

最优投资组合下企业年金替代率研究

周 琴

南京信息工程大学管理工程学院, 江苏 南京

收稿日期: 2023年10月31日; 录用日期: 2023年12月18日; 发布日期: 2023年12月27日

摘 要

构建精算模型探讨最优投资组合下企业年金替代率水平。通过深度学习模型Informer预测主要投资工具的未来36期收益率, 结合2003年6月~2023年3月数据, 运用均值-方差模型模拟不同约束目标对应的最优投资组合及其收益率, Lee-Carter模型预测2022~2031年死亡率测算退休后的生存概率, 最后得出权益类资产中公募基金对股票有替代效应、现有企业年金替代率较低且男性替代率大于女性的结论。

关键词

企业年金, 最优投资组合, Informer模型, Lee-Carter模型

Research on the Replacement Rate of Enterprise Annuity under Optimal Investment Portfolio

Qin Zhou

School of Management Science and Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing Jiangsu

Received: Oct. 31st, 2023; accepted: Dec. 18th, 2023; published: Dec. 27th, 2023

Abstract

An actuarial model is constructed to explore the level of enterprise annuity replacement rate under optimal investment portfolio. Using the deep learning model Informer to predict the future 36 period returns of major investment tools, combined with data from June 2003 to March 2023, the mean variance model is used to simulate the optimal investment portfolio and its returns corresponding to different constraint objectives. The Lee-Carter model predicted the mortality rate from 2022 to 2031 and calculated the survival probability after retirement. Finally, it is concluded that

mutual funds have a substitution effect on stocks in equity assets, the replacement rate of existing enterprise annuity is lower and the replacement rate of males is greater than that of females.

Keywords

Enterprise Annuity, Optimal Investment Portfolio, Informer Model, Lee-Carter Model

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

老年抚养比的持续上升无疑给我国以现收现付制为主的社会保障体系带来巨大压力。国际经验表明发展基金累积制的企业年金是化解基本养老保险支付压力、丰富群体的福利需求的重要抓手。企业年金替代率是衡量其保障水平的重要标准，国内学者对其的测算主要分为两类：一是对投资收益率模拟得出替代率；二是假定投资收益率固定的替代率分析。石寄华等(2014)采用蒙特卡洛方法随机模拟投资收益率，通过不同资产配置策略与缴费率模式探讨替代率变化[1]。韦樟清和王媛(2019)测算出企业年金适宜保障水平应为20%，然而2016年企业年金运行实际情况表明当前保障水平仅为3%~5% [2]。除此之外，各学者探讨了如何优化基金投资组合以兼顾盈利性、安全性和流动性，李洁等(2017)用均值-方差模型，度量不同年金投资组合的收益率和风险[3]。常浩等(2019)运用随机利率模型和随机波动模型得出幂效用和指数效用下的最优投资策略[4]。彭兴春等研究了隐马尔可夫政权转换经济下DC养老金计划的时间一致性投资策略，将部分信息、通胀风险和随机工资引入模型，得到均值-方差准则下时间一致的均衡策略[5]。

为研究企业年金现存问题，基于最新税收和投资政策引入深度学习模型 Informer、均值-方差模型及 Lee-Carter 模型对最优投资组合下的年金替代率进行测算分析。Informer 模型能够捕获到资产价格的波动聚集性和长记忆性，对于尚未成熟的资本市场来说，预测未来收益率的效果比较理想。针对变化的死亡率，用 Lee-Carter 模型进行预测后得出退休后生存概率取代多数学者使用的《中国人身保险业经验生命表(2010~2013)》。为进一步完善企业年金政策，促进共同富裕，提供思路和启示。

2. 企业年金替代率模型的构建

2.1. 模型的前提条件

DC 型完全积累制。

年金缴费方式为年缴。企业、员工都在年初缴费，均无缴费间断。

按年领取企业年金。把职工领取年金的方式统一设置为按年领取，领取时点为每年年初。

忽略职工失业、升学和提前退休等解约因素以及各种管理、交易等费用。

2.2. 模型构建

基于年金收支平衡原理构建模型：

设职工 a 岁参加企业年金，年工资总额为 W ， b 岁退休；企业和个人缴费率总共为 c ；工资增长率年均为 g ；基金投资组合的第 i 类资产比例为 $w_i (1 \leq i \leq k)$ ，资产总类数为 k ， r_i 是第 i 类的投资收益率。

退休时缴费累积额 F 为:

$$F = cW \sum_{t=a}^{b-1} (1+g)^{t-a} \sum_{i=1}^k w_i (1+r_i)^{b-1-t} \quad (1)$$

另设 v 为贴现率, n 为最高死亡年龄, 年金领取额为 B , β 为领取时个人所得税税率, b 岁的职工在 $t-b$ 年仍生存的概率为 ${}_{t-b}P_b$ 。

退休时支付总额现值:

$$P = B \sum_{t=b}^{n-1} \left(\frac{1}{1+v} \right)^{t-b} {}_{t-b}P_b \quad (2)$$

$$F = P \quad (3)$$

考虑到税收影响, 退休后每年得到的税后年金额为 $B(1-\beta)$ 。企业年金替代率 T 等于税后年金额 $B(1-\beta)$ 与退休前一年工资总收入 W_{b-1} 的比率, 即:

$$T = \frac{c(1-\beta) \sum_{t=a}^{b-1} (1+g)^{t-a} \sum_{i=1}^k w_i (1+r_i)^{b-1-t}}{(1+g)^{b-1-a} \sum_{t=b}^n \left(\frac{1}{1+v} \right)^{t-b} {}_{t-b}P_b} \quad (4)$$

3. 参数设置、模拟与替代率测算结果

3.1. 基础参数设置

参加企业年金的年龄 a 设 25 岁。退休年龄 b , 按实际情况, 假定平均男性 60 岁、女性 55 岁退休。缴费率 c , 参考政策及其他文献设为 10%。工资增长率 g , 设为 8%。企业年金个人所得税率 β , 因有缴费限制, 个人所得税率较均衡, 取均值 11%。平均贴现率 v , 考虑到我国经济增长持续地总体平稳、稳中有进, 设贴现率为 2.5%。基本参数如表 1 所示。

Table 1. Basic parameter settings of enterprise annuity replacement rate model

表 1. 企业年金替代率模型基本参数设置

参数	a	b	n	c	g	β	v
变量值	25	55(M)/60(F)	90+	10%	8%	11%	2.5%

3.2. 退休后生存概率估计

3.2.1. 模型简述及参数估计

Lee-Carter 模型包含年龄及时间对死亡率的影响, 表达式为:

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x k_t + \varepsilon_{x,t} \quad (5)$$

其中, $m_{x,t}$ 是 t 年 x 岁人的中心死亡率; α_x 表示年龄因子, 即 x 岁人口对数死亡率平均值,

$\hat{\alpha}_x = \frac{1}{T} \sum_t \ln(m_{x,t})$ (T 为估计总年数); k_t 为时间因子, 表示 t 年死亡率变化; β_x 表示 α_x 对 k_t 的敏感度;

$\varepsilon_{x,t}$ 是随机误差项, $\varepsilon_{x,t} \sim N(0, \sigma^2)$ 。使模型只有唯一解, 假定:

$$\sum_x \beta_x = 1, \sum_t k_t = 0 \quad (6)$$

采用加权最小二乘法来估计 Lee-Carter 模型的参数。

对 k_t 的估计，通过模型表达式两边对年龄 x 求和并根据约束条件可以得出：

$$\hat{k}_t = \sum_x [\ln(m_{x,t}) - \hat{\alpha}_x] \quad (7)$$

建立线性回归方程 $\ln(m_{x,t}) - \hat{\alpha}_x = \beta_x \hat{k}_t + \varepsilon_{x,t}$ ，最小化残差平方和得到 β_x 。将分年龄死亡人口数 $d_{x,t}$ 作为残差平方和的权重， β_x 估计如下：

$$\hat{\beta}_x = \frac{\sum_t d_{x,t} k_t (\ln(m_{x,t}) - \hat{\alpha}_x)}{\sum_t d_{x,t} k_t^2} \quad (8)$$

用 2022~2031 年平均分年龄死亡率代替未来分年龄死亡率，根据生命周期理论， b 岁的职工在 $t-b$ 年仍生存的概率 ${}_{t-b}p_b$ 可以表示为：

$${}_{t-b}p_b = \frac{l_t}{l_b} = \frac{l_{t-1}p_{t-1}}{l_b} = \frac{l_b p_b p_{b+1} \cdots p_{t-1}}{l_b} = (1-q_b) \cdot (1-q_{b+1}) \cdot (1-q_{b+2}) \cdots (1-q_{t-1}) \quad (9)$$

其中 l_b 为 b 岁存活人数， p_b 为 b 岁的生存率， q_b 为 b 岁的死亡率。

3.2.2. 数据与参数估计结果

由《中国人口统计年鉴》及《中国人口和就业统计年鉴》，选取 1995~2021 年死亡率数据。处理后最终得到 27 年年龄区间为 0~90 岁的死亡率完整数据。男、女性参数估计如图 1 所示。

由图 1 可知，男、女性死亡率总体上随年龄先减小后持续增大，且女性死亡率低于男性。敏感度逐渐降低，低年龄死亡率对时间敏感度较高，高年龄敏感度较低。随时间死亡率基本逐步降低，女性死亡率下降幅度大于男性。

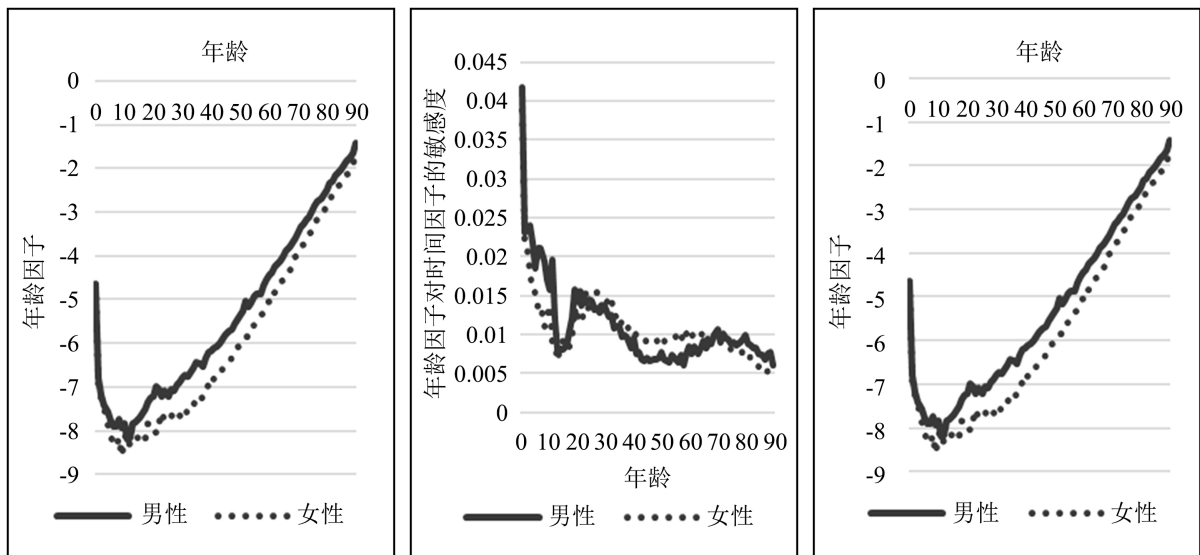


Figure 1. Male and female parameters α_x, β_x, k_t estimation

图 1. 男、女性参数 α_x, β_x, k_t 估计

3.2.3. 死亡率预测

根据上述参数估计结果，采用 ARIMA 模型综合考虑 t 统计量和 F 统计量对 2022~2031 年参数 k_t 进行预测(见图 2)。

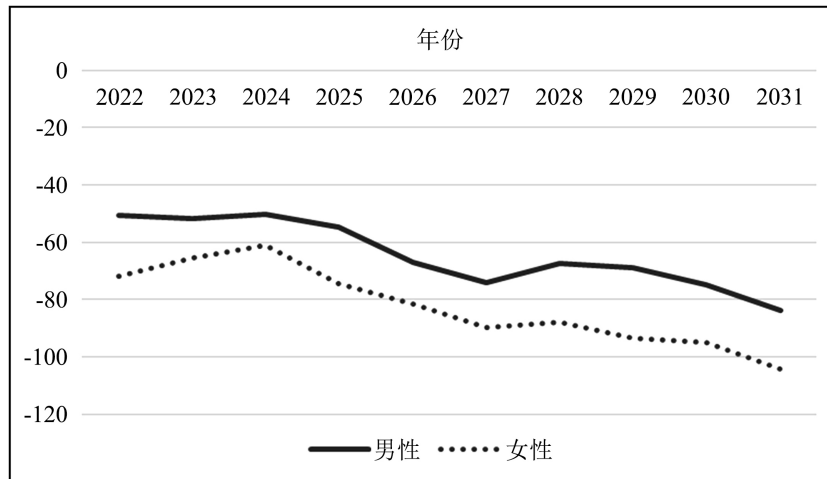


Figure 2. Predicted k_t values of male and female parameters in 2022~2031
图 2. 2022~2031 年男、女性参数 k_t 的预测值

根据 k_t 的预测值与式(8)，得出 2022~2031 年分性别 0~90 岁人口平均死亡率，由于后续计算仅用到 55~90+ 岁，基于预测的分性别、年龄死亡率，根据式(9)计算得到男、女性达到退休年龄之后的生存概率 ${}_{t-b}p_b$ ，结果如表 2 所示。

Table 2. Predicted results of male and female survival probability after retirement (unit: %)
表 2. 男、女性退休后生存概率预测结果(单位：%)

年龄	男性	女性	年龄	男性	女性
56		99.83	74	83.11	90.41
57		99.65	75	81.09	89.11
58		99.45	76	78.80	87.59
59		99.20	77	76.30	85.98
60		98.95	78	73.55	84.01
61	99.31	98.69	79	70.79	81.99
62	98.54	98.41	80	67.90	79.82
63	97.72	98.07	81	64.93	77.38
64	96.80	97.68	82	61.42	74.63
65	95.87	97.26	83	57.98	71.69
66	94.91	96.82	84	54.19	68.38
67	93.75	96.28	85	50.39	64.95
68	92.56	95.71	86	46.45	61.17
69	91.29	95.04	87	42.41	57.29
70	89.95	94.29	88	38.27	53.15
71	88.52	93.51	89	34.34	48.87
72	86.78	92.57	90	30.50	44.43
73	85.04	91.55	90+	25.83	38.63

3.3. 最优投资组合下资产收益率的估计及替代率模拟

3.3.1. Informer 简述

Informer 模型研究了自注意力机制的长尾分布, 针对时间序列的长期预测(Long Sequence Time-Series Forecasting, LSTF)问题对 Transformer 架构[6]进行了升级, 提高了预测能力及效率[7]。Informer 的改进聚焦 3 点, 1) 提出稀疏概率自注意力(ProbSparse Self-attention)机制并有效取代了常规自注意力机制, 通过计算查询向量(Query)与均匀分布的差异, 提取有效的查询向量从而筛选出少量但贡献大部分注意力分数的点积对, 把每层的时间复杂度及内存使用量从 $O(L^2)$ 降低到 $O(L \log L)$; 2) 受扩张卷积的启发, 通过自注意力蒸馏机制(Self-attention Distilling)对主要特征赋予更高的权重, 即提取主要特征。具体来说, 通过使用 ELU 作为激活函数进行一维卷积滤波和最大池化操作压缩特征维度, 改善了长输入堆叠层记忆瓶颈问题; 3) 为解决传统 Transformer 动态解码的逐步(Step-by-step)推理使得长期预测输出速率低的问题, 提出生成式解码器(Generative Style Decoder)经全连接层调整数据输出维度将全部预测结果同步生成输出, 其输入包含采样的一段历史序列以及由 0 填充的目标序列。

3.3.2. 数据和 Informer 预测结果

根据企业年金投资情况及规定, 以股票、公募基金衡量权益类资产风险收益水平, 以企业债券指代固定收益类资产, 以一年期银行存款衡量流动性资产。采用 2003 年 6 月~2023 年 3 月的上证指数、上证企业债和上证基金指数的月收益率作为采样数据。通过 Informer 模型, 运用 Python 软件, 对未来 36 个月收益率情况进行模拟。MAE、RMSE 为度量预测准确程度的误差指标, 这两个指标越小, 则代表预测结果越精准。预测结果如图 3 所示。

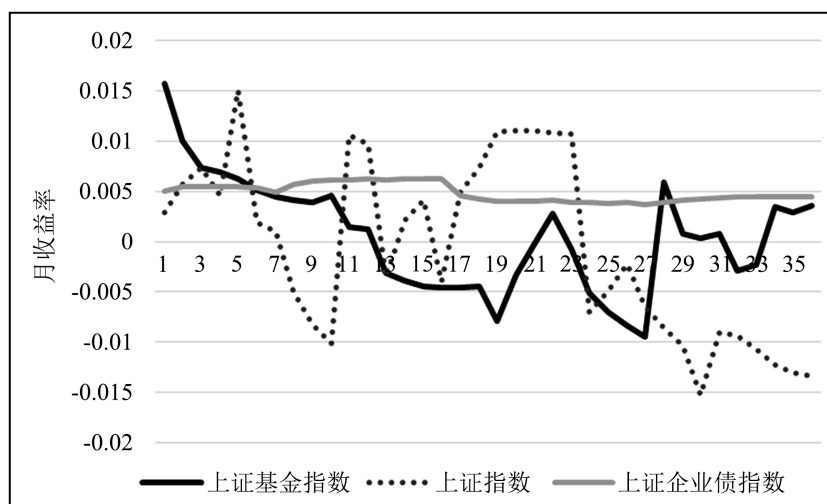


Figure 3. Yield forecast results of Informer model in the next 36 months

图 3. Informer 模型未来 36 个月收益率预测结果

从表 3 中可以看出总体上 Informer 的预测准确度较好, 上证企业债指数预测效果最好(见表 3)。

根据采样数据, 以标准差衡量资产风险, 从表 4 中可以看出公募基金的收益、风险最大, 股票次之, 两者与企业债、银行存款的差异较大。企业债的平均收益率略高于 5%, 且标准差也只有 6.14%, 作为年金资产安全性、收益性良好。此外, 从表 5 中可以看出公募基金和股票显著正相关, 而企业债与两者呈负相关关系。一年期的银行存款与其他投资工具几乎都是弱正相关。结合两表, 可以得出这 4 种投资工具合理分配能够分散风险, 获得一种安全性、流动性、盈利性兼具的投资模式(见表 4、表 5)。

Table 3. Prediction error of Informer model**表 3.** Informer 模型预测误差

指数名称	MAE	RMSE
上证基金指数	0.02464	0.03341
上证指数	0.0332	0.04397
上证企业债指数	0.00132	0.00163

Table 4. Descriptive statistics of annual returns of investment instruments**表 4.** 投资工具年收益率的描述性统计

投资工具	统计年数	平均收益率(%)	标准差(%)	最小收益率(%)	最大收益率(%)
公募基金	22	16.52	49.19	-50.45	148.82
股票	22	11.08	43.71	-65.39	130.43
企业债	22	5.56	6.14	-5.48	24.08
一年期银行存款	22	2.17	0.76	1.5	3.67

Table 5. Correlation coefficients of the four investment instruments**表 5.** 四种投资工具的相关系数

	公募基金	股票	企业债	一年期银行存款
公募基金	1	0.975955	-0.480105	0.187037
股票	0.975955	1	-0.465471	0.093105
企业债	-0.480105	-0.465471	1	0.096193
一年期银行存款	0.187037	0.093105	0.096193	1

3.3.3. 基于均值 - 方差(Mean-Variance, MV)模型的收益率及替代率模拟

马科维茨提出收益以组合各资产的预期收益率度量, 风险以各资产收益率间的方差 - 协方差矩阵量化, 刻画出最优投资组合。在当前企业年金投资约束条件下通过调整投资组合里各资产的比例, 以求得式(10)的最优解, 得出最优投资组合。

$$\begin{aligned}
 \text{s.t. } w^T 1_4 &= 1 \\
 0 \leq w_1 + w_2 &\leq 0.4 \\
 0 \leq w_3 &\leq 1.35 \\
 w_4 &\geq 0.05
 \end{aligned} \tag{10}$$

其中, 各资产的平均收益率向量为 μ , 即历史、预测平均年收益率; Σ 指年收益率的方差 - 协方差矩阵; 风险厌恶系数为 δ ; 1_4 是各分量为 1 的 4 维列向量, 设 4 种资产占比之和为 1; w_1 、 w_2 是投资于公募基金和股票的比例, 它们之和需小于 40%, w_3 是投资于企业债的比例, 其需小于 135%, 且均大于等于 0, 投资于一年期银行存款占比为 w_4 , 需不小于 5%。

使用 2004~2025 年的年收益率(其中由 Informer 预测上证指数、上证企业债、上证基金指数月收益率累计得到 2023~2025 年的年收益率, 并设一年期的银行存款年利率保持不变)作为模型的输入, 对不同约束目标进行最优投资组合的模拟。设无风险利率为 0.02, 风险厌恶系数 δ 为 3。

Table 6. Optimal combination and simulation results of enterprise annuity replacement rate (unit: %)
表 6. 最优组合及其企业年金替代率模拟结果(单位: %)

资产组合	公募基金	股票	企业债	一年期银行存款	组合收益率	组合标准差	组合夏普比率	替代率
标准差最小的最优组合	0.0	0.0	0.3	99.7	2.2	0.8	24.2	8.09(M) 6.22(F)
夏普比率最大的最优组合	8.6	0.0	86.4	5	6.3	5	87.5	13.75(M) 9.93(F)
MV 模型的最优组合	19.6	0.0	75.4	5	7.5	8.5	65.5	16.45(M) 11.59(F)
收益最大的最优组合	40	0.0	55	5	9.8	18.3	42.5	23.88(M) 15.90(F)

从表 6 中可以看出, 随着不同标准最优组合收益率的增大, 标准差相应增大, 其投资公募基金的比例也相应增大, 企业债的比例逐渐下降, 而股票的投资比例固定为 0。且表 4 显示了股票虽然在风险上略小于公募基金, 但收益却与公募基金相差较大, 因此, 在追求收益时公募基金对股票有替代效应。在一定程度上证明了增大企业年金的投资收益率需适当提高权益类资产的投资比例, 并考虑增加公募基金代替股票。其次追求组合收益的同时会导致风险的加大。除此之外, 只有收益最大最优组合下, 男性的企业年金替代率 23.88%达到目标, 而在 MV 模型最优组合下, 男、女性替代率分别为 16.45%、11.59%, 这说明在我国现有的制度框架下企业年金替代率较小, 未实现应有的作用。此外, 总体上男性企业年金替代率高于女性, 并且随着投资收益率的增长, 差异也逐步扩大, 平均差距为 4.63%。

4. 结论

为探讨当前制度下企业年金替代率水平, 构建了精算模型。并运用深度学习模型 Informer 捕获到资产价格的波动聚集性和长记忆性的特点, 预测了主要投资工具的未来收益率, 及运用 Lee-Carter 模型预测死亡率后得出退休后生存概率, 提高了最优投资组合下企业年金替代率预测的精确度。综上, 得出权益类资产中公募基金对股票有替代效应与现有企业年金替代率较低且男性替代率大于女性的结论。

参考文献

- [1] 石寄华, 邢亚龙, 古文. 基于随机模拟的企业年金替代率模型及敏感性分析[J]. 南方金融, 2014(3): 63-68.
- [2] 韦樟清, 王媛. 我国企业年金保障水平的测算及其敏感性分析[J]. 福建师范大学学报(哲学社会科学版), 2019(6): 99-111+170-171.
- [3] 李洁, 彭燕, 曹晓政. 基于投资约束条件的企业年金最优投资组合研究[J]. 金融理论与实践, 2017(7): 81-84.
- [4] 常浩, 王春峰, 房振明. 随机利率与随机波动率环境下的 DC 型养老金计划[J]. 控制与决策, 2019, 34(3): 581-590.
- [5] Peng, X., Zhou, H. and Luo, L. (2023) Time-Consistent Investment Strategy for a DC Pension Plan with Hidden Markov Regime Switching. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **425**, 115058. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2023.115058>
- [6] Vaswani, A., Shazeer, N., Parmar, N., et al. (2017) Attention Is All You Need. *Advances in Neural Information Processing Systems*, **30**, 5998-6008. <https://papers.nips.cc/paper/2017/file/3f5ee243547dee91fbd053c1c4a845aa-Paper.pdf>
- [7] Zhou, H.Y., Zhang, S.H., Peng, J.Q., et al. (2021) Informer: Beyond Efficient Transformer for Long Sequence Time-Series Forecasting. *Proceedings of AAAI*, **35**, 11106-11115. <https://doi.org/10.1609/aaai.v35i12.17325>