

面向机场的反跑道火箭弹弹着点分配模型

于志刚, 邓可教, 刘娟娟, 崔莹

北方自动控制技术研究所, 山西 太原

收稿日期: 2024年1月2日; 录用日期: 2024年1月19日; 发布日期: 2024年2月29日

摘要

机场跑道作为均匀分布面目标, 在对打击机场跑道的弹着点进行分配时, 通常采用均匀分配法或蒙特卡罗法进行分配。本文通过概率法, 充分考虑子弹射击误差和目标观测误差, 建立弹着点与有效封控面积之间函数关系模型, 运用遗传算法进行全局择优, 快速准确地计算出最大有效封控面积下的近似最优弹着点位置。即解决均匀分配的可靠性问题, 又相比于蒙特卡罗算法在计算效率上大大提升, 并给出不同尺寸跑道计算出近似最优弹着点所需的迭代次数, 为工程应用进一步提高计算效率提供数据需求。

关键词

反跑道火箭弹, 机场跑道, 遗传算法, 弹着点

A Model for Allocation of Impact Points of Anti Runway Rocket for Airports

Zhigang Yu, Kejiao Deng, Juanjuan Liu, Ying Cui

North Automatic Control Technology Research Institute, Taiyuan Shanxi

Received: Jan. 2nd, 2024; accepted: Jan. 19th, 2024; published: Feb. 29th, 2024

Abstract

Airport runways, as targets with uniform distribution surface, are usually distributed by uniform distribution method or Monte Carlo method when the impact points against airport runways are distributed. In this paper, the probability method is used to fully consider the bullet firing error and target observation error, establish the functional relational model between the impact point and the effective containment area, and use genetic algorithm to conduct global optimization, quickly and accurately calculate the approximate optimal impact point position under the maximum effective containment area. It not only solves the reliability problem of uniform distribution, but also greatly improves the calculation efficiency compared with the Monte Carlo algorithm. It

also gives the number of iterations required to calculate the approximate optimal impact point for runways of different sizes, providing data requirements for engineering applications to further improve the calculation efficiency.

Keywords

Anti Runway Rocket, Airport Runway, Genetic Algorithm, Impact Point

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在现代化战争中, 机场对制空权的夺取起着至关重要的作用, 而跑道是机场履行职能的核心部位, 是起降飞机的直接子目标。相比于打击塔台、指挥所、飞机等其余子目标, 打击跑道对封锁机场更直接、更有效, 并且更容易识别和锁定目标并持续打击[1]。

通过打击跑道降低机场起降飞机的能力, 而起降飞机主要依赖跑道上存在的最小起降窗口(机场停靠最小机型起降所需要的最小矩形区域), 所以封控跑道实际是封控跑道上存在的最小起降窗口[2]。在确定打击方案时, 如何分配弹着点一直是备受关注的焦点。根据对机场的封锁效果来看, 可大致分为两个阶段, 一是未被完全封控阶段, 随着弹坑数量的增加供飞机起降的区域变小、起降飞机的能力下降, 本文用有效封控面积来评价其打击效果; 二是被完全封控阶段, 随着弹坑的增加跑道恢复起降能力的难度增加, 此时一般用封锁时间评价封控效果。而本文主要研究第一阶段弹着点的分配模型, 即在指定弹药消耗量的条件下, 快速准确的计算出弹着点位置, 使得有效封控面积最大, 最小起降窗口更少, 该过程对有限作战条件下的作战实施和机场封锁有着重要意义。

在确定弹着点在跑道上的相对位置时, 因为反跑道火箭弹本身存在射击散布误差、观测到的跑道位置存在目标观测误差, 所以在确定多发反跑道火箭弹的预定打击位置时, 还需综合考虑误差的影响[3]。考虑到跑道目标的结构特性, 一般会将弹着点均匀分配在跑道上, 但这种分配方式忽略了反跑道火箭弹的射击误差和目标观测误差的影响, 最终导致弹着点位置与实际情况不符; 或者通过构建火箭弹对跑道的有效毁伤面积模型, 将更优的弹着点分配方案呈现出来, 但它并未体现目标观测误差并且未提及最优化方法[4]; 另外还可应用蒙特卡洛算法和最小起降窗口原理对弹药瞄准点进行选择[5]。蒙特卡洛算法采用随机数思想对跑道上大多数点进行选择并评估毁伤效果, 从而选出最佳位置, 其结果的可靠程度与随机搜索次数直接相关, 为确保结果可靠, 计算量巨大, 计算时间也会大大提高。

考虑到遗传算法是一种高效、并行、全局求解近似最优解的良好算法。本文充分考虑射击散布误差和目标观测误差的影响, 利用概率方法构建弹着点与有效封控面积的关系模型并作为目标函数, 通过遗传算法的自然进化机制不断迭代弹着点坐标, 快速可靠地计算出弹着点近似最优解, 并且遗传算法是从串集开始搜索, 可防止误入局部最优解, 相比于蒙特卡洛算法, 计算反应时间大大降低且结果在可接受的误差范围内。

2. 遗传算法计算模型

相比于传统概率方法建立弹着点和跑道有效毁伤面积之间的函数模型, 遗传算法所构建的函数更加

简单, 需要进行的微元计算的计算量更小; 其次遗传算法还是一种求解近似最优值的良好算法, 通过遗传降低计算量, 利用变异思想进行全局择优, 克服传统优化算法在求解最优解时容易陷入局部最优的缺点[6]。

2.1. 跑道等效封控面积

以射弹中心(瞄准点)为原点建立二维坐标系, 射弹正面为 X 轴, 纵深为 Y 轴, 而射击误差在二维平面上的概率密度函数为

$$p(x, y) = \frac{\rho^2}{\pi E_x E_y} e^{-\rho^2 \left(\frac{x^2}{E_x^2} + \frac{y^2}{E_y^2} \right)} \quad (1)$$

其中, ρ 是数值为 0.477 的常数。 E_x 和 E_y 分别是 X 轴和 Y 轴上的射击误差。通常使用射弹散布偏差来表示射击误差, 用字母 E 表示, 单位是 m。

同理, 跑道的观测误差也可用散布概率偏差来表示, 以跑道中心为原点建立二维坐标系, 也可得到与射击误差类似的结果。

首先需要计算弹药的等效封控面积, 结合跑道的毁伤封控原理, 等效封控面积可等效为每发弹药对跑道内部最小起降窗口的封控或影响面积, 所以等效封控面积要比实际毁伤面积大得多, 并且每发弹对机场跑道的封控区域基本可以认为是均匀的, 假设二维平面中某点在跑道内部的概率为 $P_m(x, y)$, 用来表征跑道的观测误差, 同时弹药的射击散布误差用该点被弹药的封控区域覆盖的概率 $P_n(x, y)$ 表示, 所以弹药的等效封控面积为:

$$S_n = \iint P_m(x, y) \times P_n(x, y) dx dy \quad (x, y) \in R^2 \quad (2)$$

后面将对 $P_m(x, y)$ 和 $P_n(x, y)$ 分别进行求解。

目标为一正面长度为 B 、纵深长度为 A 的矩形跑道, 在其二维平面上随机取一点 $P(x, y)$, 以该点为中心, 作平行于 X 轴和 Y 轴长度为 A 和 B 的矩形, 将该区域记为 Ω , 即该点落在跑道范围内的概率为[7]:

$$P_m(x, y) = \iint_{\Omega} p(x, y) dx dy \quad (3)$$

已知式(1)中 $\frac{\sqrt{2}\rho}{E_x}x$ 和 $\frac{\sqrt{2}\rho}{E_y}y$ 服从相互独立的标准正态分布, 即

$$\left(\frac{\sqrt{2}\rho}{E_x}x, \frac{\sqrt{2}\rho}{E_y}y \right) \sim N(0, 0, 1, 1, 0) \quad (4)$$

代入式(3)得:

$$P_m(x, y) = \left\{ \Phi \left[\frac{\sqrt{2}\rho}{E_x} \left(x + \frac{B}{2} \right) \right] - \Phi \left[\frac{\sqrt{2}\rho}{E_x} \left(x - \frac{B}{2} \right) \right] \right\} \times \left\{ \Phi \left[\frac{\sqrt{2}\rho}{E_y} \left(y + \frac{A}{2} \right) \right] - \Phi \left[\frac{\sqrt{2}\rho}{E_y} \left(y - \frac{A}{2} \right) \right] \right\} \quad (5)$$

假设子弹药封控区域为一个 $a \times b$ 的类矩形区域, 该区域通常由目标机场的最小起降窗口尺寸和弹坑大小决定的。设弹着点坐标为 $Q(x_i, y_i)$, 任取点 $P(x, y)$ 相对于弹着点的坐标为 $(x - x_i, y - y_i)$, 根据式(5)可以计算得点 $P(x, y)$ 被单发弹药封控的概率为:

$$P_i(x, y) = \left\{ \Phi \left[\frac{\sqrt{2}\rho}{E_x} \left(x - x_i + \frac{b}{2} \right) \right] - \Phi \left[\frac{\sqrt{2}\rho}{E_x} \left(x - x_i - \frac{b}{2} \right) \right] \right\} \times \left\{ \Phi \left[\frac{\sqrt{2}\rho}{E_y} \left(x - y_i + \frac{a}{2} \right) \right] - \Phi \left[\frac{\sqrt{2}\rho}{E_y} \left(x - y_i - \frac{a}{2} \right) \right] \right\} \quad (6)$$

可知点 $P(x, y)$ 被所有弹药封控的概率为:

$$P_n(x, y) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - P_i(x, y)] \quad (7)$$

2.2. 近似最优解计算

需要计算的近似最优值可以抽象为: 如何确定多发弹药的位置使得弹药对机场跑道的封控面积 S 更大, 或封控的最小起降窗口更多, 即

$$\begin{cases} \max_{x_1, y_1, \dots, x_n, y_n} \max_{x_1, y_1, \dots, x_n, y_n} S \\ x_1, y_1, \dots, x_n, y_n \in R \end{cases} \quad (8)$$

首先需要对跑道内部所有坐标值(变量)进行编解码, 其目的是建立变量(表现型)到基因序列(基因型)的一一映射关系。在实际打击过程中, 弹着点必须在跑道范围内才能起到封控的作用, 即变量取值要在跑道矩形区域内部才有意义。另外跑道中心的观测误差在 X 轴和 Y 轴上均服从相互独立的标准正态分布, 所以跑道在两个方向上误差超过 3σ 的概率不超过 0.3% , 故变量的取值范围分别为 $[-3E_x, A + 3E_x]$ 、 $[-3E_y, B + 3E_y]$ 。

本文中遗传算法采用二进制对坐标值进行编解码, 以 X 轴的变量取值为例, 设 ε 为数值精度, 则有 $\Delta x = \left[\frac{A + 6E_x}{\varepsilon} \right]$, 结合机场跑道尺寸和最小起降窗口封控特性, 为确保封控结果的可靠性, 数值精度和变量取值要贴切实际, 精度不能太低。确定变量取值后, 将范围内的整数与固定长度的二进制数进行一一映射, 二进制码的长度为变量最大值对应的二进制数的长度, Y 轴变量的编码原理同上。

理论上种群规模由随机函数生成, 但考虑到跑道尺寸以及精度要求, 本文设定种群规模为 200, 基因串的适应度函数为:

$$f = S(g_x, g_y) \quad (9)$$

其中 g_x 和 g_y 为 X 轴和 Y 轴上取值的二进制编码。

通过归一化方法将适应度转化为基因遗传给下一代的概率, 即:

$$P_i = \frac{f_i}{\sum f_i} \quad (10)$$

根据遗传概率, 迭代若干代之后, 遗传概率低、封控效果差的基因串会被逐渐淘汰, 概率高且封控效果好的会在种群中扩散, 最终趋于稳定[4]。

在遗传算法中利用基因突变来克服过早收敛问题, 若基因突变概率为 p , 每个基因串的长度为 n , 则每次基因突变的基因个数为 $200 \times p \times n$, 将所有基因串排成一排, 在其上随机选取位置, 该位置上的基因发生突变[8]。

遗传算法基本步骤如图 1。

3. 模型仿真及结果分析

3.1. 弹着点分布计算

本文采用反跑道火箭弹, 为精确制导弹药, 可认为每发弹药的射击散布误差相同且相对较小[9]。在仿真实验中, 每颗弹药的等效封控面积与目标机场的最小起降窗口尺寸以及弹坑大小有关, 该区域可近似为 $(600 \text{ m} \times 30 \text{ m})$ 的矩形, 机场跑道设定为 $(2400 \text{ m} \times 50 \text{ m})$ 的矩形区域, 另外反跑道火箭弹的射击误差和跑道的观测误差均设定为 10 米。

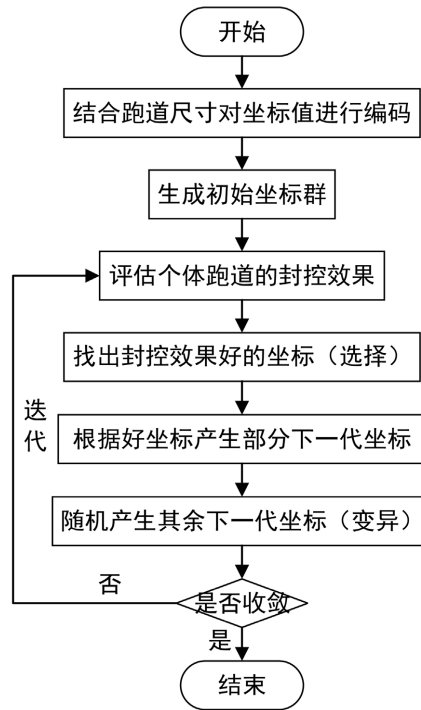


Figure 1. Genetic algorithm process
图 1. 遗传算法流程图

在考虑散布偏差的情况下，单发弹药的等效封控面积示意图如图 2 所示，用区域和颜色代表等效封控面积以及各点被“封控”的概率。不难看出每个点被该弹药封控的概率与点到散布中心的距离有关，越靠近散布中心“封控”概率越大。仿真所计算的是总等效封控面积达到最大时的多个反跑道火箭弹弹着点坐标。

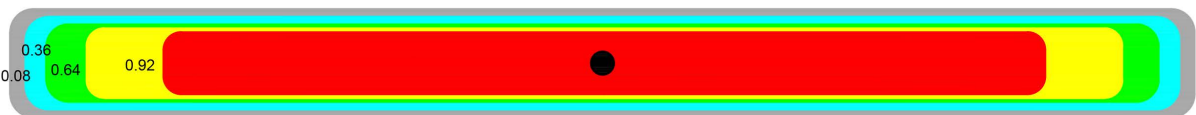


Figure 2. Schematic diagram of the equivalent sealing area of a single anti runway rocket
图 2. 单发反跑道火箭弹的等效封控面积示意图

图 2 中心黑色区域表示弹着点(弹坑)，其余颜色区域表示“封控”区域，颜色越深，“封控”概率越大，白色区域表示跑道的一部分。

该过程是在指定弹药消耗量的条件下计算弹着点的近似最优位置，且本文是针对上述第一阶段的研究，所以弹药消耗量不能大于完成封控的最低弹数。但弹药消耗量较少时结果存在多种情况，难以体现结果的准确性，所以该仿真实验以 7 发弹药消耗量为例进行，并展示仿真结果，弹着点分布图如表 1。

Table 1. The approximate optimal solution coordinates of the impact point
表 1. 弹着点近似最优解坐标

序号	1	2	3	4	5	6	7
x/m	2133.64	1543.60	876.02	295.00	1317.02	534.05	2087.08
y/m	13.30	13.45	13.22	13.37	38.87	39.27	39.50

自图 3 可以看出, 在误差的影响下, 各个弹着点的等效封控区域之间几乎没有重叠区域, 弹着点位置与理想情况基本一致; 图 4 显示随着遗传算法迭代次数的增加, 未被封控区域面积迅速下降, 反应速度较快, 并最终趋于稳定。

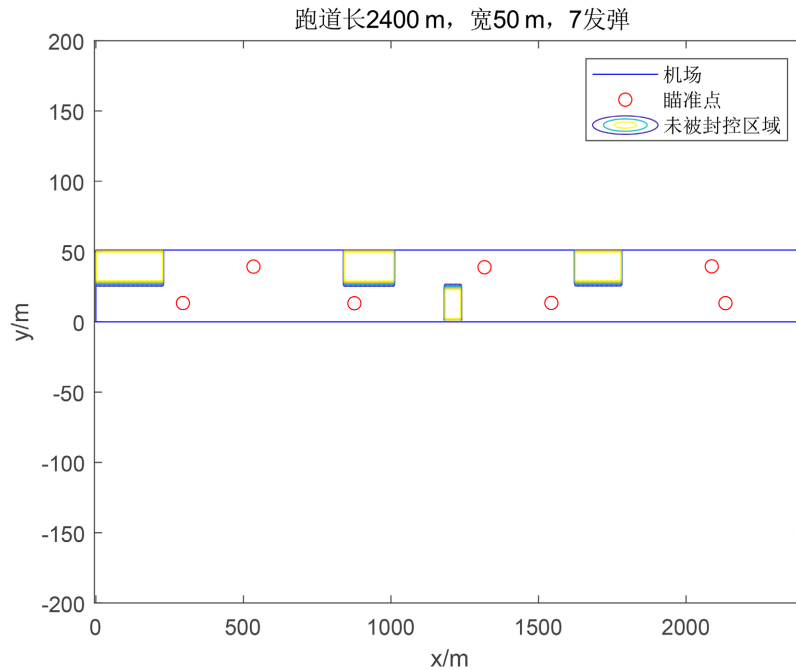


Figure 3. Schematic diagram of approximate optimal solution for impact point and sealing probability
图 3. 弹着点近似最优解及封控概率示意图

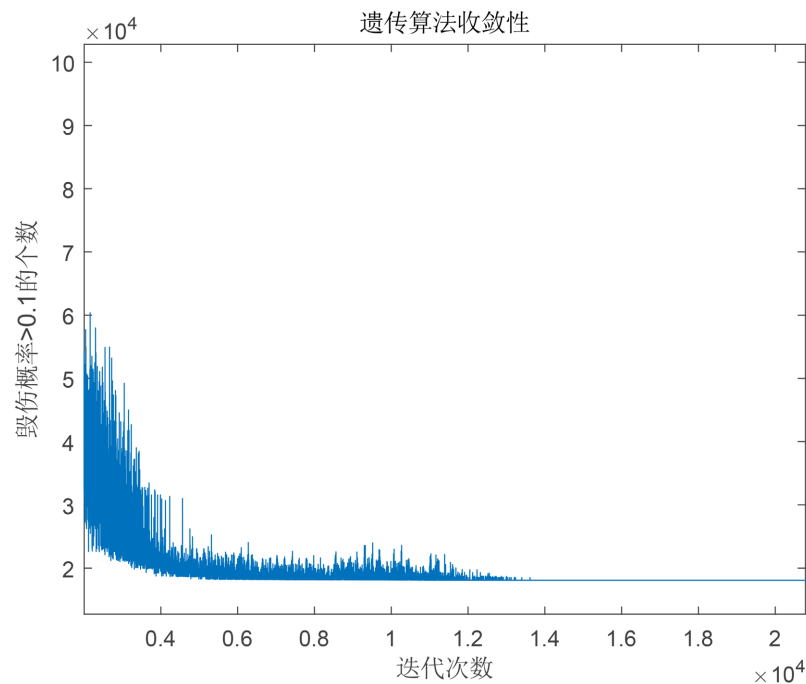


Figure 4. Diagram of the relationship between iteration times and sealing area
图 4. 迭代次数与封控面积关系示意图

3.2. 计算效率

在确保准确性的条件下遗传算法相比于传统概率方法和蒙特卡洛算法效率上大大提升，缩短计算时间，而迭代次数能够较好的反应效率问题，所以本文还将在指定弹药消耗量情况下，分析跑道尺寸与迭代次数之间的关系，并给出不同跑道尺寸对应所需的迭代次数，并与相应数值精度下的蒙特卡洛算法的迭代搜索次数作对比。

跑道尺寸通常由目标机场起降的机型和飞机流量决定，不同机场跑道之间宽度相差不大，对迭代次数的影响相对较弱。该仿真实验仍然以 7 发弹药消耗量为例进行，跑道宽度为 50 m 不变，长度为 1800 m~4000 m 的变量，值得注意的是，遗传算法求解结果为近似最优解，所以本文所记录的迭代次数为未被封控区域下降到可接受误差范围时的数据，可接受范围为误差不超过 5%，仿真结果如图 5。

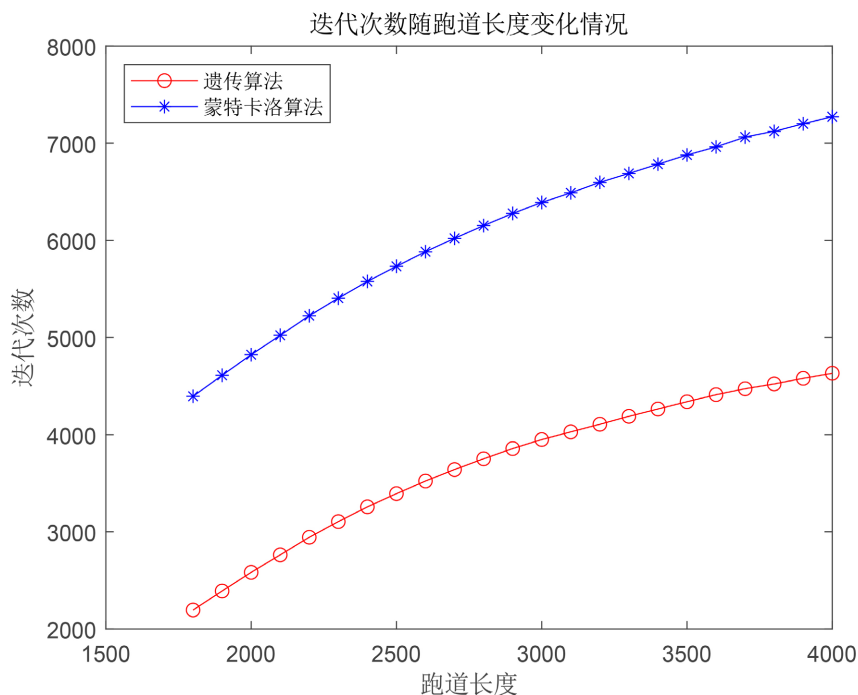


Figure 5. Schematic diagram of the relationship between runway length and number of iterations
图 5. 跑道长度与迭代次数关系示意图

自图 5 不难看出，随着跑道长度的增大迭代次数均逐渐增大，并且增长趋势慢慢变缓；作为求解全局近似最优解的良好算法，相对于蒙特卡洛算法，遗传算法在搜索效率上有显著提高，对于正常尺寸的跑道，大约只需要迭代 2000~5000 次未被封控等效面积便可满足可接受的误差范围。

4. 结论

本文研究了弹药条件不足时的弹着点分配问题，根据弹药对机场跑道的封控模式和机场本身的最小起降窗口尺寸设计反跑道火箭弹的等效封控区域，单个等效封控区域内部各点与弹坑距离不同会有不同的封控概率，并充分考虑射击散布偏差和目标观测误差，通过概率方法设计弹着点与有效封控面积之间的关系模型。利用遗传算法在给定弹药消耗量条件下快速计算出各弹着点的近似最优解，并分析其结果可靠性。最后得到不同尺寸的跑道计算出可接受误差范围内结果所需要的迭代次数，并与蒙特卡罗算法作对比，在后续工程应用中可通过限制迭代次数进一步节省计算时间。

参考文献

- [1] 刘阔. 子母弹对机场跑道毁伤评估研究[D]: [硕士学位论文]. 沈阳: 沈阳理工大学, 2021.
- [2] 王文君, 黄德所, 郑宇. 侵彻子母弹封锁机场跑道最小升降窗口搜索算法研究[J]. 指挥控制与仿真, 2007(6): 31-33+37.
- [3] 康元基, 董辉, 陈子匀, 等. 机场跑道毁伤效果评估及功能恢复模型[J]. 火力与指挥控制, 2018, 43(1): 148-151.
- [4] 李臣明, 宦超, 石怀龙. 某箱式火箭炮对面目标分布式杀伤最优火力分配[J]. 兵工学报, 2017, 38(9): 1699-1704.
- [5] 张臻, 姜枫. 打击机场跑道的瞄准点选择方法研究[J]. 信息化研究, 2017, 43(1): 19-21+28.
- [6] 李彩峰, 徐锋, 张玉梅, 等. 基于遗传算法的火箭弹对面目标的弹着点分配方案[J]. 火力与指挥控制, 2020, 45(3): 86-89+94.
- [7] 卓金武, 李必文, 魏永生. MATLAB 在数学建模中的应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2014.
- [8] 郭张龙, 李为民, 王刚. 基于遗传算法的目标分配问题研究[J]. 现代防御技术, 2002, 30(6): 3-7.
- [9] 陆航, 石全, 胡起伟, 等. 基于蒙特卡罗的弹着点散布仿真[J]. 计算机与数字工程, 2011, 39(7): 31-34.