v \sigma_p \lambda_p \Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{p}\right)}{\sqrt{\pi}}$$

$$v = \frac{\pi(1 + 3\lambda_p^2) \Gamma\left(\frac{3}{p}\right) - 16^{\frac{1}{p}} \lambda_p^2 \Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{p}\right) \Gamma\left(\frac{1}{p}\right)}{\pi \Gamma\left(\frac{1}{p}\right)}$$

形状参数 p 控制着峰值和尾部分布； p 值越小意味着分布的尾部变得越平坦，中心大部分达到峰值。偏度参数 $\lambda_p \in [-1, 1]$ ；在偏度 $\lambda_p < 0$ 的情况下，密度函数向左偏，反之 $\lambda_p > 0$ 的情况下，密度函数向右偏。

此外，SGED 是其他分布的一个非常特殊的情况。例如，假设 $\lambda = 0$ ，即允许 p 改变，我们可获得一个广泛的非偏斜分布族。当 $\lambda_p = 0$ 时，我们有 GED； $\lambda_p = 0$ 和 $p = 2$ ，表示为正态分布； $\lambda_p = 0$ 和 $p = \infty$ ，表示为均匀分布； $\lambda_p = 2$ 和 $p = 2$ ，即为偏正态分布。

对于 SGED-GARCH 模型，规则与 GED 相同[11]。但在这种情况下，需假设 z_t 遵循一个 SGED。其中，GED-GARCH 模型的参数估计是基于最大似然法估计。接下来我们将探讨在通过 GARCH 模型预测波动率时，GED 的经验有效性及其对偏度的扩展研究。

2.3. ARIMA-EGRACH 混合模型构建

通过使用 ARIMA 模型构建 EGARCH 模型中的均值方程，由此构成“ARIMA + EGRACH”模型，并通过滚动时间窗口进行参数估计的同时，持续优化模型以提高预测模型的精度[12]。

对各加密货币收益率序列分别建立一个变参数的 ARIMA(p, d, q)模型，我们得到一般的 ARMA(p, q)模型表示为：

$$r_t = \sum_{i=1}^p \phi \gamma_{t-i} + \alpha_t - \sum_{i=1}^q \theta_i \alpha_{t-i}$$

若其中的 AR 多项式存在单位根, 表明模型是非平稳的, 需要对其进行差分运算以消除单位根的存在。差分运算后, 模型就变成了众所周知的整合移动平均自回归(ARIMA)模型。

我们知道 GARCH 模型中的波动率都是对称的, 且只收到先前收益率波动的影响, 但不会被该收益是上升还是下降所影响; 对正负面消息的反应也不同, 通常负面消息影响更大, 即存在杠杆效应的缺陷 [13]。Nelson (1991)提出了对 GARCH 模型的改进, 即指数型 GARCH 模型(EGARCH), 该模型不要求其非负限制, 而是允许存在非对称效应, 可有效处理杠杆效应。

因加密货币的特殊性, 更易受到各金融市场运作和经济政策不确定性及各国各项监管措施的影响, 有好消息的同时可能伴随坏消息的出现, 即加密货币市场是存在非对称影响的, 则本文倾向于采取 EGARCH 模型。

为了反映其他金融市场波动的非对称性, 在 Nelson (1991)提出的 EGARCH 模型的基础上, 同时对均值方程和波动率方程进行联合估计, 可表示为:

$$\begin{cases} \gamma_t = X_t \delta + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t = \sigma_t \eta_t \\ \ln K \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(\eta_{t-i}) + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2 \\ g(\eta_t) = \theta \eta_t + \gamma [|\eta_t| - E|\eta_t|] \end{cases}$$

用分段函数表示, 即可看出其非对称性:

$$g(\eta_t) = \begin{cases} (\theta + \gamma) \eta_t - \gamma E|\eta_t|, & \eta_t \geq 0 \\ (\theta - \gamma) \eta_t - \gamma E|\eta_t|, & \eta_t < 0 \end{cases}$$

其中, $\alpha_1 = 1$, 并且对参数 ω 、 α_i 、 β_j 均没有符号正负的限制。当 $\gamma \neq 0$ 时, 说明干扰对货币价格的影响是非对称的; 当 $\gamma < 0$ 时, 说明市场价格波动率受外部冲击的负面影响大于受外部冲击的正面影响, 而此时的被称为杠杆效应 [14]。

通过使用 ARIMA 模型构建 EGARCH 模型中的均值方程, 得到以下的联立方程:

$$\begin{cases} \gamma_t = \sum_{i=1}^p \phi \gamma_{t-i} + \alpha_t - \sum_{i=1}^q \theta_i \alpha_{t-i} \\ \varepsilon_t = \sigma_t \eta_t \\ \ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \left(\theta_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2 \\ g(\eta_t) = \theta \eta_t + \gamma [|\eta_t| - E|\eta_t|] \end{cases}$$

3. 加密货币收益率预测实证分析

3.1. 数据来源

本文数据来源于英为财经网(<https://cn.investing.com/crypto/>)给出的加密货币市场的实时行情日数据, 具体所采取的加密货币种类如下表 1 所示:

英为财经网较全面地显示了加密货币的市场行情。其中, 加密货币数量有 4491 只, 总市值达到了 15,242.02 亿美元。我们所选取的五种加密货币的总市值达到 12,175.5 亿美元, 占到市场 79.88% 的份额,

则对该五种加密货币的研究结果能够代表加密货币市场的整体波动趋势。

Table 1. Cryptocurrency types and codes

表 1. 加密货币种类及代码

加密货币代码	BTC	ETH	ADA	BNB	USDT
时间区间	2016/01/01 2021/02/28	2016/03/10 2021/02/28	2017/12/31 2021/02/28	2017/11/09 2021/02/28	2017/04/14 2021/02/28
数据类型	日数据				

3.2. 数据预处理

3.2.1. 加密货币收益率

每只加密货币的日收益率是通过使用加密货币的每日收盘价 P_i 计算对数日收益得到的 $r_i = \log P_i - \log P_{i-1}$ 。图 1 绘制了各加密货币日收盘价与日对数收益率的分布现状。

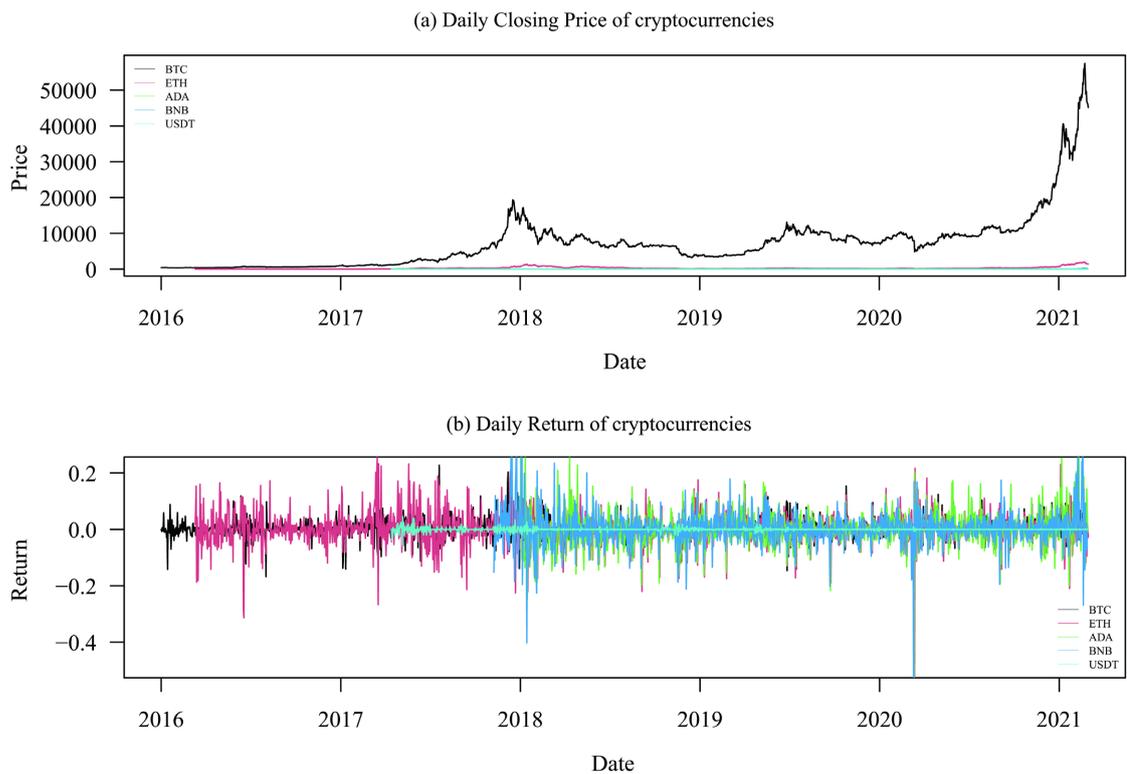


Figure 1. Time sequence diagram of daily closing price and daily return rate of the five cryptocurrencies

图 1. 五种加密货币日收盘价与日收益率时序图

从图 1(a)我们知 2017 年 4 月以前 BTC 与其他加密货币的价格相差还不是很大,但随后比特币一直处于一个持续上升状态,在 2017 年底达到峰值后有所波动;直到 2020 年底又再一次突破 20000 美元的峰值,并持续快速增长,在 2021 年初已突破 50000 美元,波动变化幅度极大。BTC 的波动也会带动其他加密货币波动[15],但相比之下,其他加密货币的波动较小,即使是市值排名第二的 ETH 也没突破 2000 美元的峰值。所以时序图 1(a)在绘制 BTC 的基础上,不易看到其他加密货币的走势波动情况。但可从图 1(b)中看到各加密货币收益率的一个波动情况,很明显就能看到波动率较大的就是 BNB。

3.2.2. 加密货币收益率描述统计

通过汇总各加密货币日收益率的描述统计量可以看出，货币间的日收益率均呈现出有偏、尖峰且厚尾的特征；由原假设为加密货币的收益率服从正态分布的 J-B 检验结果知，表 2 中的 P 值均小于 0.01，则拒绝正态分布假设，表明该五只加密货币的收益率均不服从正态分布。

Table 2. Description statistics for the yield of each cryptocurrency

表 2. 各加密货币收益率的描述统计

加密货币代码	BTC	ETH	ADA	BNB	USDT	
Min.	-0.497278	-0.589639	-0.537199	-0.581308	-0.057470	
1st Qu.	-0.011534	-0.022060	-0.030014	-0.023277	-0.000900	
Median	0.002219	0.000620	0.000000	0.001557	0.000000	
Mean	0.002464	0.002640	0.000529	0.003860	0.000009	
3rd Qu.	0.018201	0.028583	0.030128	0.029331	0.000800	
Max.	0.227602	0.258599	0.348770	0.530561	0.045290	
Std.	0.040558	0.056739	0.049632	0.051692	0.004708	
Skew	-1.005017	-0.614857	-0.204967	0.679906	0.042062	
Kurt	18.101690	12.21712	15.912980	29.800640	33.515070	
J-B	X-Squared	18,229.9963	5937.2747	2200.043	13,010.4444	28,948.7261
	P Value	2.20E-16	2.20E-16	2.20E-16	2.20E-16	2.20E-16

3.2.3. 加密货币收益率平稳性检验

通过单位根检验加密货币收益率的平稳性得到表 3，因表中 P 值均小于 0.05，则拒绝存在单位根的原假设，表明在 5% 的显著性水平下，各加密货币的收益率均为平稳的时间序列。

Table 3. Stationarity test of yield of each cryptocurrency

表 3. 各加密货币收益率平稳性检验

加密货币代码	Dickey-Fuller	Lag Order	P-Value
BTC	-11.281	12	0.01
ETH	-10.703	12	0.01
ADA	-9.5109	10	0.01
BNB	-8.699	10	0.01
USDT	-13.46	11	0.01

3.2.4. 加密货币收益率图形分析——以 BTC 为例

从图 2 的 BTC 收益率分布图可看出，该收益率具有偏态、尖峰厚尾的特征；从 BTC 收益率的 Q-Q 图可看出，收益率的分布不服从正态分布；从 BTC 收益率的时序图还可看出，收益率具有波动集聚和杠杆效应。以 BTC 为例的图形分析加以验证了前面描述统计的结论，同理可知余下的四只加密货币的图形分析结果同前面描述统计的结论。

3.2.5. 加密货币收益率记忆性检验

图 3 的上两图分别呈现了 BTC 收益率序列和 BTC 收益率的绝对值序列的自相关图，发现两个序列

都是相关的，即需要建立 ARIMA 模型；同时，从 BTC 平方收益率序列的自相关图和偏自相关图可以看出，收益率序列存在异方差性，即需要建立 EGARCH 模型。

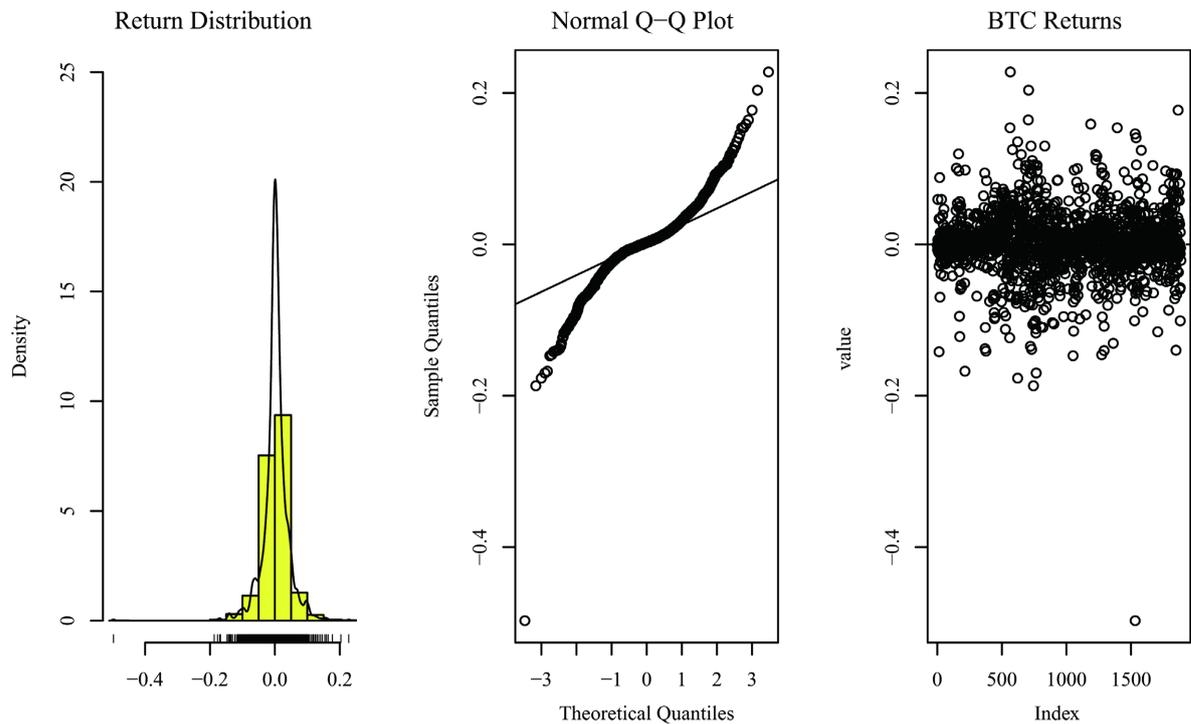


Figure 2. Graphical analysis of the BTC yield
图 2. BTC 收益率的图形分析

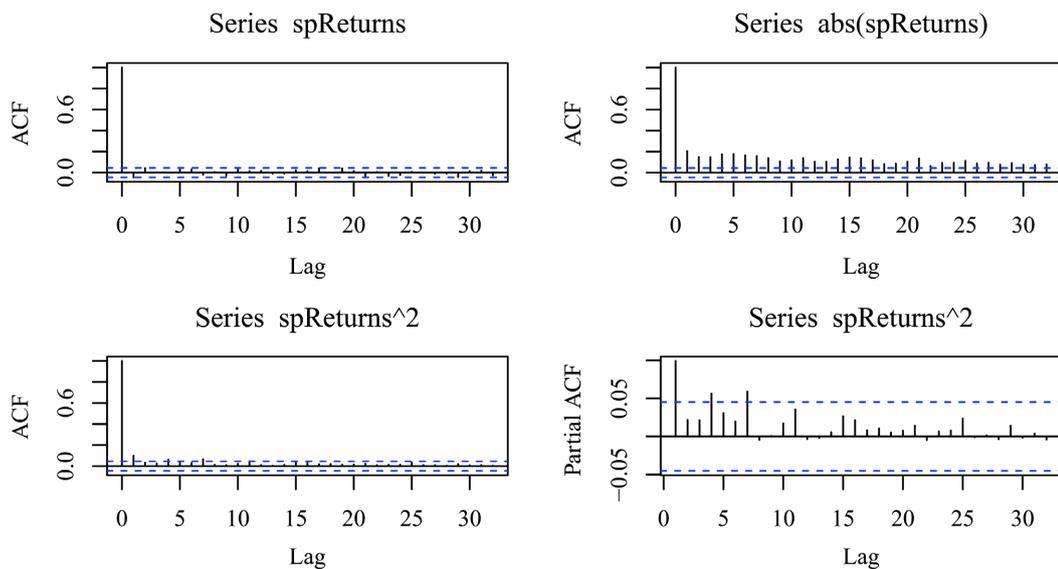


Figure 3. Test of memory and heteroscedastic of BTC yield
图 3. BTC 收益率记忆性及异方差检验

3.2.6. 加密货币收益率 ARCH 效应检验

由下表 4 检验结果知，在 5% 的显著性水平下，应拒绝平方收益率中不存在自相关的原假设，即各加

加密货币的日收益率均存在 ARCH 效应。因此,建立该收益率时间序列模型时应使用 ARCH 模型或 GARCH 模型。

Table 4. ARCH effect test of the yield of each cryptocurrency

表 4. 各加密货币收益率 ARCH 效应检验

加密货币代码	Chi-squared	df	P value
BTC	37.642	12	0.0001757
ETH	76.973	12	1.55E-11
ADA	35.082	10	0.0001209
BNB	166.14	10	2.20E-16
USDT	310.66	11	2.20E-16

综上,单独用 ARIMA 模型或 GARCH 模型拟合这些收益率都是不充分的,需要将二者结合起来进行建模。

3.3. 模型设立

3.3.1. ARIMA 与 EGARCH 模型参数设定

ARIMA(p,d,q)模型参数设定。其中, p 表示序列自相关的截尾数, q 表示序列偏自相关的截尾数, d 表示使原始加密货币序列达到平稳时所需的差分次数,预测前的准备工作包括检验各加密货币收益率序列的平稳性,由上述检验结果知,各加密货币收益率序列均平稳,则 $d=0$,此时的 ARIMA($p,0,q$)模型等同于 ARMA(p,q)模型。关于 p 、 q 参数的选择,本文先设定 p 、 q 的大致范围在(0, 5),再通过 AIC 信息准则选出能使 AIC 值达最小的模型参数 p 、 q 的值,以使模型达最优[16]。

EGARCH(p,q)模型参数设定。通过上述描述统计的结果知收益率序列具有平稳性、波动集聚性、显著的尖峰厚尾性、存在 ARCH 效应及明显的杠杆效应。依据这些特性,通过比较分析可得出 EGARCH(p,q)模型最优参数设定,以模拟加密货币日收益率的实际波动趋势。

3.3.2. ARIMA-EGARCH 模型实证分析

表 5 显示了各加密货币收益率 ARIMA+EGARCH 型模型的估算结果。可以注意到,各加密货币的预测模型下,对数似然值均较大;各信息准则的值也普遍偏小。为衡量各个模型的预测拟合效果,表中最后一部分汇总了各种检验结果,其中,带有括号的数值为检验结果的 P 值。在 5%显著性水平下,通过检验预测模型 ARCH 效应结果知,BNB 模型的 ARCH 效应还没完全消除,其余的货币模型均未存在 ARCH 效应;标准化残差中 GARCH 行为的 Ljung-Box 检验知,残差平方和中不存在序列相关性,表明各模型的拟合效果较好;各模型系数的稳定性检验(Nyblom stability test)知,没有证据表明模型系数不稳定;测试模型杠杆效应(Sign Bias Test),由检验结果的 P 值知,没有证据表明存在不对称效应;最后的模型分布拟合优度测试表明,ETH 和 ADA 服从正态分布假设,而 BTC、BNB 和 USDT 不服从正态分布假设。综上,ARIMA-EGARCH 模型是描述各加密货币价格收益波动的适当工具。

3.3.3. 预测结果——以 BTC、ADA 为例

1) 向前预测结果

由向前 50 步预测所绘制的预测折线图可看出,图 4 表明 BTC 在后 50 天的对数收益率波动较小,所预测的收益率波动程度基本接近于 0;图 5 表明 ADA 在后 50 天的对数收益率具有一定的波动趋势,但波动范围较小,表明两模型都很好地拟合了各自的波动趋势。

Table 5. Estimated results of the ARIMA + EGARCH models for each cryptocurrency yield
表 5. 各加密货币收益率 ARIMA + EGARCH 模型的估计结果

	BTC	ETH	ADA	BNB	USDT
ARFIMA(p,d,q)	(0,0,2)	(5,0,2)	(4,0,3)	(0,0,2)	(4,0,5)
Mu	0.0016	0.0016	-0.0007	0.0006	0.0000
Ar1		0.8072	-2.0801		1.7149
Ar2		0.1815	-2.1549		-1.2856
Ar3		-0.0306	-1.1547		0.4075
Ar4		-0.0028	-0.0955		0.1123
Ar5		0.0195			
Ma1	-0.1061	-0.9235	2.0099	-0.1044	-2.1258
Ma2	0.0042	-0.0430	2.0204	0.0293	1.8624
Ma3			1.0001		-0.7519
Ma4					-0.0848
Ma5					0.1075
Omega	-0.1162	-0.3122	-0.3192	-0.1606	-0.1794
Alpha	0.0291	0.0132	-0.0201	0.0233	-0.0308
Beta	0.9827	0.9469	0.9438	0.9727	0.9855
Gamma	0.2214	0.2322	0.1949	0.2213	0.3546
Skew	0.9999	1.0474	0.9780	0.9913	1.0213
Shape	0.8246	0.8933	1.0407	0.9678	0.8971
Log-Likelihood	3871.1180	2932.0530	1706.6890	1930.2270	6756.6570
Akaike	-4.0977	-3.2137	-2.9311	-3.1835	-9.5274
Bayes	-4.0713	-3.1713	-2.8698	-3.1455	-9.4680
Shibata	-4.0978	-3.2138	-2.9314	-3.1836	-9.5277
Hannan-Quinn	-4.0880	-3.1981	-2.9080	-3.1692	-9.5052
ARCH(5)	1.8384 (0.5081)	5.0727 (0.0989)	1.6356 (0.5574)	7.5175 (0.0262)	0.3391 (0.9297)
Ljung-Box	0.0551 (0.8144)	0.1718 (0.6785)	0.0057 (0.9396)	0.2705 (0.6030)	0.3087 (0.5785)
Nyblom	3.2989	2.3118	1.4958	1.7605	4.3008
Sign Bias	1.1766 (0.2395)	0.9289 (0.3531)	0.8062 (0.4203)	1.8177 (0.0694)	0.6616 (0.5084)
Goodness Fit	0.0020	0.2039	0.4518	0.0074	0.0090

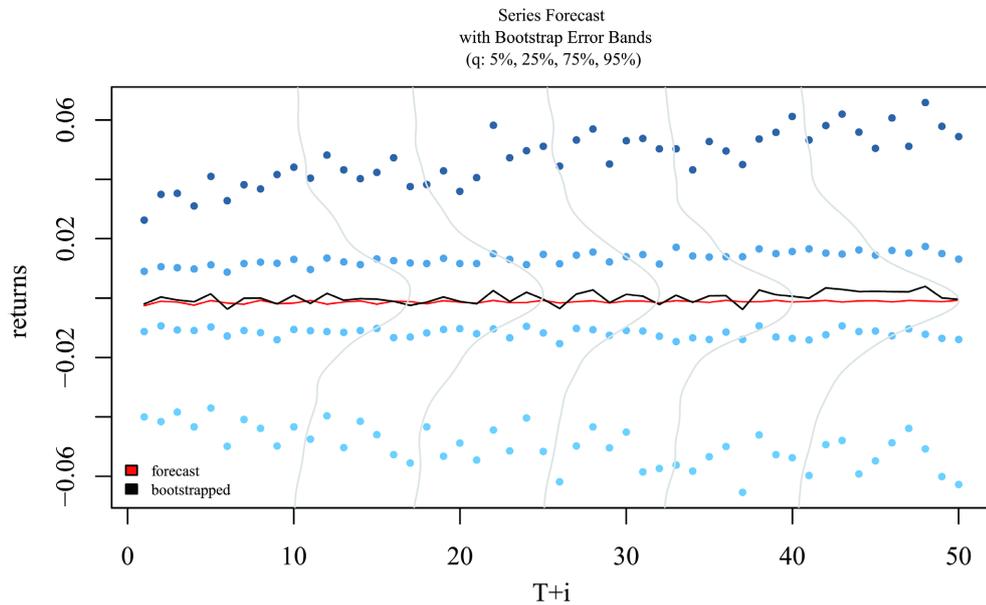


Figure 4. Prediction effect of the forward 50 steps of BTC
图 4. BTC 向前 50 步的预测效果

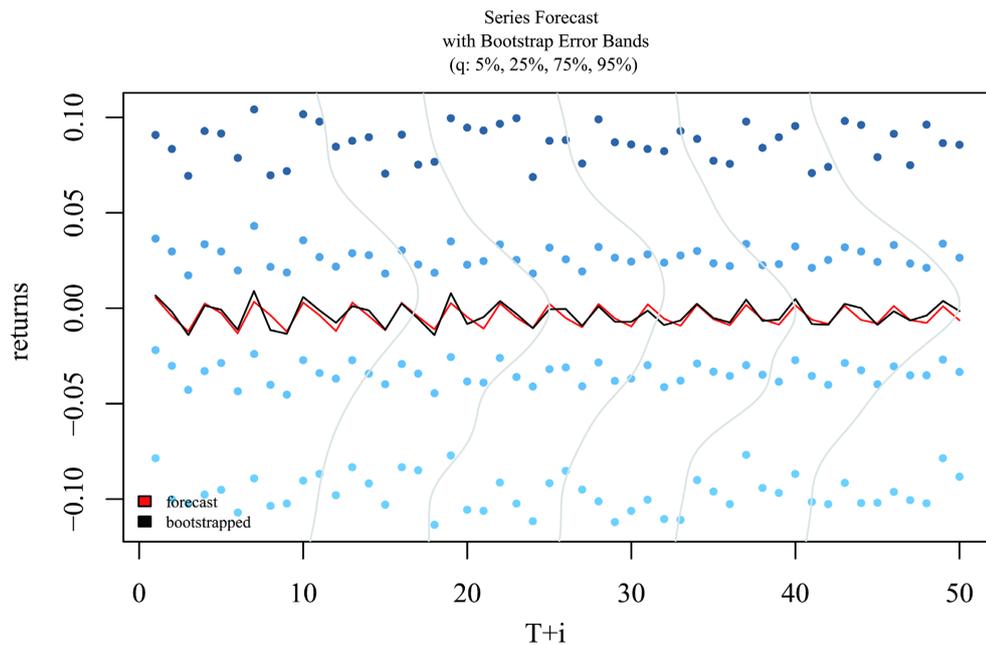


Figure 5. Prediction effect of the forward 50 steps of ADA
图 5. ADA 向前 50 步的预测效果

2) 滚动预测结果

滚动预测建模步骤：首先，设定滚动窗口的长度大小，通过所截取的数据框知加密货币市场一年 365 天或 366 天均为交易日，年均交易日长度约为 365 天，故滚动窗口的长度大小可从 700 中择优选取，本文拟采取 500 个数据设定为滚动窗口的时间窗；其次，建立预测向量以储存各加密货币收益率的预测值；然后，将参数寻优后的 ARIMA 模型中的均值方程去替换 EGARCH(1,1)模型中的均值方程，利用两者结合组成 ARIMA + EGARCH 混合模型，再预测加密货币后面的收益率变化规律；最后，推进分析，本文

采用的是一期动态预测，在由实际收益率序列预测出第一期的值后，将第一期的真实值和其余的历史数据重新组成新的序列时，再进行第二期的预测，以此递推。

下图 6，图 7 分别展示了 BTC 和 ADA 滚动预测收益率的直方图。其中，红色表示收益率为正，绿色表示收益率为负。由图可知，BTC 近期的正收益率分布明显多于负收益率；而 ADA 近期的负收益率分布却多于正收益率。

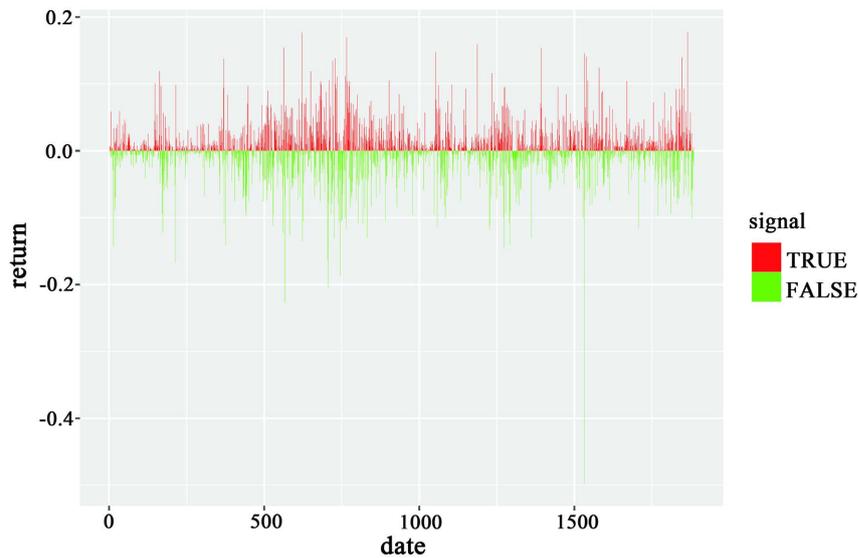


Figure 6. Histogram of the BTC rolling predicted yield
图 6. BTC 滚动预测收益率直方图

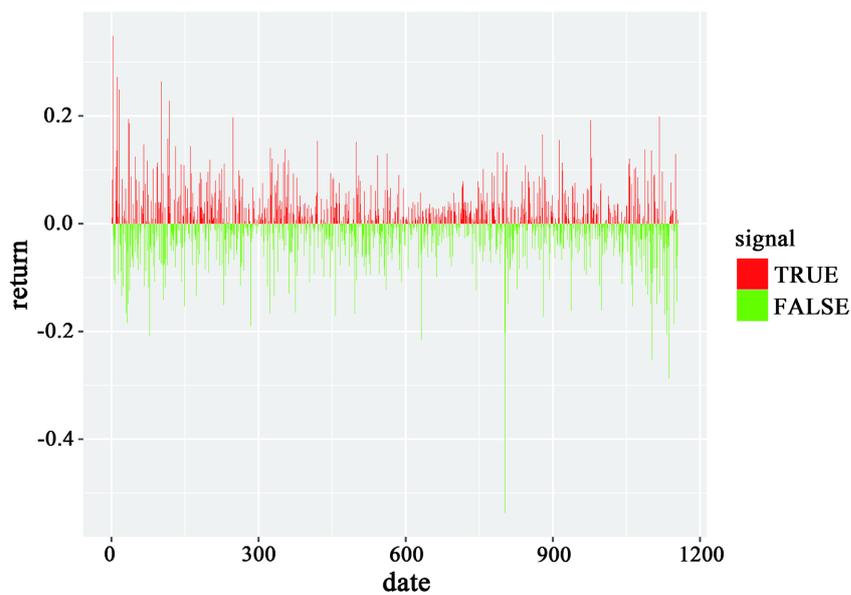


Figure 7. Histogram of the ADA rolling predicted yield
图 7. ADA 滚动预测收益率直方图

4. 结论

本文将金融数据特征、概率分布理论、预测模型、风险分析以及对加密货币波动性的分析结合起来。

我们分析讨论预测了加密货币市场中最具代表性的五种加密货币的波动性，以此进一步了解加密货币市场的整体波动趋势。通过对加密货币收益率序列的统计描述分析，验证了加密货币的收益率序列是有偏的且呈现尖峰厚尾分布的同时，还具有收益率聚集及杠杆效应等特征。我们发现若只遵循基于 GARCH 的波动化模型方法，将会偏离标准的高斯假设，为更好地适应加密货币对数收益率的真实演变，我们使用了 GED 方法对波动率的随机来源进行建模。不仅如此，我们还将加密货币的分布特性包括在内，为此使用了 GED 的偏态分布。根据实证分析结果，我们最终选用了基于滚动时间窗改进的 SGED 分布的变参数 ARIMA + EARCH 模型来动态分析加密货币日对数收益率序列的变化规律，并预测后期走势情况；同时，通过滚动时间建立预测模型能规避过拟合问题以及可能受其他客观现实的错误干扰影响。最后，通过检验模型的有效性，表明该模型能较好地掌握加密货币日收益率的实际变化规律，且具有较好的预测性能，通过滚动预测的结果知 BTC 日收益率近期呈现上升趋势，而 ADA 日收益率近期呈现缓慢下降的趋势。

加密货币市场不同于金融市场，因此在风险管理、投资组合分析和消费者情绪分析方面为利益相关者创造了新的可能性。因此，它可以成为投资组合和风险管理的一个有用的工具，我们的研究结果可帮助投资者和相关机构人员提供一种较好的预测工具，使他们做出更明智的决策。

参考文献

- [1] Wan, Y. and Si, Y.-W. (2017) A Formal Approach to Chart Patterns Classification in Financial Time Series. *Information Sciences*, **411**, 151-175. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2017.05.028>
- [2] Ortobelli, S., Rachev, S. and Fabozzi, F. (2010) Risk Management and Dynamic Portfolio Selection with Stable Paretian Distributions. *Journal of Empirical Finance*, **17**, 195-211. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2009.09.002>
- [3] Efendi, R., Arbaiy, N. and Deris, M.M. (2018) A New Procedure in Stock Market Forecasting Based on Fuzzy Random Auto-Regression Time Series Model. *Information Sciences*, **441**, 113-132. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2018.02.016>
- [4] 潘雪艳. 基于 ARIMA-GARCH 模型的黄金价格实证分析[J]. 商讯, 2020(20): 155-156.
- [5] 许舒雅, 梁晓莹. 基于 ARIMA-GARCH 模型的股票价格预测研究[J]. 河南教育学院学报(自然科学版), 2019, 28(4): 20-24.
- [6] 黄旻浩. 基于时间序列的股票价格走势分析[J]. 现代营销(下旬刊), 2019(12): 58-59.
- [7] Campbell, J.Y., Lo, A.W. and MacKinlay, A.C. (1997) *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press, Princeton. <https://doi.org/10.1515/9781400830213>
- [8] 丁磊, 郭万山. 基于 ARIMA-GARCH 族混合模型的黄金价格预测研究[J]. 许昌学院学报, 2019, 38(6): 124-129.
- [9] 韩晴, 齐祥会. 基于 SGED 分布的变参数 ARIMA+EARCH 动态预测模型的研究——以沪深 5 只个股的滚动预测为例[J]. 时代金融, 2018, 717(35): 153-155.
- [10] Roy, C., Giacalone, M. and Mattera, R. (2020) Skewed Non-Gaussian GARCH Models for Cryptocurrencies Volatility Modeling. *Information Sciences*, **527**, 1-26. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2020.03.075>
- [11] Theodossiou, P. and Savva, C.S. (2015) Skewness and the Relation between Risk and Return. *Management Science*, **62**, 1598-1609. <https://doi.org/10.1287/mnsc.2015.2201>
- [12] 吕淑睿. 基于 ARIMA 模型的证券利率时间序列研究预测[J]. 科技经济导刊, 2019, 27(14): 188.
- [13] 何梦蝶, 周洁. 基于 ARIMA-GARCH 模型的外汇储备预测及其优化[J]. 大众投资指南, 2019(8): 259.
- [14] 单良. 基于 ARIMA-GARCH 模型的投资组合原理的应用[J]. 中国产经, 2020(12): 90-92.
- [15] Katsiampa, P. (2017) Volatility Estimation for Bitcoin: A Comparison of GARCH Models. *Economics Letters*, **158**, 3-6. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.06.023>
- [16] Brauneis, A. and Mestel, R. (2018) Price Discovery of Cryptocurrencies: Bitcoin and Beyond. *Economics Letters*, **165**, 58-61. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.02.001>