

犹豫模糊语言下考虑前景理论的双边匹配方法

黄紫维, 王 静, 任 亮

武汉科技大学恒大管理学院, 湖北 武汉

收稿日期: 2022年7月1日; 录用日期: 2022年7月29日; 发布日期: 2022年8月4日

摘 要

针对犹豫模糊偏好信息下, 考虑主体期望值的双边匹配问题, 提出了一种基于前景理论的决策方法。通过对犹豫模糊语言偏好信息的处理, 同时引入前景理论, 并采用离差最大化方法求解属性权重, 给出了综合前景价值的计算公式; 构建了综合前景价值最大化的多目标规划模型, 并转化为单目标规划模型进行求解得到匹配方案; 最后通过求职者与岗位匹配的双边匹配实例分析说明了所提方法的实用性和有效性。

关键词

犹豫模糊语言, 双边匹配, 前景理论, 离差最大化

A Bilateral Matching Method Considering Prospect Theory in Hesitant Fuzzy Language

Ziwei Huang, Jing Wang, Liang Ren

Evergrande School of Management, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan Hubei

Received: Jul. 1st, 2022; accepted: Jul. 29th, 2022; published: Aug. 4th, 2022

Abstract

Aiming at the bilateral matching problem considering individual's expectation value under hesitant fuzzy evaluation information circumstance, a decision-making method based on prospect theory is proposed. The process of this paper is organized as follows: At the beginning, we describe

the way of scoring and measuring hesitant fuzzy language. Next, we derive the maximum deviation method for hesitant fuzzy language term sets to obtain criteria weights. Then, we introduce prospect theory into this paper and we give the formula of comprehensive prospect value, by which the multi-objective programming is constructed. Subsequently, the multi-objective programming model is converted into a single-objective programming model by the linear weighting method. Furthermore, the biunique matching proposal is obtained by the solution of the mentioned single-objective programming model. Feasibility and practicability of the proposed bilateral matching decision are proved by the matching example between employer and employee.

Keywords

Hesitant Fuzzy Language, Bilateral Matching, Prospect Theory, Maximum Deviation

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

现实生活中存在着大量涉及两个集合成员之间的匹配问题，称为双边匹配问题，如婚姻匹配问题[1]、知识服务供需匹配问题[2]、高校招生入学问题[3]、志愿服务志愿者匹配问题[4]等。双边匹配问题广泛存在于社会生产活动中，因此双边匹配问题具有重要的应用价值。

双边匹配的研究最早出现在婚姻匹配[1]，早期研究强调匹配一方主体对另一方主体的偏好信息，必须按严格偏好排序给出[5]。众多学者针对偏好信息的表达方式展开研究，乐琦，樊治平等研究了不完全偏好序的双边匹配方法[6] [7]。段歆玮等研究了多属性偏好下的双边匹配问题[8]，双边匹配偏好信息的确定产生了大量成果，有学者发现双边匹配参与者从多个维度对匹配对象做出语言评价能更充分地表达参与者的偏好信息[9]，这部分研究中客观地确定属性权重存在困难，最大离差法的思想在于根据决策变量的差异确定属性权重[10]，具有客观性。现实生活中的决策问题，决策者倾向使用模糊语言表达决策信息，利用模糊语言能让决策者更方便地表达自己的偏好，但模糊语言蕴含的信息无法用精确的数值表示[11]。Rodríguez 提出了犹豫模糊语言术语集(HFLTS)方法，用来表征模糊语言信息，通过文本无关语法和转换函数将决策者的模糊语言表达转化为能够参与计算的 HFLTS [12]。

目前双边匹配问题采用犹豫模糊语言术语集，能方便地表达决策者的偏好信息，但是在决策模型和决策方法中没有考虑到非理性因素的影响，这可能导致匹配参与者给出错误的偏好信息，前景理论对决策主体的非理性因素进行了刻画，在决策问题中引入前景理论可以减少非理性因素的影响[13]。该理论认为，决策主体对待收益损失呈现出不同的风险态度，当面临损失时，决策主体追求风险，以期减小损失；当面临收益时，决策主体规避风险，懂得适可而止[14]。本文通过匹配参与者给出的语言表达式信息生成 HFLTS，将蕴含在语言表达式中的信息转换为可供计算的 HFLTS，根据参与者偏好的差异，使用离差最大化方法确定各属性权重，使用前景理论对 HFLTS 对应的数值信息进行修正，得到综合前景价值，构建以双方综合前景价值最大的多目标规划模型进行求解，得到双边匹配方案。本文创新点在于在考虑以语言给出偏好信息的双边匹配问题中引入前景理论，尽量消除非理性影响，以求得到贴合实际的双边匹配方案。综上所述，本文针对犹豫模糊语言多属性双边匹配问题，引入前景理论，考虑决策问题中的非理性因素，提出了一种犹豫模糊语言下基于前景理论的双边匹配方法。

2. 相关理论

2.1. 双边匹配

双边匹配基于匹配双方给出的偏好信息，由匹配中介根据一定的匹配规则，完成两个不同匹配集合之间个体的一对一配对。记两个匹配主体集合分别为 A 、 B ，集合 A 中的元素可以表示为 $A = \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_n\}$ ，集合 B 中的元素可以表示为 $B = \{B_1, B_2, B_3, \dots, B_m\}$ ， A_i 表示集合 A 中的第 i 匹配主体， B_j 表示集合 B 中的第 j 匹配主体， $i \in I = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ ， $j \in J = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ 。假设 $m \leq n$ 且 $m \geq 2$ 采用一对一双边匹配，那么匹配集合 B 中的每一个个体 B_j 都可以有唯一的集合 A 中的个体 A_i 与之匹配。接下来，为一对一双边匹配决策问题做如下定义[15]：

定义 1：双边匹配是一个一对一的映射： $u: A \cup B \rightarrow A \cup B$ ，当且仅当 $\forall A_i \in A, B_j \in B$ 满足如下条件：1) $u(A_i) \in B$ ，2) $u(B_j) \in A \cup B_j$ ，3) 如果 $u(A_i) = B_j$ ，那么 $u(B_j) = A_i$ ，且 $u(A_i) \notin B \setminus B_j$ ，称 B_j 在匹配 u 下与 A_i 匹配。 u 下所有的匹配对构成匹配对集合。

1) 表示匹配个体 A_i 的匹配对象来自匹配集合 B ，2) 表示匹配个体 B_j 可以没有匹配对象，3) 表示若匹配个体 A_i 在匹配 u 下与 B_j 匹配，则匹配 u 下匹配个体 B_j 的匹配对象为 A_i ，且匹配个体 A_i 不在与匹配集合 B 中的其他个体配对。双边匹配示意图见图 1。

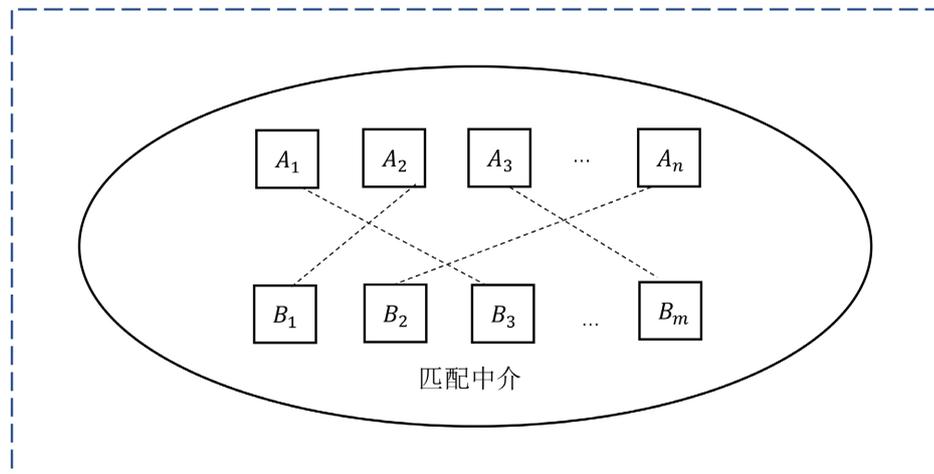


Figure 1. Bilateral matching diagram

图 1. 双边匹配示意图

2.2. 犹豫模糊语言术语集

考虑匹配个体偏好形式以犹豫模糊语言术语集的方式给出，下面给出犹豫模糊语言术语集的定义：

定义 2 [12]：设 $S^L = \{S_\theta | S_0, S_1, \dots, S_\theta\}$ 是一个语言术语集， $\theta+1$ 为该语言术语集的粒度。如果 H_s 是 S^L 上一个有限且连续的子集，则 H_s 是一个犹豫模糊语言术语集。 $H_s^1 = \{S_1, S_2, S_3\}$ 就是一个在语言术语集 S^L 下长度为 3 的犹豫模糊语言术语集。

其中语言术语集 S^L 具有以下性质：

若 $\alpha < \beta$ ，则 $S_\alpha < S_\beta$ ；

若 $\max(S_\alpha, S_\beta) = S_\beta$ ，则 $\min(S_\alpha, S_\beta) = S_\alpha$ ；

若 $S_\beta \geq S_\alpha$ ，则 $\min(S_\alpha, S_\beta) = S_\alpha$ 。

定义 3 [12]：设 G_H 为文本自由语法， S_η 为文本自由语法 G_H 在语言术语集 S^L 上生成的所有表达式

的集合, 则任意语言表达式 $\eta \in S_\eta$ 可通过转换函数 $F_{G_H} : S_\eta \rightarrow H_S$ 转换为犹豫模糊语言术语集:

$$\begin{aligned}
 F_{G_H}(S_t) &= \{S_t \mid S_t \in S^L\} \\
 F_{G_H}(\text{少于 } S_\beta) &= \{S_t \mid S_t \in S^L \text{ 且 } S_t < S_\beta\} \\
 F_{G_H}(\text{多于 } S_\beta) &= \{S_t \mid S_t \in S^L \text{ 且 } S_t > S_\beta\} \\
 F_{G_H}(\text{在 } S_\beta \text{ 与 } S_\alpha \text{ 之间}) &= \{S_t \mid S_t \in S^L \text{ 且 } S_\alpha > S_t > S_\beta\} \\
 F_{G_H}(\text{至多 } S_\beta) &= \{S_t \mid S_t \in S^L \text{ 且 } S_t \leq S_\beta\} \\
 F_{G_H}(\text{至少 } S_\beta) &= \{S_t \mid S_t \in S^L \text{ 且 } S_t \geq S_\beta\}
 \end{aligned}$$

例 1: 对于一个 5 粒度语言术语集 $S^L = \{S_1 = \text{极差}, S_2 = \text{差}, S_3 = \text{一般}, S_4 = \text{好}, S_5 = \text{极好}\}$ 作为原材料的语言术语集, 假设车间主任从三个属性维度对三种原材料做出评估, 评估矩阵如下:

$$\text{车间主任} = \begin{Bmatrix} \text{一般} & \text{极好} & \text{好} \\ \text{差} & \text{一般} & \text{至多一般} \\ \text{多于好} & \text{极好} & \text{至少好} \end{Bmatrix}$$

通过转换函数 F_{G_H} , 得到犹豫模糊语言术语集矩阵如下:

$$\text{车间主任} = \begin{Bmatrix} \{S_3\} & \{S_5\} & \{S_4\} \\ \{S_2\} & \{S_3\} & \{S_1, S_2, S_3\} \\ \{S_5\} & \{S_5\} & \{S_4, S_5\} \end{Bmatrix}$$

定义 5: 设 $H_S^1 = \{S_{\delta_1^1}, S_{\delta_2^1}, \dots, S_{\delta_l^1}\}$, $H_S^2 = \{S_{\delta_1^2}, S_{\delta_2^2}, \dots, S_{\delta_l^2}\}$ 是两个定义在语言术语集 S^L 上的犹豫模糊语言术语集。

给出 HFLTS 的得分函数[16]:

$$\text{FS}(H_S) = \delta^L - \frac{1}{L+1} \frac{\sum_{i=0}^L (\delta_i - \delta^L)}{\text{var}}, \text{ 其中 } \delta^L = \frac{1}{L+1} \sum_{i=0}^L \delta_i, \text{ var} = \frac{\sum_{i=0}^{L+1} i - \frac{L+1}{2}}{L+1}. \tag{1}$$

H_S^1 与 H_S^2 之间的欧氏距离公式[17]:

$$D_{ed}(H_S^1, H_S^2) = \left(\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left(\frac{\delta_l^1 - \delta_l^2}{L+1} \right)^2 \right)^{1/2} \tag{2}$$

当两个 HFLTS 的长度不相等时, 向 HFLTS 中添加语言术语, 扩充至相等的长度, 计算其欧氏距离 [17]。

2.3. 前景理论

前景理论认为现实中的人是有限理性的, 风险偏好受到损益情况的影响, 对于收益和损失, 决策者表现出不同的风险偏好态度。在收益的情形中, 决策者规避风险, 确保收益; 在损失的情形中, 决策者追求风险, 以求减少损失。前景理论指出, 决策者更在意相对值, 而不是决策结果的绝对值。选择决策者的心理预期值作为参考点。决策问题中引入前景理论, 使得结果更符合现实环境。前景理论的价值函数[15]是对决策者面对收益时的风险规避、面对损失时风险偏好的心理的刻画, 下面给出前景理论的价值函数

值函数, 其中 Δx 表示相较于参照点的偏离程度, v 表示前景价值:

$$v(\Delta x) = \begin{cases} \Delta x^\alpha, & \Delta x > 0, 0 < \alpha < 1 \\ -\theta \Delta x^\beta, & \Delta x \leq 0, 0 < \beta < 1, \theta > 0 \end{cases} \quad (3)$$

前景理论的价值函数中 α 、 β 表示决策者面临收益、损失时风险态度系数, 取值在 0 与 1 之间; θ 表示决策者的风险规避程度系数, 取值大于 1, 可以看出风险规避程度系数 θ 越接近 0, 决策者的风险规避心理就越强, 越远离 0 则表示决策者对风险越不在乎。

在 Tversky 和 Kahneman 的研究中, 他们建议 θ 取值在 2.0 和 2.5 之间[13]。当参数 $\alpha = \beta = 0.88$, $\theta = 2.25$ 时, 和经验数据比较接近, Abdellaoui 的研究也得到了相近的结果[18]。

3. 犹豫模糊语言下考虑前景理论双边匹配方法

对于双边匹配问题, 我们考虑匹配个体通过给出自身对对方匹配主体的多属性犹豫模糊语言评价来表达偏好意愿。匹配集合 A 中, 匹配个体 A_i 给出的多属性评价向量记为 $C^i = \{C_1^i, C_2^i, C_3^i, \dots, C_l^i\}$, 同理, 我们记匹配个体 B_j 给出的多属性评价向量记为 $C^j = \{C_1^j, C_2^j, C_3^j, \dots, C_k^j\}$, l 与 k 分别指匹配集合 A 、 B 关注的属性个数。我们记属性集合 C^i 对应的权重向量 $w^i = \{w_1^i, w_2^i, w_3^i, \dots, w_l^i\}$, $0 \leq w_l^i \leq 1$ 且 $\sum w_l^i = 1$; 记属性集合 C^j 对应的权重向量 $w^j = \{w_1^j, w_2^j, w_3^j, \dots, w_k^j\}$, $0 \leq w_k^j \leq 1$ 且 $\sum w_k^j = 1$ 。设匹配主体 A_i 的期望偏好向量为 $E_i^a = \{e_1^i, e_2^i, e_3^i, \dots, e_l^i\}$, 匹配主体 B_j 的期望偏好向量为 $E_j^b = \{e_1^j, e_2^j, e_3^j, \dots, e_k^j\}$ 。

匹配集合 A 、 B 同时给出偏好意愿信息, 得到偏好信息矩阵 $R_{n \times m}$ 、 $R_{m \times n}$, 偏好期望信息, 得到偏好期望矩阵 E^a 、 E^b , 其中偏好意愿信息都是以犹豫模糊语言的形式给出的。考虑解决的问题是双边匹配主体集合 A 和集合 B 分别依据属性指标, 以犹豫模糊语言评价的形式来表征双边主题的偏好意愿信息, 同时考虑现实非理性人情况, 决策过程中引入前景理论, 建立双边匹配优化模型, 实现双边主体的一一匹配。

3.1. 基于离差最大化的定权方法

双边匹配问题中属性权重的确定方法可以采用离差最大化的方法。离差最大化的方法在于找出关键的属性指标, 如果属性指标 C 对于所有匹配个体均无差别, 则属性指标 C 对匹配结果不产生影响, 可以将其属性权重系数设置为 0; 如果属性指标 C 对于不同的匹配个体产生较大差别, 则属性指标 C 对匹配结果产生较大影响, 应当认定属性指标 C 为关键的属性指标, 考虑对其赋予更大的属性权重系数。下面我们给出属性离差的计算公式。针对匹配个体 A_i 的属性向量分量 C_g^i , 分量 C_g^i ($g=1, 2, 3, \dots, l$) 与其他分量的离差可以表示为:

$$dev_g^i(w) = \sum_{q=1}^l D_{ed}(H_S^{ig}, H_S^{iq}) \times w_q$$

进而, 针对匹配集合 A 关注的属性分量 C_g , 分量 C_g 与其他分量的离差可以表示为:

$$dev_g(w) = \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^l D_{ed}(H_S^{ig}, H_S^{iq}) \times w_q$$

由此, 得出匹配集合 A 属性向量 C 的离差和为:

$$dev(w) = \sum_{g=1}^l \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^l D_{ed}(H_S^{ig}, H_S^{iq}) \times w_q$$

根据离差最大化的思想, 我们可以得到以下非线性规划问题

$$\begin{cases} \text{Max} \sum_{g=1}^l \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^l D_{ed}(H_S^{ig}, H_S^{iq}) \times w_g \\ \text{s.t. } w_g \geq 0, \sum_{g=1}^l w_g^2 = 1 \end{cases}$$

通过拉格朗日乘数法求解该非线性规划模型，进一步地，归一化处理权重向量，得到如下权重计算公式：

$$w_g = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^l D_{ed}(H_S^{ig}, H_S^{iq})}{\sum_{g=1}^l \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^l D_{ed}(H_S^{ig}, H_S^{iq})} \tag{4}$$

同理，得到匹配集合 B 的属性分量 w_b 的权重计算公式：

$$w_b = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{q=1}^k D_{ed}(H_S^{ib}, H_S^{iq})}{\sum_{b=1}^k \sum_{i=1}^m \sum_{q=1}^k D_{ed}(H_S^{ib}, H_S^{iq})} \tag{5}$$

3.2. 构建综合前景价值矩阵

考虑偏好属性信息由 HFLTS 的形式给出，当个体 A_i 与个体 B_j 匹配时，使用 C_i^{ij} 表示匹配个体 A_i 对匹配个体 B_j 属性 C_i^i 的 HFLTS， e_i^i 表示 A_i 对属性分量 C_i^i 的期望 HFLTS，为了对 HFLTS 进行计算，我们通过得分函数将 HFLTS 转换为数值，下面给出价值偏离量 Δx 的计算公式：

$$\Delta x = \text{FS}(C_i^{ij}) - \text{FS}(e_i^i) \tag{6}$$

通过价值函数 $v(\Delta x)$ 就得到了匹配个体 A_i 对匹配个体 B_j 属性 C_i^i 的前景价值 v_c^{ij} ，接下来对匹配集合 A 中的所有个体的所有属性计算前景价值，得到集合 A 的前景价值矩阵 PTM_a ，同理得到 PTM_b 。使用离差最大法得到的权重向量对每个匹配个体的多属性前景价值进行加权，得到匹配集合 A 的综合前景价值矩阵 $M_a(V_i^j)$ 、匹配集合 B 的综合前景价值矩阵 $M_b(V_j^i)$

$$V_i^j = \sum_{c=1}^j v_c^{ij} \times w_c \tag{7}$$

$$V_j^i = \sum_{c=1}^k v_c^{ij} \times w_c \tag{8}$$

3.3. 构造并求解双边匹配规划模型

Roth 指出双边匹配问题可以转化为线性规划问题求解[19]，以匹配双方综合前景价值最大化建立双边匹配的多目标线性规划模型，取 0-1 变量 x_i^j 表示匹配个体 A_i 与匹配个体 B_j 的匹配情况， $x_i^j = 1$ 时表示在匹配 u 下， A_i 与 B_j 匹配， $x_i^j = 0$ 时表示在匹配 u 下， A_i 未获得匹配对象。

$$\text{Max } Z_a = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_i^j \times V_i^j \tag{9}$$

$$\text{Max } Z_b = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_i^j \times V_j^i \tag{10}$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^n x_i^j = 1, j = 1, 2, \dots, m \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^m x_i^j \leq 1, i=1,2,\dots,n \quad (12)$$

$$x_i^j = \{0,1\} \quad (13)$$

式(9)表示最大化匹配集合 A 的综合前景价值, 式(10)表示最大化匹配集合 B 的综合前景价值; 式(11)表示匹配集合 B 的任一个体都有个体 A_i 与之匹配, 式(12)表示匹配集合 A 中的个体存在未获得匹配对象的情况。

将式(9)、(10)、(11)、(12)、(13)转化为单目标线性规划。根据目标函数量纲相同的特点, 采用简单线性加权, 设 ω_a 表示匹配集合 A 的综合前景价值最大化目标函数的权重; ω_b 表示匹配集合 B 的综合前景价值最大化目标函数的权重, 满足 $\omega_a + \omega_b = 1$, 公平起见, 假定 $\omega_a = \omega_b = 0.5$, 可得如下线性规划模型:

$$\text{Max } Z = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n x_i^j \times (\omega_a \times V_j^j + \omega_b \times V_i^j) \quad (14)$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^n x_i^j = 1, j=1,2,\dots,m \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^m x_i^j \leq 1, i=1,2,\dots,n \quad (16)$$

$$x_i^j = \{0,1\} \quad (17)$$

3.4. 双边匹配决策方法步骤

综上犹豫模糊语言下考虑前景理论双边匹配方法求解步骤如下:

第一步, 通过转换函数 F_{GH} 将所有匹配个体提供的语言表达式转换为犹豫模糊语言术语集;

第二步, 根据犹豫模糊语言信息, 通过式(2)、(4)、(5)求解匹配双方的属性权重向量 w^i 、 w^j ;

第三步, 根据式(1)、(3)、(6)、(7)、(8)计算每个匹配方案的综合前景价值, 得到匹配双方的综合前景价值矩阵 $M_a(V_i^j)$ 、 $M_b(V_j^i)$;

第四步, 根据式(9)、(10)、(11)、(12)、(13)构建双边匹配模型, 并通过线性加权得到单目标规划模型式(14)、(15)、(16)、(17);

第五步, 求解该单目标规划模型, 得到匹配方案 u 。

4. 算例分析

某人力资源中介平台提供岗位匹配服务, 现有 6 名求职者, 记作 $(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6)$ 向该平台申请了岗位需求服务, 同时有 5 家企业, 记作 $(B_1, B_2, B_3, B_4, B_5)$ 申请了人才需求服务, 中介平台将在满足双方意愿的情况下, 尽可能地达成岗位与人才匹配。求职者对其关心的公司 4 个属性做出了模糊语言评价, 记作 $(C_1^a, C_2^a, C_3^a, C_4^a)$; 与此同时, 每个公司对求职者的 4 个特性做出了模糊语言评价, 记作 $(C_1^b, C_2^b, C_3^b, C_4^b)$ 。每名求职者至多只能获得 1 个岗位, 每个岗位只有 1 个名额, 中介平台会根据双方的评价完成匹配。

假设求职者对他们关心的薪资报酬、员工福利、晋升机会、通勤成本 4 个方面属性进行评价; 每个公司从专业知识水平、工作经验、英语水平、计算机水平 4 个方面对求职者做出评价。

选取语言术语集 $S = \{S_0 = \text{非常不满意}, S_1 = \text{比较不满意}, S_2 = \text{有些不满意}, S_3 = \text{一般}, S_4 = \text{有些满意}, S_5 = \text{比较满意}, S_6 = \text{非常满意}\}$ 。

收集匹配双方给出的语言评价信息，通过转换函数 F_{GH} 得到基于 HFLTS 的求职者属性偏好信息矩阵 $R_{n \times m}$ 见表 1、求职者偏好期望矩阵 E^a 见表 2。

Table 1. Job seeker attribute preference information matrix for companies $R_{n \times m}$

表 1. 求职者对公司的属性偏好信息矩阵 $R_{n \times m}$

	B_1				B_2			
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_2, S_3\}$
A_2	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_5, S_6\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_1, S_2\}$	$\{S_5, S_6\}$	$\{S_0, S_1\}$
A_3	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_5, S_6\}$
A_4	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4\}$
A_5	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_1, S_2\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_3, S_4\}$
A_6	$\{S_1, S_2\}$	$\{S_5, S_6\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_3, S_4\}$
	B_3				B_4			
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$
A_2	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_5, S_6\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$
A_3	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_1, S_2\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_5, S_6\}$
A_4	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_5, S_6\}$	$\{S_1, S_2\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_4, S_5\}$
A_5	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_4, S_5\}$
A_6	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_1, S_2\}$
	B_5							
	C_1	C_2	C_3	C_4				
A_1	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$				
A_2	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_0, S_1\}$				
A_3	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_5, S_6\}$	$\{S_4, S_5\}$				
A_4	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_4, S_5\}$				
A_5	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$				
A_6	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$				

Table 2. Job seeker preference expectation matrix E^a
表 2. 求职者偏好期望矩阵 E^a

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3\}$
A_2	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3\}$
A_3	$\{S_1, S_2\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$
A_4	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3\}$
A_5	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_4, S_5\}$
A_6	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_2, S_3\}$

通过离差最大化方法(式(2)、(4)、(5))求得求职者集合 A 的属性权重向量 $w^j = \{0.2488, 0.1734, 0.2922, 0.2856\}$ 。

收集匹配双方给出的语言评价信息，通过转换函数 F_{GH} 得到基于 HFLTS 的招聘专员属性偏好信息矩阵 $R_{m \times n}$ 见表 3、招聘专员期望偏好矩阵 E^b 见表 4：

Table 3. Companies attribute preference information matrix for job seekers R_{mn}
表 3. 公司对求职者的属性偏好信息矩阵 R_{mn}

	A_1				A_2			
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_1	C_2	C_3	C_4
B_1	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_5, S_6\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_1, S_2\}$
B_2	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_5, S_6\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$
B_3	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3\}$
B_4	$\{S_5, S_6\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_5, S_6\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$
B_5	$\{S_1, S_2\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_1, S_2\}$	$\{S_3, S_4\}$
	A_3				A_4			
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_1	C_2	C_3	C_4
B_1	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$
B_2	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3\}$
B_3	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1\}$
B_4	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$
B_5	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_1, S_2\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_5, S_6\}$

Continued

	A_5				A_6			
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_1	C_2	C_3	C_4
B_1	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$
B_2	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_5, S_6\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_0, S_1\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$
B_3	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_1, S_2\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_0, S_1, S_2\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_1, S_2\}$
B_4	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_4, S_5\}$
B_5	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_4, S_5, S_6\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_5, S_6\}$

Table 4. Company expectation preference matrix E^b

表 4. 公司期望偏好矩阵 E^b

	C_1	C_2	C_3	C_4
B_1	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3\}$
B_2	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_3, S_4, S_5\}$	$\{S_2, S_3\}$
B_3	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3\}$	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3\}$
B_4	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3\}$
B_5	$\{S_3, S_4\}$	$\{S_1, S_2, S_3\}$	$\{S_2, S_3, S_4\}$	$\{S_2, S_3\}$

通过离差最大化方法(式(2)、(4)、(5))求得招聘专员集合 B 的属性权重向量 $w^j = \{0.2350, 0.2670, 0.2527, 0.2453\}$ 。

将 HFLTS 转化为得分值(式(1)), 得到数值型的多属性偏好信息, 通过权重向量 w^i 、 w^j , 将多属性偏好信息转化为全部匹配组合的综合前景价值, 分别得到综合前景价值矩阵, 为了求解多目标规划模型(式(14)、(15)、(16)、(17)), 通过线性加权得到如下矩阵 R_{jm} 见表 5:

Table 5. Comprehensive prospect matrix R_{jm} after linear weighting

表 5. 线性加权后的综合前景矩阵 R_{jm}

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A_1	-0.2254	-2.8261	-1.2638	1.2533	-1.371
A_2	-1.0072	-0.9808	-0.8781	-1.059	-1.0051
A_3	-0.2585	0.2058	0.4752	0.6973	-0.4027
A_4	0.0276	-1.4395	-1.0058	-0.7519	1.3123
A_5	-1.7304	-0.9686	-1.7656	0.5122	0.0697
A_6	-0.7292	-2.2151	-1.4732	-1.0114	0.1289

通过求解以上模型，得到匹配结果 $x_6^1=1, x_5^2=1, x_3^3=1, x_1^4=1, x_4^5=1$ ，剩余 $x_i^j=0$ ，可以看到，求职者 A_6 获得企业 B_1 的工作岗位，求职者 A_5 获得企业 B_2 的工作岗位，求职者 A_3 获得企业 B_3 的工作岗位，求职者 A_1 获得企业 B_4 的工作岗位，求职者 A_4 获得企业 B_5 的工作岗位，求职者 A_2 没有获得工作岗位。

若不考虑前景理论，直接根据匹配主体给出的犹豫模糊评价信息进行双边匹配，这种方式记为方法 2。求解得到的匹配结果为 $x_2^1=1, x_5^2=1, x_3^3=1, x_1^4=1, x_4^5=1$ ，剩余 $x_i^j=0$ 。求职者 A_6 没有获得工作岗位。求职者 A_5 获得企业 B_2 的工作岗位，求职者 A_3 获得企业 B_3 的工作岗位，求职者 A_1 获得企业 B_4 的工作岗位，求职者 A_4 获得企业 B_5 的工作岗位，求职者 A_2 获得企业 B_1 的工作岗位。

记本文给出的方法为方法 1。方法 1 中求职者 A_6 与企业 B_1 匹配，求职者 A_2 没有达成匹配；方法 2 中求职者 A_2 与企业 B_1 匹配，求职者 A_6 没有达成匹配。从图 2 观察到，企业 B_1 对求职者 A_2 、 A_6 的综合前景价值均为负值，企业 B_1 认为求职者 A_2 、 A_6 的能力低于 B_1 的期望偏好，若与之匹配，前景价值表现为损失，这时 B_1 会追求减小损失，因此 B_1 更偏好与求职者 A_6 达成匹配，同时整个匹配的综合前景价值提升。

考虑前景理论时求职者 A_2 对企业 B_1 的满意度最低，同时企业 B_1 对求职者 A_2 的满意度也最低，综合前景价值为负，若企业 B_1 与求职者 A_2 匹配，对双方都比表现为损失，使用前景理论后求职者 A_6 获得企业 B_1 的工作岗位，综合前景价值由 -1.0072 上升到 -0.7292 ，这符合人们对于面对损失以求减少损失的心理。如图 2，综合前景价值。

记本文给出的方法为方法 1。方法 1 与方法 2 的比较见图 2。图中所有的正方形代表所有可能的匹配，圆形代表方法 1 的匹配结果，三角形代表方法 2 的匹配结果。综合前景价值小于 0 的点代表匹配双方对彼此的评价均在自身期望之下，若发生匹配，根据前景理论匹配双方均受到损失。方法 1 中求职者 A_6 与企业 B_1 匹配，可以在图中横轴上点 $A6B1$ 上方看到圆形标记，求职者 A_2 没有达成匹配，横轴上点 $A2B1$ 只有三角形标记；使用前景理论时，企业 B_1 放弃了与求职者 A_2 的匹配，选择与求职者 A_6 匹配，此时综合前景价值上升，整个匹配的综合前景价值获得提高。相较于考虑语言偏好信息但未考虑匹配参与者心理因素的双边匹配方法[9]，本方法得到的匹配结果的综合前景价值更高，得到的匹配方案更贴合实际。

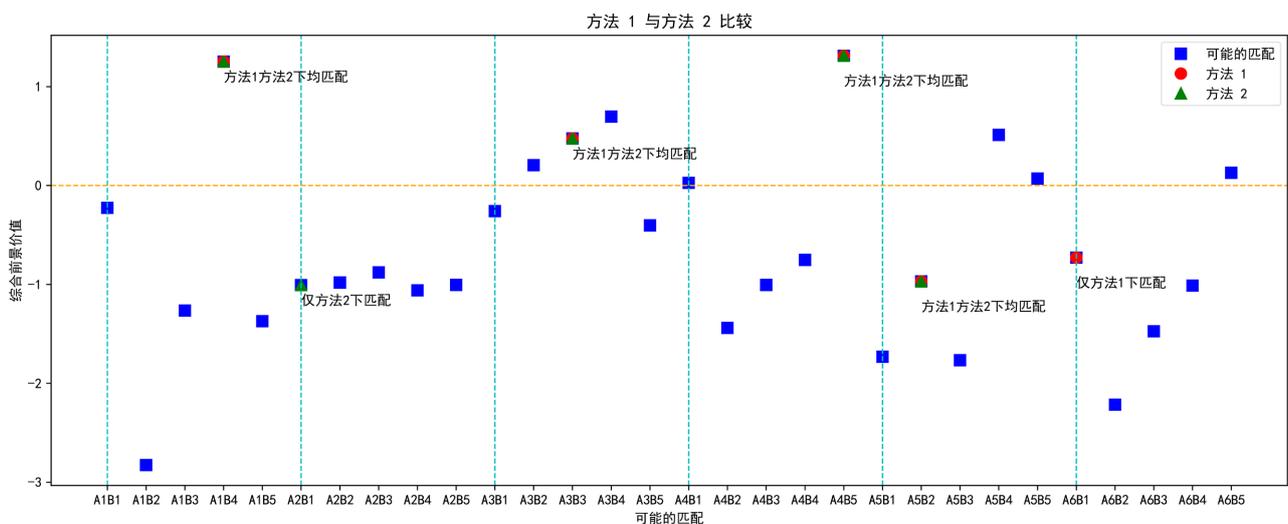


Figure 2. Comparison between method 1 and method 2

图 2. 方法 1 与方法 2 比较

5. 总结

在复杂不确定的现实决策环境中, 风险收益带来的心理行为和评价信息的表达方式都会影响决策结果。针对决策主体规避风险心理行为, 以及主体倾向用犹豫模糊语言给出偏好信息双边匹配问题, 提出了一种考虑前景理论的双边匹配决策方法。本方法考虑了复杂的决策环境中决策者的犹豫与不确定情形, 决策过程中匹配主体从相对值出发考虑问题及对待得失的不同态度等非理性因素, 在双边匹配求职环境中具有很大的应用价值。进一步的工作是将此方法扩展到多对多的双边匹配问题中。

基金项目

湖北省自然科学基金青年项目, 2020CFB142, 满意度视角下基于前景理论的物流配送优化问题研究。

参考文献

- [1] Gale, D. and Shapley, L.S. (1962) College Admissions and the Stability of Marriage. *American Mathematical Monthly*, **69**, 9-15. <https://doi.org/10.1080/00029890.1962.11989827>
- [2] 李颖新, 刘继红, 张宏, 等. 云制造下设计任务与知识资源双边匹配方法[J]. 计算机集成制造系统, 2022, 28(2): 643-648. <https://doi.org/10.13196/j.cims.2022.02.026>
- [3] Liu, J. and Chiu, D.M. (2010) Reciprocating Preferences Stabilize Matching: College Admissions Revisited. *Computer Science*.
- [4] Chen, S.Q., et al. (2021) Two-Sided Matching Model for Assigning Volunteer Teams to Relief Tasks in the Absence of Sufficient Information. *Knowledge-Based Systems*, **232**, Article ID: 107495. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2021.107495>
- [5] 姜艳萍, 孔德财, 袁锋宁. 具有序区间偏好信息的双边稳定匹配决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2017, 37(8): 2152-2161.
- [6] 乐琦, 樊治平. 基于不完全序值信息的双边匹配决策方法[J]. 管理科学学报, 2015, 18(2): 23-35.
- [7] 乐琦. 基于累积前景理论的具有不完全序值信息的双边匹配决策方法[J]. 运筹与管理, 2013(4): 26-32. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1007-3221.2013.04.006>
- [8] 段歆玮, 詹文杰, 杨洁. 多属性双边匹配模型及其应用研究[J]. 管理学报, 2016, 13(6): 899-905. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1672-884x.2016.06.013>
- [9] 张笛, 朱帮助. 基于语言偏好信息的满意公平稳定双边匹配方法[J]. 系统工程理论与实践, 2019, 39(9): 2412-2420. <https://doi.org/10.12011/1000-6788-2018-0140-09>
- [10] 金贵, 周礼刚, 吴澎, 等. 属性权重未知情形下的q阶orthopair犹豫模糊TOPSIS法[J]. 计算机工程与应用, 2022, 58(6): 256-263. <https://doi.org/10.3778/j.issn.1002-8331.2009-0496>
- [11] 廖虎昌, 缙迅杰, 徐泽水. 基于犹豫模糊语言集的决策理论与方法综述[J]. 系统工程理论与实践, 2017, 37(1): 35-48.
- [12] Rodriguez, R.M., et al. (2012) Hesitant Fuzzy Linguistic Term Sets for Decision Making. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **20**, 109-119. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2011.2170076>
- [13] Sun, Q.Z., Polman, E. and Zhang, H.R. (2021) On Prospect Theory, Making Choices for Others, and the Affective Psychology of Risk. *Journal of Experimental Social Psychology*, **96**, Article ID: 104177.
- [14] Tversky, A. and Kahneman, D. (2016) *Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty*. Springer International Publishing, Berlin. https://doi.org/10.1007/978-3-319-20451-2_24
- [15] Gale, D. (2001) The Two-Sided Matching Problem: Origin, Development and Current Issues. *International Game Theory Review*, **3**, 237-252. <https://doi.org/10.1142/S0219198901000373>
- [16] Wei, C., Ren, Z., et al. (2015) A Hesitant Fuzzy Linguistic TODIM Method Based on a Score Function. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, **8**, 701-712. <https://doi.org/10.1080/18756891.2015.1046329>
- [17] Li, P. and Wei, C. (2018) A Case-Based Reasoning Decision-Making Model for Hesitant Fuzzy Linguistic Information. *International Journal of Fuzzy Systems*, **20**, 2175-2186. <https://doi.org/10.1007/s40815-017-0391-1>
- [18] Abdellaoui, M. (2000) Parameter-Free Elicitation of Utility and Probability Weighting Functions. *Management Science*,

46, 1497-1512. <https://doi.org/10.1287/mnsc.46.11.1497.12080>

- [19] Roth, A.E., Rothblum, U.G. and Vate, J.H.V. (1993) Stable Matchings, Optimal Assignment and Linear Programming. *Mathematics of Operations Research*, **18**, 803-828. <https://doi.org/10.1287/moor.18.4.803>