

# 基于自适应事件触发的离散时滞T-S模糊模型的降阶估计

张亚平\*, 张梦瑶

上海理工大学理学院, 上海

收稿日期: 2023年3月2日; 录用日期: 2023年4月15日; 发布日期: 2023年4月23日

## 摘要

本文研究了离散时滞 Takagi-Sugeno 模糊系统的  $l_2 - l_\infty$  降阶滤波器设计问题。针对离散时滞 Takagi-Sugeno 模糊动态系统, 设计了降阶滤波器将原模型转化为线性低阶模型。该滤波器还可以用  $l_2 - l_\infty$  性能近似原始系统, 使用一种新的自适应事件触发方案来减少网络的通信负载和计算资源。通过将模糊降阶滤波器的滤波问题转化为凸优化问题, 给出了设计模糊降阶滤波器的条件。最后, 通过两个算例验证了所提设计方案的可行性和适用性。

## 关键词

T-S模糊模型,  $l_2 - l_\infty$  性能, 自适应事件触发, 状态估计, 模型降阶

# Reduced Order Estimation of Discrete Time Delay T-S Fuzzy Model Based on Adaptive Event Triggering

Yaping Zhang\*, Mengyao Zhang

College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Mar. 2<sup>nd</sup>, 2023; accepted: Apr. 15<sup>th</sup>, 2023; published: Apr. 23<sup>rd</sup>, 2023

## Abstract

In this paper, the design problem of  $l_2 - l_\infty$  reduced order filter for discrete time delay Taka-

\*通讯作者。

gi-Sugeno fuzzy systems is studied. For discrete time delay Takagi-Sugeno fuzzy dynamic systems, a  $l_2 - l_\infty$  reduced order filter is designed to transform the original model into a linear low order model. The filter can also approximate the performance of the original system, and a new adaptive event triggering scheme can be used to reduce the communication load and computing resources of the network. By transforming the filtering problem of the fuzzy reduced order filter into a convex optimization problem, the conditions for designing the fuzzy reduced order filter are given. Finally, two examples are given to verify the feasibility and applicability of the proposed design scheme.

## Keywords

T-S Fuzzy Model,  $l_2 - l_\infty$  Performance, Adaptive Event Triggering, State Estimate, Model Reduction

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

在许多工程领域, 物理系统和过程是非线性和随机的, 这给系统分析和设计带来了严重的困难, 研究人员一直致力于寻求一种有效的逼近非线性系统的方法。T-S 模糊模型[1]的出现是分析和综合非线性系统的一种有效方法。它通过表示系统局部线性输入输出关系的模糊 IF-THEN 规则族对任何光滑非线性函数的通用近似。通过分段光滑隶属函数的混合, 得到了非线性系统的一般模型。到目前为止, 已有大量关于 T-S 模糊系统的研究成果。近年来, T-S 模糊系统的估计问题引起了相当多的研究[2] [3]。目前已经提出了多种估计策略, 如卡尔曼滤波[4],  $H_2$  滤波[5],  $H_\infty$  滤波[6],  $l_2 - l_\infty$  (离散时间系统的  $L_2 - L_\infty$ ) 滤波[7]。需要指出的是, 在各种滤波策略中, 旨在将滤波误差限制在能量峰值范数指定的范围内的滤波受到了特别的关注[8]。

网络控制系统中的信息传输过程是通过通信信道进行的。随着通信网络的引入, 网络引起的通信延迟、带宽有限等问题是不可避免的。为了节省宝贵的网络资源, 事件触发方案(ETS)得到了许多研究者的关注, 它可以被视为传统时间触发方案的替代品, 在现有的事件触发方案中, 通常采用恒定阈值。该机制不能动态调整通信频率以提高系统性能。而由于自适应方案可以根据系统信息实时调节信息的传输频率, 因此近年来日益受到研究学者的广泛关注(详见[9] [10])。例如, 在[10]中开发了一种涉及自适应阈值的事件触发通信方案, 用于描述为 T-S 模型的一类非线性系统; 在该模型下, 采用了一种有趣的异步前提重构方法, 放宽了系统规则和控制规则的前提同步要求的假设。对于[9]所采用的方案, 自适应阈值取决于系统的动态误差。但是由于现有的事件触发阈值调节函数都是具有单调性的函数, 所以如何打破阈值函数单调性成为自适应通信机制设计重要的研究问题之一。因此, 本文的主要动机之一是提出一种新的自适应规则来服务于模糊系统的状态估计问题。

各个工程领域的非线性动力系统通常需要[11] [12]等高阶数学模型, 这可能会增加估计系统性能和分析稳定性的难度和复杂性, 因此, 用基于一定准则的低阶滤波器来简化原系统的方法一直是研究的热点[13]。降阶滤波的目标是在特定标准的基础上加入一个比原始系统低阶的滤波器。在过去的几年里, 已经引入了许多技术利用降阶滤波器处理数学模型, 例如  $H_\infty$  [14]和  $H_2$  方法[15]。降阶滤波器设计在实际应用中具有实现灵活和简单的优点, 但值得注意的是, 目前对 T-S 模糊系统  $l_2 - l_\infty$  滤波的研究还很有限, 特别是在降阶滤波方面。因此, 研究 T-S 模糊系统的降阶滤波器设计在理论和实践上都具有重要意义, 这也是我们开展本研究的动机。

关于 T-S 模糊系统的  $l_2-l_\infty$  滤波和自适应事件触发方案的研究非常少, 相关的降阶滤波问题虽然具有理论和实际意义, 但却鲜有尝试。因此, 本文的目标是解决采用自适应事件触发通信方案的非线性 T-S 模糊系统的降阶  $l_2-l_\infty$  滤波问题。本文的主要贡献如下:

- 1) 得到了 T-S 模糊系统滤波的理想解。这些系统的  $l_2-l_\infty$  滤波和降阶滤波器设计问题也得到了解决。并且在保证  $l_2-l_\infty$  性能约束下, 给出了估计误差系统指数稳定的充分条件。
- 2) 将事件触发通信方案与模糊滤波器耦合, 提出了一种自适应事件触发方案, 并设计了单调递减的自适应函数, 以减少有限网络资源的使用, 该通信方案可用于决定是否传输采样信号。
- 3) 由于滤波条件包括非线性矩阵不等式, 利用互凸方法将非凸可行性问题转化为凸优化问题, 并易于用一些标准可用软件求解。

## 2. 问题描述

考虑 T-S 模糊时变模型所描述的非线性离散系统。

研究对象的模糊形式: 模糊规则  $i$ : 如果  $\theta_1(k)$  是  $M_{i1}$ ,  $\dots$ ,  $\theta_p(k)$  是  $M_{ip}$ , 则

$$\begin{cases} x(k+1) = A_i x(k) + B_i x(k - \tau_k) + C_i \omega(k) \\ y(k) = D_i x(k) \\ z(k) = E_i x(k) \end{cases} \quad (1)$$

其中  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  为系统的状态向量;  $y_i(k) \in \mathbb{R}^q$  为测量输出;  $z_i(k) \in \mathbb{R}^m$  为待估计信号。  $\omega(k)$  为外生扰动输入, 假设其属于  $l_2 \in [0, +\infty)$ 。  $\tau_k$  为时变时滞, 且满足  $0 < \tau_m \leq \tau_k \leq \tau_M$ , 其中  $\tau_m$ ,  $\tau_M$  为正整数。  $\theta_i(k) = (\theta_1^i, \theta_2^i, \dots, \theta_p^i)$  是模糊前件变量;  $M_{ij}$  ( $j=1, 2, \dots, p$ ) 是模糊集合;  $r$  是模糊规则数。  $A_i, B_i, C_i, D_i$  和  $E_i$  是具有适当维数的系统矩阵。模糊基地函数为

$$h_i(\theta_i(k)) = \frac{M_i(\theta_i(k))}{\sum_{j=1}^r M_j(\theta_i(k))}, \quad M_i(\theta_i(k)) = \prod_{g=1}^p M_{ig}(\theta_g(k))$$

其中  $M_{ig}(\theta_g(k))$  表示  $\theta_g(k)$  在  $M_{ig}$  的隶属度。显然, 对于所有的  $k$ , 隶属度函数满足

$$h_i(\theta_i(k)) \geq 0, i=1, 2, \dots, r, \quad \sum_{i=1}^r h_i(\theta_i(k)) = 1.$$

考虑基于上面的模糊控制规则, 可得到被控对象的离散 T-S 模糊时变时滞系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta_i(k)) (A_i x(k) + B_i x(k - \tau_k) + C_i \omega(k)) \\ y(k) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta_i(k)) (D_i x(k)) \\ z(k) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta_i(k)) (E_i x(k)) \end{cases} \quad (2)$$

在本文中, 我们将提出降阶模糊滤波器。假设模糊滤波器的前提变量和隶属函数与 T-S 模糊系统中的相同。利用并行分布式补偿方法, 提出了采用相同 IF-THEN 段的模糊规则相关滤波器。然后, 目标是如何设计一个降阶动态滤波器。

研究对象的模糊形式: 模糊规则  $i$ : 如果  $\theta_1(k)$  是  $M_{i1}$ ,  $\dots$ ,  $\theta_p(k)$  是  $M_{ip}$ , 则

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = \hat{A}_i \hat{x}(k) + \hat{B}_i \hat{x}(k - \tau_k) + \hat{D}_i \hat{y}(k) \\ \hat{z}(k) = \hat{E}_i \hat{x}(k) \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $\hat{x}(k) \in \mathbb{R}^r$  ( $0 < r < n$ ) 表示滤波器的状态向量,  $\hat{y}(k)$  表示滤波器实际输入信号,  $\hat{z}_i(k) \in \mathbb{R}^p$  表示估计信号  $z(k)$ ,  $\hat{A}_i, \hat{B}_i, \hat{D}_i$  及  $\hat{E}_i$  为需要确定的具有适当维数的矩阵。此外, 式(3)中的模糊滤波器紧凑表示为

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta_i(k)) (\hat{A}_i \hat{x}(k) + \hat{B}_i \hat{x}(k - \tau_k) + \hat{D}_i \hat{y}(k)) \\ \hat{z}(k) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta_i(k)) (\hat{E}_i \hat{x}(k)) \end{cases} \quad (4)$$

本文采用了一种自适应事件触发通信技术来决定输出信号  $y(k)$  是否可以传输到降阶滤波器, 减少了数据传输压力, 节约了宝贵的通信资源。假设触发时刻序列为  $0 \leq t_0 < t_1 < \dots < t_l < \dots$ , 由下面条件得到:

$$t_{l+1} = \min \{k \in \mathbb{N} \mid k > t_l, \zeta^T(k) \Omega \zeta(k) - \eta(k) y^T(t_l) \Omega y(t_l) > 0\} \quad (5)$$

其中  $\zeta(k)$  为  $\zeta(k) \triangleq y(t_l) - y(k)$ ,  $y(t_l)$  是估计器的最新触发传输时刻,  $\Omega$  是正定对称矩阵,  $\eta(k)$  是待设计的时变事件触发阈值。为了实现事件触发阈值参数自适应调节, 本节提出了一个基于标量  $\eta(k)$  的自适应规则, 如下所示:

$$\eta(k+1) = \min \left\{ \max \left\{ \eta_m, \eta(k) \left( 1 - \frac{2a}{\pi} \arctan \left[ \left\| \zeta(k) \right\| - b \right] \right) \right\}, \eta_M \right\} \quad (6)$$

其中,  $\arctan(\cdot)$  为反正切函数;  $\eta_M$  和  $\eta_m$  都是正标量, 并且  $\eta_m \leq \eta_M$ ;  $0 < a < 1$  和  $b > 0$  是两个给定的常数, 被用来调节  $\arctan(\cdot)$  的输出值。此外,  $\eta(0) = \eta_m$ 。根据自适应规则, 可以容易地得到下面的引理。

**引理 1:** 对于自适应事件触发条件(3.10), 其初始条件  $\eta(0) = \eta_m > 0$ , 标量函数  $\eta(k)$  对于所有的  $k \in \mathbb{N}$  都满足  $\eta_m \leq \eta(k) \leq \eta_M$ , 并且事件触发条件  $\zeta^T(k) \Omega \zeta(k) \leq \eta_M y^T(t_l) \Omega y(t_l)$  也成立。

**注 1:** 在式(3.12)中的函数  $\arctan(\cdot)$  有上下界, 即  $\arctan(\cdot) \in (-2^{-1}\pi, 2^{-1}\pi)$ 。另外利用可调参数  $a$  和  $b$ , 可以实现自适应调整事件触发阈值  $\eta(k)$ 。特别地, 当  $\|\zeta(k)\| > b$  时, 可以推导出  $1 - \frac{2a}{\pi} \arctan[\|\zeta(k)\| - b] < 1$ , 所以  $\eta(k+1) < \eta(k)$  成立。在这种情况下, 自适应事件触发协议将使用更小的阈值  $\eta(k+1)$  来设置更快的通信频率, 以减少误差  $\zeta(k)$  对系统的影响。相反, 当  $\|\zeta(k)\| < b$  时, 有  $\eta(k+1) > \eta(k)$  这将意味着系统将采用一个较大的  $\eta(k+1)$ , 来实现调低通信频率, 从而节省更多的通信带宽和通信资源。此外, 本节所提出的自适应事件触发规则可以通过设置不同的  $\eta_m$  和  $\eta_M$  退化为一一些熟悉的通信方案。例如, 当  $\eta_M = \eta_m > 0$  时, 该自适应事件触发机制将退化为常见的常数阈值事件触发通信机制; 当  $\eta_M = \eta_m = 0$  时, 此时其退化为周期采样事件触发通信机制。显然, 该方案的通信速率可以在周期采样事件触发通信机制和常数阈值事件触发机制之间实现折衷。

考虑到自适应事件触发机制, 降阶滤波器的输入可以进一步表示为

$$\hat{y}(k) = y(t_l) = y(k) + \zeta(k) \quad (7)$$

因此, 降阶滤波器可以进一步表示为

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta_i(k)) (\hat{A}_i \hat{x}(k) + \hat{B}_i \hat{x}(k - \tau_k) + \hat{D}_i (y(k) + \zeta(k))) \\ \hat{z}(k) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta_i(k)) (\hat{E}_i \hat{x}(k)) \end{cases} \quad (8)$$

令  $e(k) \triangleq [x^T(k) \quad \hat{x}^T(k)]^T$ ,  $\tilde{z}(k) \triangleq z(k) - \hat{z}(k)$ , 可得如下估计误差系统:

$$\begin{cases} e(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta_i(k)) (\bar{A}_i e(k) + \bar{B}_i e(k-\tau_k) + \bar{C}_i \omega(k) + \bar{D}_i \zeta(k)) \\ \tilde{z}(k) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta_i(k)) (\bar{E}_i e(k)) \end{cases} \quad (9)$$

其中  $\bar{A}_i \triangleq \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ \hat{D}_i D_i & \hat{A}_i \end{bmatrix}$ ,  $\bar{B}_i \triangleq \begin{bmatrix} B_i & 0 \\ 0 & \hat{B}_i \end{bmatrix}$ ,  $\bar{C}_i \triangleq [C_i]$ ,  $\bar{D}_i \triangleq \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{D}_i \end{bmatrix}$ ,  $\bar{E}_i \triangleq [E_i \quad -\hat{E}_i]$ .

**定义 1:** 如果存在两个常数  $\alpha > 0$  和  $0 < \beta < 1$ , 在  $\omega(k) = 0$  时, 增广的误差动力学满足以下条件:

$$\|e(k)\|^2 \leq \alpha \beta^k \max_{-\tau_M \leq r \leq 0} \|e(r)\|^2, \forall k \in N$$

则认为估计误差系统(9)是指数稳定的。

**定义 2:** 对于扰动衰减水平  $\gamma > 0, 0 < \mu < 1$ , 在零初始条件下, 估计误差  $\tilde{z}(k)$  满足  $l_2 - l_\infty$  性能, 如果满足以下条件:

$$\|\tilde{z}(k)\|_\infty < \gamma \sqrt{\sum_{r=0}^{\infty} \|\omega(r)\|^2}$$

对任意非零的  $\omega(k) \in l_2([0, \infty), \mathbb{R}^w)$ , 其中  $\|\tilde{z}(k)\|_\infty = \sup_{\forall k} \sqrt{\tilde{z}(k)^T \tilde{z}(k)}$ .

### 3. 主要结果

本节中, 先给出使得滤波误差系统指稳定并且具有  $l_2 - l_\infty$  性能的充分条件。

**定理 1:** 对于给定的正标量  $0 < \mu < 1$  以及  $\kappa > 0$ , 系统的估计误差(9)是指数稳定的。如果存在正标量  $\mu_0, \varepsilon_0, \rho_i (i = 0, 1, 2, 3)$  以及两个对称正定矩阵序列的  $P_i, Q_i$ , 使得下列线性矩阵不等式是可行的:

$$\Lambda_i \triangleq \begin{bmatrix} \Lambda_{i11} & \Lambda_{i12} \\ * & -P_i \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

$$\Sigma_i \triangleq \begin{bmatrix} -P_i & \bar{E}_i \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

其中

$$\Lambda_{i11} \triangleq \begin{bmatrix} -\mu P_i + \varrho Q_i + \kappa \eta_M \tilde{D}_i^T \Omega \tilde{D}_i & 0 & \kappa \eta_M \tilde{D}_i^T \Omega \\ * & -\mu^{\tau_M} Q_i & 0 \\ * & * & (\kappa \eta_M - 1) \Omega \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_{i12} \triangleq [P_i \bar{A}_i \quad P_i \bar{B}_i \quad P_i \bar{D}_i \quad 0]^T$$

$$\varrho \triangleq 1 + \tau_M - \tau_m$$

**证明:** 定义如下李雅普诺夫泛函:

$$V(k) = V_1(k) + V_2(k) + V_3(k) + V_4(k) \quad (12)$$

其中

$$V_1(k) \triangleq e^T(k) P_i e(k), \quad V_2(k) \triangleq \sum_{r=k-\tau_k}^{k-1} \mu^{k-r-1} e^T(r) Q_i e(r), \quad V_3(k) \triangleq \sum_{g=k-\tau_M}^{k-\tau_m} \sum_{r=g}^{k-1} \mu^{k-r-1} e^T(r) Q_i e(r)$$

沿着系统(9)的轨迹计算  $V(k)$  的差分得:

$$\Delta V_1(k) = V_1(k+1) - \mu V_1(k) = e^T(k+1)P_j e(k+1) - \mu e^T(k)P_j e(k) \tag{13}$$

$$\begin{aligned} \Delta V_2(k) &= V_2(k+1) - \mu V_2(k) \\ &= \sum_{r=k+1-\tau_{k+1}}^k \mu^{k-r} e^T(r) Q_i e(r) - \sum_{r=k-\tau_k}^{k-1} \mu^{k-r} e^T(r) Q_i e(r) \\ &= e^T(k) Q_i e(k) - \mu^{\tau_k} e^T(k-\tau_k) Q_i e(k-\tau_k) + \sum_{r=k-\tau_m+1}^{k-1} \mu^{k-r} e^T(r) Q_i e(r) \\ &\quad + \sum_{r=k-\tau_{k+1}+1}^{k-\tau_m} \mu^{k-r} e^T(r) Q_i e(r) - \sum_{r=k-\tau_k}^{k-1} \mu^{k-r} e^T(r) Q_i e(r) \\ &\leq e^T(k) Q_i e(k) - \mu^{\tau_M} e^T(k-\tau_k) Q_i e(k-\tau_k) + \sum_{r=k-\tau_M+1}^{k-\tau_m} \mu^{k-r} e^T(r) Q_i e(r) \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} \Delta V_3(k) &= V_3(k+1) - \mu V_3(k) \\ &= \sum_{g=k-\tau_M+2}^{k+1-\tau_m} \sum_{r=g}^k \mu^{k-r} e^T(r) Q_i e(r) - \sum_{g=k-\tau_M+1}^{k-\tau_m} \sum_{r=g}^{k-1} \mu^{k-r} e^T(r) Q_i e(r) \\ &= \sum_{g=k-\tau_M+1}^{k-\tau_m} (e^T(k) Q_i e(k) - \mu^{k-g} e^T(g) Q_i e(g)) \\ &= (\tau_M - \tau_m) e^T(k) Q_i e(k) - \sum_{r=k-\tau_M+1}^{k-\tau_m} \mu^{k-r} e^T(r) Q_i e(r) \end{aligned} \tag{15}$$

由于  $\zeta(k) \triangleq y(t_i) - y(k)$ , 可以得到  $y(t_i) \triangleq \zeta(k) + y(k)$ , 基于(1), 我们有  $y(k) = D_i x(k) = \tilde{D}_i e(k)$ , 其中  $\tilde{D}_i = [D_i \ 0]$ 。结合  $y(k) = D_i x(k) = \tilde{D}_i e(k)$ , 将式(6)代入到(5)中得到如下式子:

$$\zeta^T(k) \Omega \zeta(k) \leq \eta_M (\tilde{D}_i e(k) + \zeta(k))^T \Omega (\tilde{D}_i e(k) + \zeta(k)) \tag{16}$$

因此有

$$\begin{aligned} \Delta V_1(k) &= V_1(k+1) - \mu V_1(k) = e^T(k+1)P_i e(k+1) - \mu e^T(k)P_i e(k) \\ &\leq e^T(k) \bar{A}_i^T P_i \bar{A}_i e(k) + e^T(k-\tau_k) B_i^T P_i B_i e(k-\tau_k) + \zeta^T(k) D_i^T P_i D_i \zeta(k) \\ &\quad + 2e^T(k) \bar{A}_i^T P_i B_i e(k-\tau_k) + 2e^T(k) \bar{A}_i^T P_i D_i \zeta(k) + 2e^T(k-\tau_k) B_i^T P_i D_i \zeta(k) \\ &\quad - \mu e^T(k)P_i e(k) + \kappa \left( \eta_M (\tilde{D}_i e(k) + \zeta(k))^T \Omega (\tilde{D}_i e(k) + \zeta(k)) - \zeta^T(k) \Omega \zeta(k) \right) \end{aligned} \tag{17}$$

所以从(12)~(17)可以推导出

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= \sum_{i=1}^r h_i(\theta_i(k)) (V_1(k+1) - \mu V_1(k)) \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(\theta_i(k)) \left( \sum_{j=1}^3 (V_j(k+1) - \mu V_j(k)) \right) \\ &\leq \sum_{i=1}^r h_i(\theta_i(k)) (\varphi^T(k) \Lambda_i \varphi(k)) \end{aligned} \tag{18}$$

其中  $\varphi(k) \triangleq [e^T(k) \ e^T(k-\tau_k) \ \zeta^T(k)]^T$ 。

由于  $\Lambda_i < 0$ , 那么可以存在一个足够小的标量  $\varepsilon_0 > 0$ , 使下面式子成立

$$\Lambda_i + \varepsilon_0 \text{diag}\{I, 0\} < 0 \tag{19}$$

那么, 由(18)很容易看出, 以下不等式成立

$$\Delta V(k) \leq -\varepsilon_0 \|e(k)\|^2 \quad (20)$$

结合  $V(k)$  的定义, 可以进一步推出

$$V(k) \leq \rho_1 \|e(k)\|^2 + \rho_2 \sum_{r=k-\tau_M}^{k-1} \|e(r)\|^2 + \rho_3 \sum_{r=k-\tau_M}^{k-1} \|e(r)\|^2 \quad (21)$$

其中  $\rho_1 = \lambda_{\max}(P_i)$ ,  $\rho_2 = \lambda_{\max}(Q_i)$ ,  $\rho_3 = (\tau_M - \tau_m + 1)\lambda_{\max}(Q_i)$ 。

对于任意标量  $\mu > 1$ 、连同(12), 上述不等式意味着

$$\begin{aligned} & \mu^{k+1}V(k+1) - \mu^k V(k) \\ &= \mu^{k+1}\Delta V(k) + \mu^k(\mu^2 - 1)V(k) \\ &\leq -\mu^{k+1}\varepsilon_0 \|e(k)\|^2 + \mu^k(\mu^2 - 1) \left[ \rho_1 \|e(k)\|^2 + \rho_2 \sum_{r=k-\tau_M}^{k-1} \|e(r)\|^2 + \rho_3 \sum_{r=k-\tau_M}^{k-1} \|e(r)\|^2 \right] \\ &= [(\mu^2 - 1)\rho_1 - \varepsilon_0\mu] \mu^k \|e(k)\|^2 + (\mu^2 - 1)(\rho_2 + \rho_3) \sum_{r=k-\tau_M}^{k-1} \|e(r)\|^2 \end{aligned} \quad (22)$$

然后, 沿着与[16]中定理 1 的证明类似的思路, 我们可以得到

$$\mu^k V(k) \leq V(0) + (\varpi_1(\mu) + \varpi_2(\mu)) \sum_{r=0}^{k-1} \mu^r \|e(r)\|^2 + \varpi_2(\mu) \sum_{-\tau_M \leq r \leq 0} \|e(r)\|^2 \quad (23)$$

其中  $\varpi_1(\mu) = (\mu^2 - 1)\rho_1 - \mu\varepsilon_0$ ,  $\varpi_2(\mu) = \tau_M \mu^{\tau_M} (\mu^2 - 1)(\rho_2 + \rho_3)$ 。

令  $\rho_0 = \lambda_{\min}(P_i)$ , 以及  $\rho = \max\{\rho_1, \rho_2, \rho_3\}$ , 可以推出

$$V(k) \geq \rho_0 \|e(k)\|^2 \quad (24)$$

同时很容易从(12)推出

$$V(0) \leq \rho(2\tau_M + 1) \max_{-\tau_M \leq r \leq 0} \|e(r)\|^2 \quad (25)$$

此外, 还可以证明存在一个标量  $\mu_0 > 1$ , 使得

$$\varpi_1(\mu_0) + \varpi_2(\mu_0) = 0 \quad (26)$$

因此不难从(23), (25), (26)中推得

$$\mu_0^k V(k) \leq \rho(2\tau_M + 1) \max_{-\tau_M \leq r \leq 0} \|e(r)\|^2 + \varpi_2(\mu_0) \sum_{-\tau_M \leq r \leq 0} \|e(r)\|^2 \quad (27)$$

所以从(24), (27)可以得到

$$\|e(k)\|^2 \leq \left(\frac{1}{\mu_0}\right)^k \frac{\rho(2\tau_M + 1) + \tau_M \varpi_2(\mu_0)}{\rho_0} \max_{-\tau_M \leq r \leq 0} \|e(r)\|^2 \quad (28)$$

根据定义  $\omega(k) = 0$  的增广系统(9)是指数稳定的, 从而完成了证明。

在稳定性分析之后, 让我们讨论估计误差对外生干扰的  $l_2$ - $l_\infty$  性能。

**定理 2:** 对  $l_2$ - $l_\infty$  性能指数  $\gamma > 0$ , 给定的正标量  $0 < \mu < 1$  和  $\kappa > 0$ 。在  $\omega(k) = 0$  下的估计误差(9)是指数稳定的, 并满足  $l_2$ - $l_\infty$  性能指标。如果存在正标量  $\mu_0$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $\rho_i$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ ) 以及两个对称正定矩阵序列的  $P_i$ ,  $Q_i$ , 使得下列线性矩阵不等式是可行的:

$$\bar{\Lambda}_i \triangleq \begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_{i11} & \bar{\Lambda}_{i12} \\ * & -P_i \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

$$\Sigma_i \triangleq \begin{bmatrix} -P_i & \bar{E}_i \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \tag{30}$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\Lambda}_{i11}^\epsilon &\triangleq \begin{bmatrix} -\mu P_i + \varrho Q_i + \kappa \eta_M \tilde{D}_i^\top \Omega \tilde{D}_i & 0 & \kappa \eta_M \tilde{D}_i \Omega & 0 \\ * & -\mu^{\tau_M} Q_i & 0 & 0 \\ * & * & (\kappa \eta_M - 1) \Omega & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} \\ \bar{\Lambda}_{i12} &\triangleq [P_i \bar{A}_i \quad P_i \bar{B}_i \quad P_i \bar{D}_i \quad P_i \bar{C}_i]^\top \\ \varrho &\triangleq 1 + \tau_M - \tau_m \end{aligned} \tag{31}$$

证明:

$$\begin{aligned} J(k) &= V(k) - V(0) - \sum_{r=0}^{k-1} \omega^\top(r) \omega(r) \\ &= \sum_{r=0}^{k-1} (\Delta V(r) - \omega^\top(r) \omega(r)) \\ &= \sum_{r=0}^{k-1} \xi^\top(r) \bar{\Lambda}_i \xi(r) \end{aligned} \tag{32}$$

其中  $\xi(r) = [\varphi^\top(r) \quad \omega^\top(r)]^\top$ 。

由(29)可以得到  $J(k) < 0$ , 这意味着

$$\begin{aligned} V(k) - \sum_{r=0}^{k-1} \omega^\top(r) \omega(r) &< 0 \\ \zeta^\top(k) P_i \zeta(k) &< \sum_{r=0}^{k-1} \omega^\top(r) \omega(r) \end{aligned} \tag{33}$$

由舒尔补引理可知, 式(29)等价于

$$\tilde{z}^\top(k) \tilde{z}(k) = e^\top(k) \bar{E}_i^\top(k) \bar{E}_i(k) e(k) < \gamma^2 e^\top(k) P_i(k) e(k) \tag{34}$$

结合(33) (34)可知

$$\tilde{z}^\top(k) \tilde{z}(k) < \gamma^2 \sum_{r=0}^{k-1} \omega^\top(r) \omega(r) \leq \sum_{r=0}^{\infty} \omega^\top(r) \omega(r) \tag{35}$$

因此可以证明

$$\|\tilde{z}(k)\|_\infty < \gamma \sqrt{\sum_{r=0}^{\infty} \|\omega(r)\|^2} \tag{36}$$

下面将基于凸线性化方法, 给出一种解决高阶 T-S 模糊系统的  $l_2 - l_\infty$  模型降阶问题的方法。

**定理 3:** 对  $l_2 - l_\infty$  性能指数  $\gamma > 0$ , 给定的正标量  $0 < \mu < 1$  和  $\kappa > 0$ 。在  $\omega(k) = 0$  下的估计误差(9)是指数稳定的。同时在零初始条件下满足  $l_2 - l_\infty$  性能约束, 如果存在正标量  $\mu_0, \varepsilon_0, \rho_i (i = 0, 1, 2, 3)$  以及两个对称正定矩阵序列的  $(P_i, A_i, B_i, D_i, F_i, R_i, Q_i)$ , 使得下列线性矩阵不等式是可行的:

$$\hat{\Lambda}_i \triangleq \begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_{i11} & 0 & \hat{\Lambda}_{i13} & 0 & \hat{\Lambda}_{i15} \\ * & \hat{\Lambda}_{i22} & 0 & 0 & \hat{\Lambda}_{i25} \\ * & * & (\kappa \eta_M - 1) \Omega & 0 & \hat{\Lambda}_{i35} \\ * & * & * & -I & \hat{\Lambda}_{i45} \\ * & * & * & * & \hat{\Lambda}_{i55} \end{bmatrix} < 0 \tag{37}$$



$$\Sigma_i \triangleq \begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_{i55} & \Sigma_{i12} \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (38)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{\Lambda}_{i11} &\triangleq \begin{bmatrix} -\mu \mathcal{P}_i + \varrho Q_i + \kappa \eta_M D_i^\top \Omega D_i & -\mu \mathcal{H} \mathcal{R}_i + \varrho Q_{2i} \\ * & -\mu \mathcal{R}_i + \varrho Q_{3i} \end{bmatrix} \\ \hat{\Lambda}_{i13} &\triangleq [\kappa \eta_M \Omega^\top D_i^\top \quad 0]^\top, \hat{\Lambda}_{i15} \triangleq \begin{bmatrix} \mathcal{P}_i A_i + \mathcal{H} D_i D_i & \mathcal{H} A_i \\ \mathcal{R}_i \mathcal{H}^\top A_i + D_i D_i & A_i \end{bmatrix} \\ \hat{\Lambda}_{i22} &\triangleq -\mu^{\tau_M} Q_i, Q_i \triangleq \begin{bmatrix} Q_i & Q_{2i} \\ * & Q_{3i} \end{bmatrix} \\ \hat{\Lambda}_{i25} &\triangleq \begin{bmatrix} \mathcal{P}_i B_i & \mathcal{H} B_i \\ \mathcal{R}_i^\top \mathcal{H}^\top & B_i \end{bmatrix}, \hat{\Lambda}_{i35} \triangleq \begin{bmatrix} D_i^\top \mathcal{H}^\top & D_i^\top \end{bmatrix} \\ \hat{\Lambda}_{i45} &\triangleq \begin{bmatrix} C_i^\top \mathcal{P}_i & C_i^\top \mathcal{H} \mathcal{R}_i^\top \end{bmatrix}, \hat{\Lambda}_{i55} \triangleq \begin{bmatrix} -\mathcal{P}_i & -\mathcal{H} \mathcal{R}_i \\ * & -\mathcal{R}_i \end{bmatrix} \\ \Sigma_{i12} &\triangleq [E_i \quad -\mathcal{E}_i]^\top \end{aligned}$$

此外, 如果上述不等式能找到一类可行解  $(\mathcal{P}_i, A_i, B_i, D_i, F_i, \mathcal{R}_i, Q_i)$ , 则期望降阶滤波器的参数表示为

$$\begin{bmatrix} \hat{A}_i & \hat{B}_i & \hat{D}_i \\ \hat{E}_i & 0 & 0 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \mathcal{R}_i^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i & B_i & D_i \\ \mathcal{E}_i & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**证明:** 根据定理(2)的证明, 由  $P_i > 0$  可知,  $P_i$  是一个非奇异矩阵, 将  $P_i$  矩阵块成:

$$P_i \triangleq \begin{bmatrix} P_{1i} & \mathcal{H} P_{2i} \\ * & P_{3i} \end{bmatrix} \quad (39)$$

其中  $\mathcal{H} \triangleq [I_{r \times r} \quad 0_{r \times (n-r)}]^\top$ ,  $P_{1i} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $P_{3i} \in \mathbb{R}^{r \times r}$  及  $P_{2i} \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 。我们假设  $P_{2i}$  是非奇异的, 为了证明这一点, 定义矩阵  $U_i \triangleq P_i + \mathcal{G}V$  ( $\mathcal{G} > 0$ ) 和

$$V \triangleq \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & \mathcal{H} \\ * & 0_{r \times r} \end{bmatrix}, U_i \triangleq \begin{bmatrix} U_1 & \mathcal{H} U_2 \\ * & U_3 \end{bmatrix}. \quad (40)$$

由  $P_i > 0$ , 可知  $U_i > 0$  ( $\mathcal{G} > 0$ )。因此, 对于任意小的  $\mathcal{G} > 0$ , 很容易证明  $U_2$  是非奇异的, 并且当用  $P_i$  代替  $U_i$  时, 式(39)是可行的。在不丧失一般性的前提下, 我们假设矩阵  $P_2$  是受  $U_2$  影响的非奇异阵。

根据以上讨论, 定义以下矩阵:

$$\mathcal{J}_i \triangleq \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & P_{3i}^{-1} P_{2i}^\top \end{bmatrix}, \mathcal{P}_i \triangleq P_i, \mathcal{R}_i \triangleq P_{2i} (P_{3i})^{-1} P_{2i}, \mathcal{Q}_i \triangleq \mathcal{J}_i^{-\top} Q_i \mathcal{J}_i^{-\top} \quad (41)$$

以及

$$\begin{bmatrix} A_i & B_i & D_i \\ \mathcal{E}_i & 0 & 0 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} P_{2i}^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_i & \hat{B}_i & \hat{D}_i \\ \hat{E}_i & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{3i}^{-1} P_{2i}^\top & 0 & 0 \\ 0 & P_{3i}^{-1} P_{2i}^\top & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (42)$$

对式子(37)和(38)进行合同变化, 分别左右乘  $\text{diag}(\mathcal{J}_i, \mathcal{J}_i, \mathcal{J}_i, I, \mathcal{J}_i)$ ,  $\text{diag}(\mathcal{J}_i, I)$  及其转置, 可得到:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{J}_i^T (-\mu P_i + \varrho Q_i + \kappa \eta_M \tilde{D}_i^T \Omega \tilde{D}_i) \mathcal{J}_i & 0 & \kappa \eta_M \mathcal{J}_i^T \tilde{D}_i \Omega & 0 & \mathcal{J}_i^T \bar{A}_i^T P_i^T \mathcal{J}_i \\ * & -\mu^{\tau_M} \mathcal{J}_i^T Q_i \mathcal{J}_i & 0 & 0 & \mathcal{J}_i^T \bar{B}_i^T P_i^T \mathcal{J}_i \\ * & * & (\kappa \eta_M - 1) \Omega & 0 & \bar{D}_i^T P_i^T \mathcal{J}_i \\ * & * & * & -I & \bar{C}_i^T P_i^T \mathcal{J}_i \\ * & * & * & * & -\mathcal{J}_i^T P_i \mathcal{J}_i \end{bmatrix} < 0 \quad (43)$$

以及

$$\begin{bmatrix} -\mathcal{J}_i^T P_i \mathcal{J}_i & \mathcal{J}_i^T \bar{E}_i \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (44)$$

由式子(41)~(44), 可得到(37)和(38)成立。而且, 式(42)等价于:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{A}_i & \hat{B}_i & \hat{D}_i \\ \hat{E}_i & 0 & 0 \end{bmatrix} &\triangleq \begin{bmatrix} P_{2i}^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{A}_i & \mathcal{B}_i & \mathcal{D}_i \\ \mathcal{F}_i & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{3i}^{-1} P_{2i}^T & 0 & 0 \\ 0 & P_{3i}^{-1} P_{2i}^T & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \\ &\triangleq \begin{bmatrix} ((P_{2i})^{-T} P_{3i})^{-1} \mathcal{R}_i^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{A}_i & \mathcal{B}_i & \mathcal{D}_i \\ \mathcal{F}_i & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{3i}^{-1} P_{2i}^T & 0 & 0 \\ 0 & P_{3i}^{-1} P_{2i}^T & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (45)$$

还要注意, (4)中的参数矩阵  $(\hat{A}_i, \hat{B}_i, \hat{D}_i, \hat{E}_i)$  可以由  $(\mathcal{A}_i, \mathcal{B}_i, \mathcal{D}_i, \mathcal{F}_i)$  给出。不难看出,  $P_{2i}^{-T} P_{3i} = I$  可以看成是降阶过程状态空间实现的一个模型转化矩阵。不失一般性, 可令  $P_{2i}^{-T} P_{3i} = I$ , 这样可得到(45)式。因此降阶过程的参数可以由  $(\hat{A}_i, \hat{B}_i, \hat{D}_i, \hat{E}_i)$  来构造, 定理得证。

**注 3:** 定理 2 中提出的矩阵  $\mathcal{H}$  在降阶滤波器的设计过程中起着关键作用, 它是一个降阶因子。当选择  $\mathcal{H}$  作为单位矩阵时, 定理 2 中的结果变成了全阶的情况, 比使用降阶滤波器更加简单。

**注 4:** 本文将互凸技术与式(12)中新的 Lyapunov 泛函相结合, 用于系统的稳定性分析和性能评价。采用互凸法处理时延, 降低了算法的保守性和计算复杂度。提出了自适应事件触发方案, 以减少信息传输的数量, 同时保持理想的系统性能。对于所得到的滤波误差系统, 采样信号的数据包通过事件触发方案进行传输, 即只有满足定义的触发条件时, 才可以进行信息传输。

### 4. 仿真实验

本节通过两个算例说明降阶  $l_2 - l_\infty$  模糊滤波器设计方案的有效性和可行性。

考虑式(2)中的离散 T-S 模糊系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = \sum_{i=1}^2 h_i(\theta_i(k)) (A_i x(k) + B_i x(k-\tau_k) + C_i \omega(k)) \\ y(k) = \sum_{i=1}^2 h_i(\theta_i(k)) (D_i x(k)) \\ z(k) = \sum_{i=1}^2 h_i(\theta_i(k)) (E_i x(k)) \end{cases}$$

选取时变时滞  $\tau(k)$  的参数  $\tau_m = 1, \tau_M = 2$ , 自适应事件触发参数范围  $\eta_m = 0.01, \eta_M = 0.15, a = 0.5, b = 4, \Omega = 0.9$ 。选定  $\gamma = 0.8, \mu = 0.99, \kappa = 0.001$ 。进一步, 假设模糊基函数选择为

$$h_1(\theta_1(k)) = \frac{\sin(x_1(k))^2}{2}, \quad h_2(\theta_2(k)) = 1 - \frac{\sin(x_1(k))^2}{2}$$

**例 1:** 假设系统的参数分别为:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.21 & 0.8 \\ 0 & 0.31 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0 & -0.22 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -0.12 & 0.1 \\ 0 & 0.03 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.1 \\ 0.1 & -0.12 \end{bmatrix},$$

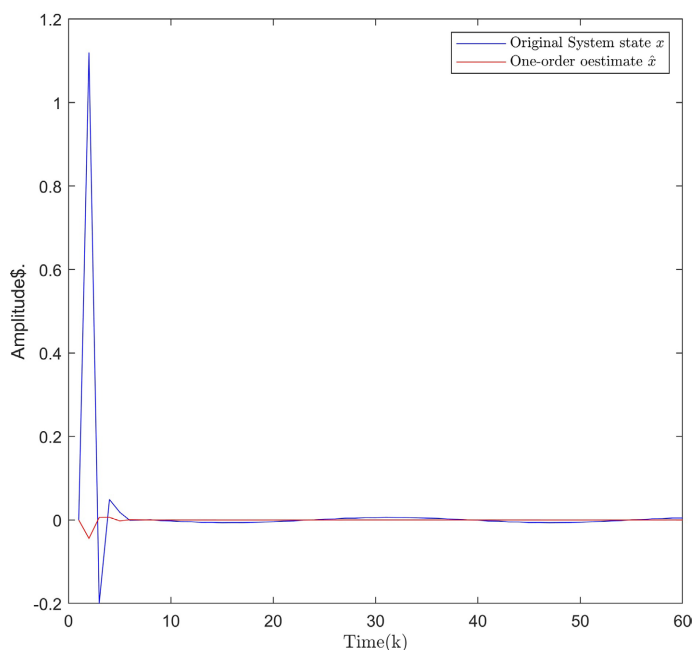
$$C_1 = [-0.4 \ 0.1], C_2 = [0.14 \ -0.32], D_1 = [-0.11 \ 0.1], D_2 = [-0.9 \ 0.1],$$

$$E_1 = [-0.1 \ 0.1], E_2 = [-0.8 \ 0.1], \omega(k) = 0.1 \cos(-0.2k)$$

通过求解定理 3 中的 LMI (55)~(57), 得到一系列可行解为:

$$\hat{A}_1 = 0.0004, \hat{B}_1 = -0.0023, \hat{D}_1 = -0.0037, \hat{E}_1 = 0.0017;$$

$$\hat{A}_2 = 0.0092, \hat{B}_2 = -0.0512, \hat{D}_2 = -0.0104, \hat{E}_2 = 0.0072.$$



**Figure 1.** Actual state  $x(k)$  of original system state and the estimate of one-order system state  $\hat{x}(k)$

**图 1.** 原系统真实状态  $x(k)$  及其一阶系统的估计  $\hat{x}(k)$

**例 2:** 假设系统的参数分别为:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.21 & 0.8 & 0.1 \\ 0 & 0.31 & 0 \\ -0.01 & 0 & 0.02 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0 & -0.22 & 0 \\ -0.01 & 0 & 0.02 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} -0.4 \\ 0.1 \\ -0.02 \end{bmatrix};$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.12 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0 \\ -0.01 & 0 & 0.02 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.1 & 0 \\ 0 & -0.12 & 0 \\ -0.01 & 0 & 0.02 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 0.14 \\ -0.32 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} -0.8 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \end{bmatrix};$$

$$D_1 = [-0.11 \ 0.1 \ 0], D_2 = [-0.9 \ 0.1 \ 0], \omega(k) = 0.1 \cos(-0.2k).$$

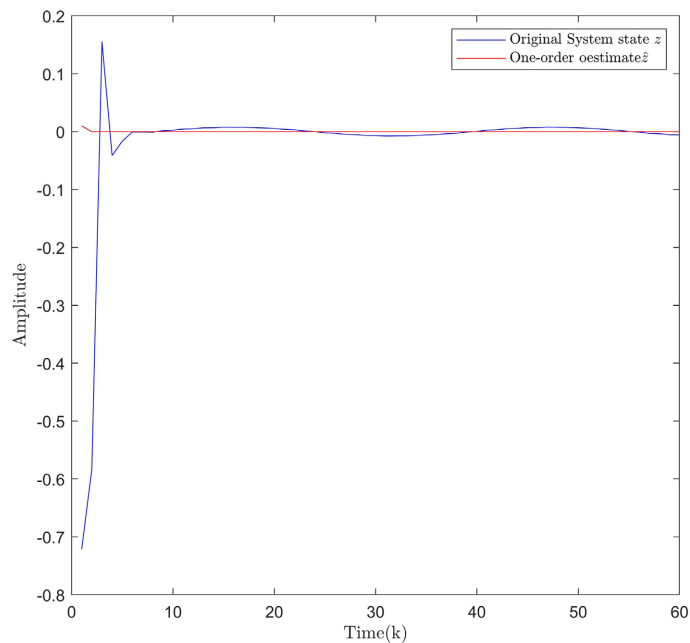
通过求解定理 3 中的 LMI (55)~(57), 得到一系列可行解为:

$$\hat{A}_1 = \begin{bmatrix} -0.0015 & -0.0049 \\ -0.0023 & -0.0084 \end{bmatrix}, \hat{B}_1 = \begin{bmatrix} -0.0132 & -0.0159 \\ -0.0072 & -0.0404 \end{bmatrix}$$

$$\hat{D}_1 = \begin{bmatrix} -0.1499 \\ -0.1866 \end{bmatrix}, \hat{E}_1 = \begin{bmatrix} 0.0013 & -0.0000 \\ 0.0011 & -0.0001 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}_2 = \begin{bmatrix} -0.0065 & -0.0050 \\ -0.0026 & -0.0020 \end{bmatrix}, \hat{B}_2 = \begin{bmatrix} -0.0628 & -0.0273 \\ -0.0176 & -0.0223 \end{bmatrix}$$

$$\hat{D}_2 = \begin{bmatrix} -0.0528 \\ -0.0200 \end{bmatrix}, \hat{E}_2 = \begin{bmatrix} 0.0137 & -0.0000 \\ 0.0033 & -0.0001 \end{bmatrix}$$



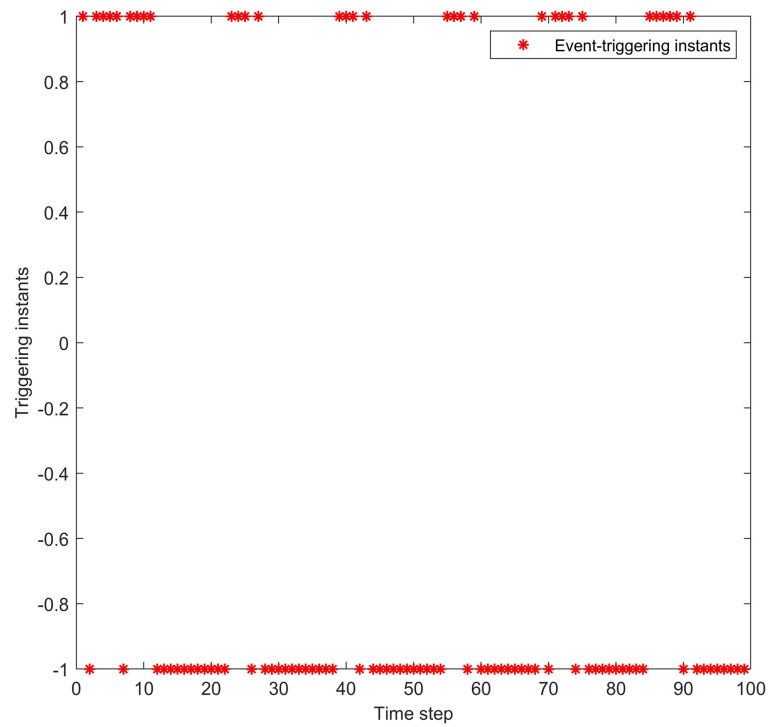
**Figure 2.** Actual state  $z(k)$  of original system state and the estimate of one-order system state  $\hat{z}(k)$

**图 2.** 原系统真实状态  $z(k)$  及其一阶系统的估计  $\hat{z}(k)$

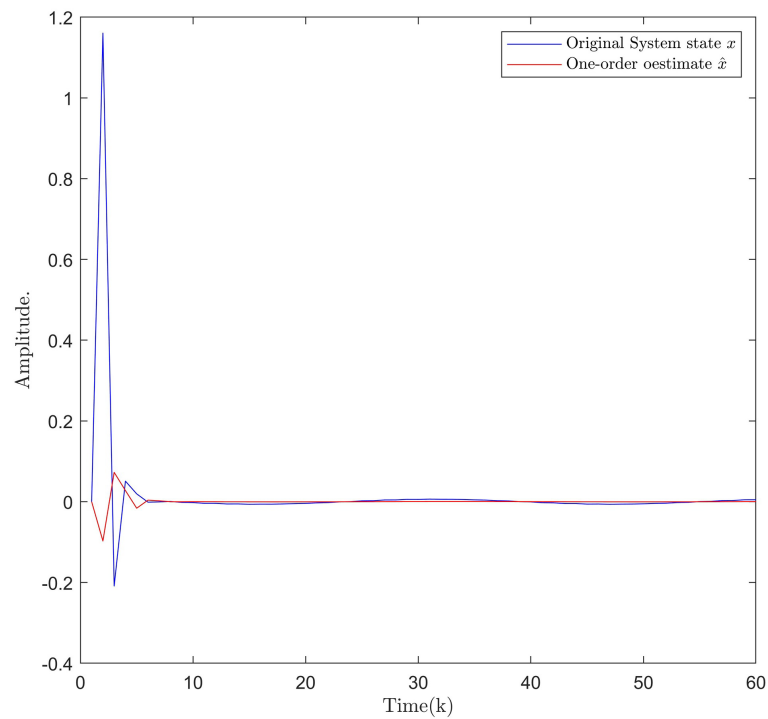
利用 MATLAB 工具箱对所提出的  $l_2$ - $l_\infty$  降阶估计器进行了仿真, 如图 1~6 所示。其中, 二阶滤波器和一阶滤波器对应的事件触发频率分别如图 3 和图 6 所示。系统模型(2)和降阶滤波器( $k=2, k=1$ )的输出如图 1 和图 4 所示。另外, 图 2 和图 5 显示了它们之间对应的滤波误差。从这些图中, 我们可以看到估计轨迹能较好地跟踪真实轨迹, 验证了所提出的降阶估计器的有效性。

## 5. 总结

本文讨论了使用事件触发通信的连续模糊逻辑系统的  $l_2$ - $l_\infty$  降阶滤波器设计。首先, 利用 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 以矩阵不等式的形式推导出  $l_2$ - $l_\infty$  降阶模糊滤波器存在的条件, 这意味着所得到的整体滤波系统是以  $l_2$ - $l_\infty$  的形式指数稳定的。然后建立了所提出的降阶滤波器的可解性条件。文中还提出了一种新的自适应事件触发方案, 该技术可用于决定是否传输采样信号, 以减少网络内的通信负载



**Figure 3.** Adaptive event trigger frequency in example 1  
**图 3.** 例 1 中自适应事件触发频率



**Figure 4.** Actual state  $x(k)$  of original system state and the estimate of two-order system state  $\hat{x}(k)$

**图 4.** 原系统真实状态  $x(k)$  及其二阶系统的估计  $\hat{x}(k)$

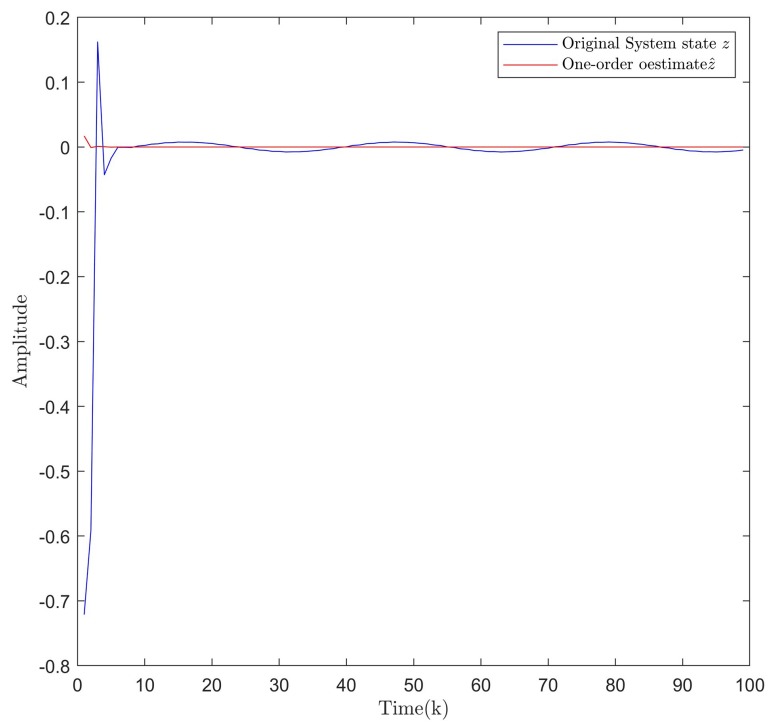


Figure 5. Actual state  $z(k)$  of original system state and the estimate of two-order system state  $\hat{z}(k)$

图 5. 原系统真实状态  $z(k)$  及其二阶系统的估计  $\hat{z}(k)$

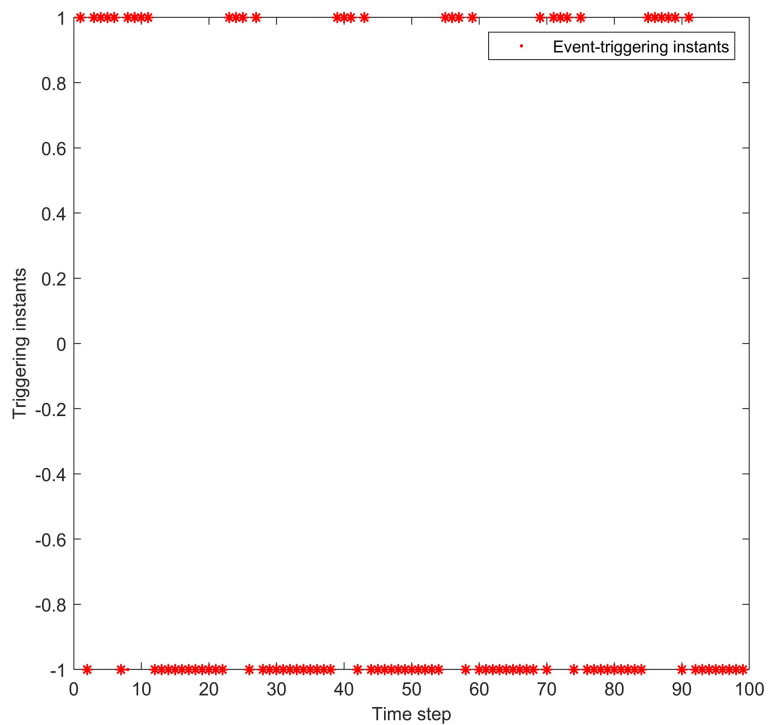


Figure 6. Adaptive event trigger frequency in example 2

图 6. 例 2 中自适应事件触发频率

和计算资源的使用。最后, 仿真结果验证了所提出的设计方案的正确性和有效性。预期所提出的降阶滤波器设计可以推广到采样数据 T-S 模糊系统或多项式模糊系统。将本文的理论成果应用于电力系统等实际复杂系统是未来研究的一个有趣方向。

## 参考文献

- [1] Takagi, T. and Sugeno, M. (1985) Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part B: Cybernetics*, **15**, 116-132. <https://doi.org/10.1109/TSMC.1985.6313399>
- [2] Luoh, L. (2009) Control Design of T-S Fuzzy Large-Scale Systems. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, **5**, 2869-2880.
- [3] Wu, L., Su, X., Shi, P. and Qiu, J. (2011) A New Approach to Stability Analysis and Stabilization of Discrete-Time T-S Fuzzy Time-Varying Delay Systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part B: Cybernetics*, **41**, 273-286. <https://doi.org/10.1109/TSMCB.2010.2051541>
- [4] Peng, S. (1999) Robust Kalman Filtering for Continuous-Time Systems with Discrete-Time Measurements. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, **16**, 221-232. <https://doi.org/10.1093/imamci/16.3.221>
- [5] Geromel, J. and Oliveira, M. (2001) Robust Filtering for Convex Bounded Uncertain Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **46**, 100-107. <https://doi.org/10.1109/9.898699>
- [6] Liu, Y., Shen, B. and Shu, H. (2020) Finite-Time Resilient State Estimation for Discrete-Time Delayed Neural Networks under Dynamic Event-Triggered Mechanism. *IEEE Transactions on Neural Networks*, **121**, 356-365. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2019.09.006>
- [7] 乔伟豪, 朱凤增, 彭力. 基于自适应事件触发的时滞系统分布式——滤波[J]. 控制与决策, 2022, 37(4): 1074-1080.
- [8] Li, Z., Chang, X., Mathiyalagan, K. and Xiong, J. (2017) Robust Energy-to-Peak Filtering for Discrete-Time Nonlinear Systems with Measurement Quantization. *Signal Processing*, **13**, 102-109. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.03.029>
- [9] Gu, Z., Yue, D. and Tian, E. (2018) On Designing of an Adaptive Event-Triggered Communication Scheme for Non-linear Networked Interconnected Control Systems. *Information Sciences*, **422**, 257-270. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2017.09.005>
- [10] Peng, C., Yang, M., Zhang, J., et al. (2017) Network-Based  $H_\infty$  Control for T-S Fuzzy Systems with an Adaptive Event-Triggered Communication Scheme. *Fuzzy Sets and Systems*, **329**, 61-76. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2016.12.011>
- [11] Jiang, L. and Qi, R. (2016) Adaptive Actuator Fault Compensation for Discrete-Time T-S Fuzzy Systems with Multiple Input-Output Delays. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, **12**, 1043-1058.
- [12] Lin, C.M. and Li, H.Y. (2014) Adaptive Dynamic Sliding-Mode Fuzzy CMAC for Voice Coil Motor Using Asymmetric Gaussian Membership Function. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **61**, 5662-5671. <https://doi.org/10.1109/TIE.2014.2301771>
- [13] Lam, H.K. and Tsai, S.H. (2014) Stability Analysis of Polynomial-Fuzzy-Model-Based Control Systems with Mismatched Premise Membership Functions. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **22**, 223-229. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2013.2243735>
- [14] Alif, A., Darouach, M. and Boutayeb, M. (2010) Design of Robust  $H_\infty$  Reduced-Order Unknown-Input Filter for a Class of Uncertain Linear Neutral Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **55**, 6-19. <https://doi.org/10.1109/TAC.2009.2034191>
- [15] Sato, K. and Sato, H. (2018) Structure Preserving  $H_2$  Optimal Model Reduction-Based on Riemannian Trust-Region Method. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **63**, 505-512. <https://doi.org/10.1109/TAC.2017.2723259>
- [16] Wang, Y., Yang, M., Wang, H.O. and Guan, Z. (2009) Robust Stabilization of Complex Switched Networks with Parametric Uncertainties and Delays via Impulsive Control. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, **56**, 2100-2108. <https://doi.org/10.1109/TCSI.2008.2010147>