# 基于收益共享 - 期权联合契约下零售商是允许 有限损失的供应链协调研究

#### 赵雪云1,2

<sup>1</sup>南宁师范大学师园学院,广西 南宁 <sup>2</sup>广西警察学院,广西 南宁

收稿日期: 2022年1月7日; 录用日期: 2022年2月9日; 发布日期: 2022年2月16日

## 摘要

本文研究了零售商是允许有限损失的二级供应链的协调问题,建立了零售商是允许有限损失下的收益共享 - 期权联合契约的分散决策模型,证明了收益共享 - 期权联合契约可以实现零售商是允许有限损失的供应链的协调,分析了联合契约实现协调的可行范围,并用数值算例进行验证。

## 关键词

有限损失,联合契约,供应链协调

## A Study on Supply Chain Coordination in Which Retailers Are Allowed Limited Losses under Revenue Sharing-Option Pooling Contracts

#### Xueyun Zhao<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Shiyuan College of Nanning Normal University, Nanning Guangxi

Received: Jan. 7<sup>th</sup>, 2022; accepted: Feb. 9<sup>th</sup>, 2022; published: Feb. 16<sup>th</sup>, 2022

#### **Abstract**

This paper studies the coordination problem of the two-level supply chain, retailers are allowed to

文章引用: 赵雪云. 基于收益共享 - 期权联合契约下零售商是允许有限损失的供应链协调研究[J]. 运筹与模糊学, 2022, 12(1): 90-95. DOI: 10.12677/orf.2022.121009

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Guangxi Police College, Nanning Guangxi

have limited losses, and establishes the decentralized decision model of revenue sharing and option joint contract. It is proved that the revenue sharing and option contract can realize the coordination of the supply chain with limited losses of retailers, and the feasible scope of the coordination is analyzed and verified by numerical examples.

### **Keywords**

Limited Loss, Joint Contract, Supply Chain Coordination

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).





Open Access

## 1. 引言

Barnes-Schuster [1]最早将期权契约应用到供应链中,研究表明,期权契约具有良好的弹性,能提高供应链整体的利润。Mortimer [2]在音响出租行业的研究中引入收益共享契约,发现该契约能够使供应链中各成员的利润提高 3%~6%。面对复杂的市场环境,当单个契约无法协调供应链时,往往需要把多个契约联合起来才能有效协调供应链,提高供应链的运作绩效。胡本勇[3]等发现单纯的期权销售契约无法实现供应链协调,增加引入收益共享和成本共担进行联合时,可以实现供应链的协调;宋平[4]等发现收益共享和期权联合契约能实现由资金约束零售商参与的二级供应链协调。金香淑[5]等研究了收益共享与双向期权联合契约下的供应链金融风险控制问题;张红[6]等研究表明创新成本共担的期权契约能够实现损失厌恶零售商参与的二级供应链协调;朱宝琳[7]等证明了收益共享和回购契约的联合契约可以实现零售商风险规避下双渠道供应链的协调。

文[6] [7]说明收益共享与期权契约的结合能有效提高风险规避零售商参与的供应链系统的期望利润,从而协调供应链。但文[6]采用前景理论来刻画零售商的损失规避特征,而文[7]采用 CVaR 度量风险程度的方法来刻画零售商的损失风险程度。上述研究理论计算过于复杂,且均以期望利润最大为目标进行决策。本文以零售商实际的期望损失来刻画风险程度,在收益共享-期权联合契约下既考虑期望利润,又考虑期望损失进行多目标决策。通过理论分析得出,供应链协调时契约参数的参考范围,并在数值算例中对期权执行价格,供应双方利润等关键元素进行分析,可以为企业决策时提供参考。

#### 2. 问题描述与符号说明

#### 2.1. 基本符号说明

x	市场实际需求量,且 x 为随机变量;								
F(x)	$x$ 的分布函数; $F(x)$ 在定义域内连续可微,存在唯一的反函数,且 $F(0)=0$ , $F(+\infty)=1$ ;								
f(x)	x 的概率密度函数;								
$\mu$	$x$ 的均值,即 $\mu = E(x) = \int_0^{+\infty} f(x) dx$ ;								
p	单位产品的销售价格;								
c	单位产品的生产成本;								

Continued	
w	单位产品的批发价格;
$C_{u}$	单位产品的缺货损失;
$\mathcal{C}_{o}$	单位产品的超储损失.

#### 2.2. 问题描述

本文研究单个零售商和单个供应商组成的二级供应链的协调问题,其中零售商是允许有限损失的。在销售季节初期,零售商以单位价格  $w_o$  向供应商订购数量为 q 的产品,并约定在销售季节前,供应商运送数量为 kq 的产品给零售商,零售商支付产品的单位费用为  $w_b$ ;其余 (1-k)q 是期权,即在销售季节末,根据市场实际需求,零售商以单位价格  $w_e$  执行期权,这里  $0 \le k \le 1$  是常数;供应商分享零售商的收益,分享比率为 $1-\varphi$ 。

## 3. 模型建立

先考虑一般情况下的分散决策模型,其中零售商的期望收益函数为

$$\Pi_{r}(q) = \varphi p E \min(x,q) - w_{o}q - w_{b}kq - w_{e}E \min(x - kq, (1-k)q) 
- c_{o}E(kq - x)^{+} - c_{u}E(x - q)^{+}$$
(1)

供应商的期望收益函数为

$$\Pi_{s}(q) = (1 - \varphi) pE \min(x, q) + w_{o}q + w_{b}kq - cq + w_{e}E \min(x - kq, (1 - k)q)$$
$$-c_{o}E[(1 - k)q - (x - kq)^{+}]^{+}$$

若  $\varphi p - w_o - kw_b - (1-k)w_e + c_u > 0$ 、 $kw_e - w_o - kw_b - kc_o < 0$  及  $\varphi p - w_e + c_u > 0$  时,采用逆序求解法对模型(1)进行求解,可得零售商的最优订购量  $q_a$  满足:

$$\varphi p - w_o - kw_b - (1 - k)w_e + c_u - kc_o F(kq_r) - (\varphi p - w_e + c_u)F(q_r) = 0$$
 (2)

接下来考虑,零售商是允许有限损失的分散决策模型 零售商的期望损失函数为

$$El(q) = c_o E(kq - x)^+ + c_u E(x - q)^+$$

参照文献[8],本文取零售商允许的最大期望损失为 $\alpha E_l$ 为最大允许损失值,其中, $\alpha$ 为损失参数。则零售商的决策问题为

$$\max_{r} \Pi_{r}(q)$$
s.t.  $El(q) \le \alpha E_{l}$ 

**定理 1** 记上述问题的解为  $q_r^*$ , 若  $\varphi p - w_o - kw_b - (1-k)w_e + c_u > 0$  、  $kw_e - w_o - kw_b - kc_o < 0$  及  $\varphi p - w_o + c_u > 0$  ,则

$$q_r^* = \begin{cases} q_r, & q_r \le Q_1 \\ Q_1, & q_r > Q_1 \end{cases}$$

其中 $Q_1$ 为方程 $El(q)-\alpha E_1=0$ 的唯一解。

证明: 当 $\varphi p - w_o - kw_b - (1-k)w_e + c_u > 0$ 、 $kw_e - w_o - kw_b - kc_o < 0$  及 $\varphi p - w_e + c_u > 0$ 成立时,由上述分析可知, $q_r$ 满足(2)式,且 $\Pi_r(q)$ 在 $(0,q_r)$ 上单调递增,在 $(q_r,+\infty)$ 上单调递减。

记 $H(q) = El(q) - \alpha E_l$ , 对H(q)分别关于q求二阶导数得:

$$\frac{\mathrm{d}^2 H(q)}{\mathrm{d}q^2} = k^2 c_o f(kq) + c_u f(x)$$

显然, $d^2H(q)/dq^2 > 0$ ,即H(q)是关于q的凸函数,又因为 $H(0) = \mu c_u - \alpha E_l \le 0$ ,故存在唯一的 $Q_l$ ,对满足 $0 \le q \le Q_l$ 的q,均有 $H(q) \le 0$ ,即 $El(q) \le \alpha E_l$ 成立,且 $Q_l$ 满足 $El(q) - \alpha E_l = 0$ 。

若 $q_r \leq Q_1$ ,则 $q_r^* = q_r$ ,否则由 $\Pi_r(q)$ 单调性可得, $q_r^* = Q_1$ 。

### 4. 协调分析

为了使供应链系统达到协调状态,一方面供应链成员之间实现双赢,契约参数需满足一定条件使允许有限损失零售商参与的分散式供应链系统的期望收益要等于集中式供应链系统的最大期望利润,即需要  $q_r = Q_c$ 。另一方面,为了使收益-期权契约能够得到供应链成员的积极履行,契约参数需满足一定条件使签订契约后的供应商与零售商的期望收益大于无契约时的情形,即  $\begin{cases} \Pi_r(Q_c) > \Pi_r^*, & \text{其中 }\Pi_r^*, \Pi_s^* \\ \Pi_s(Q_c) > \Pi_s^* \end{cases}, \text{其中 }\Pi_r^*, & \text{10 }\Pi_s^*, & \text{10$ 

无契约时最大期望收益[8]。

分析整理可得契约参数应满足 $w_{\min} \leq w_{e} \leq w_{\max}$ 时,供应链可以实现协调。其中

$$\begin{split} w_{\min} &= w_e^4 \;, \;\; w_{\max} = \left\{ w_e^1, w_e^2, w_e^3, w_e^5 \right\}, \\ w_e^1 &= \varphi p + c_u \;, \;\; w_e^2 = \varphi p + \frac{\left( p + c_u + c_o \right) \left( c_u + k c_o F \left( k Q_c \right) \right) - c_u \left( c_o + c \right)}{p + c_u - c}, \\ w_e^3 &= \varphi p + c_u + \frac{k c_o \left( p + c_u + c_o \right) \left( 1 - F \left( k Q_c \right) \right)}{c_o + c}, \\ w_e^4 &= \delta_1 / \left( \int_0^{Q_c} F \left( x \right) \mathrm{d} x - \frac{p + c_u - c}{p + c_u + c_o} Q_c \right), \\ w_e^5 &= \delta_2 / \left( \frac{p + c_u - c}{p + c_u + c_o} Q_c - \int_0^{Q_c} F \left( x \right) \mathrm{d} x \right), \\ \delta_1 &= \Pi_r^* - \left[ \frac{\left( \varphi p + c_u \right) \left( p + c_u - c \right)}{p + c_u + c_o} + k c_o F \left( k Q_c \right) + c_u \right] Q_c \\ &+ \left( \varphi p + c_u \right) \int_0^{Q_c} F \left( x \right) \mathrm{d} x + c_o \int_0^{k Q_c} F \left( x \right) \mathrm{d} x + \mu c_u, \\ \delta_2 &= \Pi_s^* + \left( 1 - \varphi \right) p \int_0^{Q_c} F \left( x \right) \mathrm{d} x + c_o \int_{k Q_c}^{Q_c} F \left( x \right) \mathrm{d} x \\ - \left[ \frac{\left( 1 - \varphi \right) p \left( p + c_u - c \right) + c_o \left( p + c_u \right)}{p + c_u + c_o} - k c_o F \left( k Q_c \right) \right] Q_c. \end{split}$$

#### 5. 数值分析

为了更直观的说明上述协调的效果,利用数值分析的方法对参数进行仿真模拟,为方便数值分析,

参考文献[8]本文假设市场需求 x 服从 [0,200] 的均匀分布,令 p=10 , c=3 ,  $c_o=5$  ,  $c_u=1$  ,  $\alpha=1.5$  ,利用 Matlab 软件,得以下数据  $Q_l=33.3333$  , $\alpha E_l=125$  , $Q_c=100$  , $El(Q_c)=150$  ,  $\Pi_r^*=125$  ,  $\Pi_s^*=150$  ,  $w_{\min}=0.5080$  。

假设 k=0.04,  $\varphi=0.95$ ,  $w_b=3$ ,  $w_e=1.2$ , 令  $Q\in [80,120]$ , 画出  $\Pi_r$ 、  $\Pi_c$  的图 1 所示,由图像观察可知,在订货量 Q=100 时,允许有限损失零售商和集中决策供应链同时达到最优。

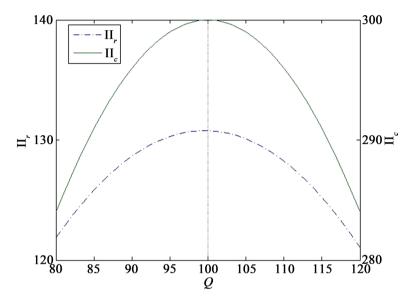


Figure 1. The expected profit curve of the retailer and the supply chain system 图 1. 零售商和供应链的期望利润曲线

根据前文的假设,观察 $\varphi$ 对期权契约参数 $w_a$ 的影响情况如表 1:

**Table 1.** The effect of  $\varphi$  on  $w_a$ 

表 1.  $\varphi$  对  $w_a$  的影响

$\varphi$	0.6000	0.6700	0.7100	0.7800	0.8500	0.9300	0.9600
$W_o$	2.8200	3.1700	3.3700	3.7200	4.0700	4.4700	4.6200

由表 1 可知随着  $\varphi$  的增加,供应商分享零售商收益的比例  $1-\varphi$  降低,促使供应商增加定价  $w_o$  来提高自身收益。

在区间[0.4080,1.6080]上,对 $w_a$ 进行取值,分析 $w_a$ 对供应链的影响情况如表 2:

**Table 2.** The effect of  $w_e$  on  $w_a$ , expected profit of retailers and suppliers

表 2.  $w_e$  对  $w_o$  、 零售商和供应商期望利润的影响

$W_e$	0.4080	0.5080	0.6080	0.9080	1.1080	1.3080	1.5080	1.6080
$W_o$	4.9383	4.8923	4.8463	4.7083	4.6163	4.5243	4.4323	4.3863
$\Pi_r - \Pi_r^*$	27.5000	25.0000	22.5000	15.0000	10.0000	5.0000	0.0000	-2.5000
$\Pi_s - \Pi_s^*$	-2.5000	0.0000	2.50000	10.0000	15.0000	20.0000	25.0000	27.5000

由表 2 可知,当  $0.5080 < w_e < 1.5080$  时,签订收益共享 - 期权联合契约的供应链中允许有限损失的零售商与供应商的期望收益大于无契约时的收益,实现协调。并观察到,随着期权执行价格的增加,零售商的期望利润逐渐减少,供应商的期望利润逐渐增加,当  $w_e < 0.5080$  或  $w_e > 1.5080$  时,供应链会因供应商或者零售商的期望收益小于无契约时的收益而失调,由此说明了该契约协调允许有限损失零售商参与的供应链的有效性。

#### 6. 结语

供应链不断发展的过程中,面对市场的不确定性,决策者往往具有损失规避的行为,本文以零售商 是允许有限损失为前提,引入收益共享-期权联合契约,分析了供应链协调时契约参数要满足的条件, 并用数值算例验证了契约的可行性。

## 基金项目

广西高校中青年教师科研基础能力提升项目(2019KY1142)。

## 参考文献

- [1] Barnes-Schuster, D., et al. (2002) Coordination and Flexibility in Supply Contracts with Options. Manufacturing & Service Operations Management, 4, 171-207. https://doi.org/10.1287/msom.4.3.171.7754
- [2] Mortimer, J.H. (2002) The Effects of Revenue-Sharing Contracts on Welfare in Vertically-Separated Markets: Evidence from the Video Rental Industry. *Harvard Institute of Economic Research Working Papers*, 12, 1832-1837. https://doi.org/10.2139/ssrn.336244
- [3] 胡本勇, 雷东, 陈旭. 基于收益共享与努力成本共担的供应链期权销量担保契约[J]. 管理工程学报, 2010, 24(3): 33-38.
- [4] 宋平,魏喆,杨琦峰.收益共享机制下期权契约对保兑仓模式的改进[J].财会月刊,2017(17):3-8.
- [5] 金香淑. 基于收益共享-双向期权契约的供应链金融风险控制研究[D]: [硕士学位论文]. 北京: 北京化工大学, 2018.
- [6] 张红,张凤武,周智雄.创新成本共担期权契约下损失厌恶型零售商主导的供应链协调研究[J].工业技术经济, 2018, 37(4): 22-29.
- [7] 朱宝琳, 薛林, 戢守峰, 等. 零售商风险规避下基于联合契约的双渠道供应链库存决策模型[J/OL]. 系统管理学报, 1-20. http://kns.cnki.net/kcms/detail/31.1977.N.20211203.0253.002.html
- [8] Zhao, X.Y. (2018) Retailers Allow Limited Loss of Supply Chain Coordination Research with Combined Contract. *Operations Research and Fuzziology*, **8**, 19-29. <a href="https://doi.org/10.12677/ORF.2018.81003">https://doi.org/10.12677/ORF.2018.81003</a>