Pure Mathematics 理论数学, 2019, 9(5), 585-595
Published Online July 2019 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/pm
https://doi.org/10.12677/pm.2019.95078

Hans汉斯

The Topological Structure for Sets with *n* Points and Algorithm

Xiaoan Shi, Li Fu*

School of Mathematics and Statistics, Qinghai Nationalities University, Xining Qinghai
Email: *fl0971@163.com

Received: Jun. 27th, 2019; accepted: Jul. 17th, 2019; published: Jul. 24th, 2019

Abstract

This article deals with the Topological Structure for sets with *n* points and tests it with the example of $n = 1,2,3,4$, meanwhile showing the calculating way that whether testing a given set will form a tological space or not.

Keywords

Topology, Topological Space, Topological Structure

恰含*n*个点的集合的拓扑结构和算法

*石孝安，傅　丽**

青海民族大学，数学与统计学院，青海　西宁
Email: *fl0971@163.com

收稿日期：2019年6月27日；录用日期：2019年7月17日；发布日期：2019年7月24日

摘　要

本文讨论了恰含*n*个点的集合上可能的拓扑结构，并以$n = 1,2,3,4$为例加以说明，同时给出了验证一个给定的集族是否形成一个拓扑空间的算法。

关键词

拓扑，拓扑空间，拓扑结构

*通讯作者。

文章引用: 石孝安, 傅丽. 恰含 *n* 个点的集合的拓扑结构和算法[J]. 理论数学, 2019, 9(5): 585-595.
DOI: 10.12677/pm.2019.95078

1. 引言

拓扑学是数学中一个重要的、基础性的分支，找出给定集合上的拓扑结构一直被认为是比较麻烦的，特别当一个集合包含的元素越多的时候，花费的时间较多，还容易出错。计算机程序设计越来越普遍，一个有效的验证程序在节省验收时间的同时也可以提高准确度。

本文讨论恰含 n 点的集合的拓扑结构和可能的拓扑的数量，同时给出了验证是否形成拓扑的算法。下文先给出了需要的基础知识。第二部分讨论恰含 n 个点的集合的拓扑结构，找出了形成的可能拓扑的规律，并通过实例加以说明。第三部分给出了验证 X 的任意子集族 T 是否为 X 的拓扑空间的程序。

2. 基础知识

1) 拓扑空间定义：

定义 1.1 [1]：设 X 是一个集合，$T \subseteq P(X)$ （$P(X)$ 表示 X 的幂集），即 T 是 X 的一个子集族，如果 T 满足如下条件：

1、$\phi, X \in T$

2、如果 $A, B \in T$，则 $A \cap B \in T$

3、若 $T_1 \subset T$，则 $\bigcup_{A \in T_1} A \in T$，$\phi, X \in T$。

则称 T 是 X 上的一个拓扑。

如果是集合 X 上的一个拓扑，则称对偶 (X, T) 是一个拓扑空间，或称集合 X 是一个相对于拓扑 T 而言的拓扑空间；或者当拓扑 T 早已约定或在行文中已有说明而无需指出时，仅称集合 X 是一个拓扑空间，此外 T 的每一个元素叫做拓扑空间 (X, T) 中的一个开集，集合 X 中的元素叫拓扑空间中的点。

设 T 是 X 的一个拓扑，由于 T 中的每一个元素是拓扑空间 X 中的开集，因此拓扑空间 X 的定义可以理解为：

一个集合 X 的拓扑是 X 的一个开集族满足条件：

1、ϕ, X 是开集;

2、任意两个开集的交集是开集；

3、任何开集族的并是开集。

注 1：

1、X 的任意有限开集族的交是开集。

2、X 的任意开集族的并是开集。

对偶的我们可以写出闭集的类似定义：

注 2：

1、X 的任意有限闭集族的并是闭集。

2、X 的任意闭集族的交是闭集。

2) 拓扑空间上特殊的空间

1、平庸拓扑：$T = \{\phi, X\}, |T| = 2$，T 是 X 的一个拓扑，称之为 X 的平庸拓扑，这样的拓扑空间只有一个，在平庸空间中只有两个开集，即 X 自身和空集，称为最粗的拓扑。

2、离散拓扑：$T=P(x),|T|=2^n$，即 T 是由 X 的全体子集构成的，显然，T 是 X 的一个拓扑，称之为 X 的离散拓扑，并且称拓扑空间 (X,T) 为离散空间，这样的拓扑空间有一个，称为最细的拓扑。

3、除此之外，我们对 $2<|T|<2^n$ 一般的拓扑空间进行探究：

3. 恰含 n 个点的集合的拓扑结构

根据拓扑空间的定义，我们可以根据集合 X 中含有不同元素而构造不同的拓扑，在此之中寻找其规律，主要通过以下几个方面做探究：

1、分别设 X 是一个包含一、二、三、四个元素的集合。

2、当集合 X 中的元素不同时，可以构造几个不同的拓扑，随着元素的增加，有何规律。

3、当集合 X 含有的元素不同时，会包含几类不同的拓扑。

4、每一类拓扑之间有何规律。

5、不同的拓扑之间是否有关联。

6、当含有元素为奇数和偶数是是否呈现一致的规律。

1) 主要结论

$|X|=n$，X 上的拓扑

$|T|=3$，T 的元中，$\phi,X,A,\forall A\subset X$，($A$ 是真子集)

可能的个数 $C_n^1+\cdots+C_{n-i}^i+\cdots+C_{n-i}^{n-i+1}=2^{n-i}-2$ 种

$|T|=4$，T 的元中，$\phi,X,A,B\subset X$

Case1：$A\subset B$ (即满足 $A\subseteq B\subset X$)

$|A|=i$，则 B 的可能个数为 $C_{n-i}^1+C_{n-i}^2+\cdots+C_{n-i}^{n-i-1}=2^{n-i}-2$

设 T 的总个数为 $\sum_{i=1}^{n}C_{n-i}^i\left(C_{n-i}^1+\cdots+C_{n-i}^{n-i+1}\right)=\sum_{i=1}^{n-2}C_n^i\left(2^{n-i}-2\right)$

Case2：$A\cap B=\phi,A\cup B=X$

$|T|=5$，T 的元中，$\phi,X,A,A,B\subset X,\begin{cases}A\subseteq B\subset C\subset X\\A\cap B=\phi,A\cup B=C\end{cases}$

Case1：$A\subset B\subset C\subset X$，在这种情况下，$\max|A|=n-3,\max|B|=n-2,\max|C|=n-3$

假设：$|A|=i,i<|B|\le j,\lambda<|C|\le k\le n-1$

则 A 的取值法 C_n^i，B 的取法 $C_{n-i}^1+C_{n-i}^2+\cdots+C_{n-i}^j$

Case2：$A\cap B=\phi$，$A\cup B=C\subset X$，$\max|C|=n-1$，即 $\max(i+j)=n-1$，设 $|A|=i$，$|B|=j$，则 A 的取法 C_n^i；B 的取法 C_{n-i}^j，总的拓扑的数：$\sum_{1+j\le n}C_n^i\cdot C_{n-i}^j$

C 的取法：$C_{n-j}^1+C_{n-j}^2+\cdots+C_{n-j}^k$，

总的拓扑个数：$\sum_{i=1}^{n-3}\sum_{j=i+1}^{n-2}\sum_{k=j+1}^{n-1}C_n^i\left(C_{n-i}^1+\cdots+C_{n-i}^{j-i}\right)\left(C_{n-j}^1+\cdots+C_{n-j}^{ki}\right)$；

$|T|=6$，T 的元中，

$$\phi,X,A,A,B,C,D\subset X,\begin{cases}A\subset B\subset C\subset D\\A\cap B=\phi,A\cup B=C\subset D\\\max|A|=n-4,\max|B|=n-3,\max|C|=n-2,\max|D|=n-1\end{cases}$$

Case1：$|A|=i<|B|\le j<|C|\le k<|D|\le m\le n-1$，

总的拓扑个数 $\sum_{i=1}^{n-4}\sum_{j=i+1}^{n-3}\sum_{k=j+1}^{n-2}\sum_{m=k+1}^{n-1}C_n^i\left(C_{n-j}^1+\cdots+C_{n-j}^{k-i}\right)\left(C_{n-k}^1+\cdots+C_{n-k}^{m-j}\right)$

Case2：$|A| = i, |B| = j, |C| = i + j < |D| \le n-1$，设 $|X| = k$ 设

总的拓扑个数为：$\sum\limits_{i+j\le n-2} \sum\limits_{j=i+j+1}^{n-1} C_n^i \cdot C_{n-i}^j \left(C_{n-j}^1 + \cdots + C_{n-j}^{k-i}\right)$

2) 例题

例 1：X 是含有一个元素的集合 $X = \{a\}$，$n = 1$，则拓扑空间有 1 个为：

$$T_1 = P(x) = \{\phi, X\}$$

例 2：X 是含有两个元素的集合 $X = \{a,b\}$，$n = 2$，则拓扑空间有 3 个为：

$$T_1 = P(x) = \{\phi, X\},\ T_2 = \{\phi, X, \{a\}\},\ T_3 = \{\phi, X, \{b\}\}$$

例 3：X 是含有三个元素的集合 $X = \{a,b,c\}$，$n = 3$，则拓扑空间有 32 个为：

$$T_1 = \{\phi, X\}$$

$|T| = 3$，含有除 ϕ, X 外，单个元素的拓扑空间有 6 个为：

$$T_1 = \{\phi, X, \{a\}\},\ T_2 = \{\phi, X, \{b\}\},\ T_3 = \{\phi, X, \{c\}\},$$

$$T_4 = \{\phi, X, \{a,b\}\},\ T_5 = \{\phi, X, \{a,c\}\},\ T_6 = \{\phi, X, \{b,c\}\}$$

$|T| = 4$，含有除 ϕ, X 外，两个元素的拓扑空间有 9 个为：

① $A \subseteq B$：

$$T_1 = \{\phi, X, \{a\}, \{a,b\}\},\ T_2 = \{\phi, X, \{a\}, \{a,c\}\},\ T_3 = \{\phi, X, \{b\}, \{a,b\}\}$$

$$T_4 = \{\phi, X, \{b\}, \{c,b\}\},\ T_5 = \{\phi, X, \{c\}, \{a,c\}\},\ T_6 = \{\phi, X, \{c\}, \{b,c\}\}$$

② $A \cap B = \phi, A \cup B = X$：

$$T_7 = \{\phi, X, \{a\}, \{c,b\}\},\ T_8 = \{\phi, X, \{b\}, \{a,c\}\},\ T_9 = \{\phi, X, \{c\}, \{a,b\}\}$$

$|T| = 5$，除 ϕ, X 外，含有三个元素的拓扑空间有 6 个为：

① $A \subset B$ or $A \subset C$，$A \cap B = A$，$A \cap C = C$，$A \cap C = C$：

$$T_1 = \{\phi, X, \{a\}, \{a,b\}, \{a,c\}\},\ T_2 = \{\phi, X, \{a\}, \{a,b\}, \{b,c\}\},\ T_3 = \{\phi, X, \{c\}, \{a,c\}, \{b,c\}\}$$

② $A \subset C$，$B \subset C$，$B \subset C$：

$$T_4 = \{\phi, X, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\},\ T_5 = \{\phi, X, \{a\}, \{c\}, \{a,c\}\},\ T_6 = \{\phi, X, \{b\}, \{c\}, \{b,c\}\}$$

$|T| = 6$，除 ϕ, X 外，含有四个元素的拓扑空间有 6 个为：

$$T_1 = \{\phi, X, \{b\}, \{c\}\{a,b\}, \{b,c\}\},\ T_2 = \{\phi, X, \{a\}, \{b\}\{a,b\}, \{b,c\}\}$$

$$T_3 = \{\phi, X, \{a\}, \{c\}\{a,c\}, \{b,c\}\},\ T_4 = \{\phi, X, \{b\}, \{c\}\{a,c\}, \{b,c\}\}$$

$$T_5 = \{\phi, X, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}, \{a,c\}\},\ T_6 = \{\phi, X, \{a\}, \{c\}, \{a,c\}, \{a,b\}\}$$

$|T| = 7$，除 ϕ, X 外，含有五个元素的拓扑空间有 3 个为：

$$T_1 = \{\phi, X, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}\},\ T_2 = \{\phi, X, \{a\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}\}$$

$$T_3 = \{\phi, X, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}\}$$

$|T|=8$，除 ϕ, X 外，含有六个元素的拓扑空间有 1 个为：

$$T_1=P(X)=\{\phi, X,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\}\}$$

例 4：X 是含有四个元素的集合 $X=\{a,b,c,d\}$，$n=4$，则拓扑空间有：466 个

(因为拓扑空间个数较多，我们只写出每一类的代表元)

$$T_1=\{\phi, X\}$$

$|T|=3$，含有除 ϕ, X 外，单个元素的拓扑空间：14 个

$T_1=\{\phi, X,\{a\}\}$ (4 个) $T_5=\{\phi, X,\{a,b\}\}$ (6 个) $T_{11}=\{\phi, X,\{a,b,c\}\}$ (4 个)

$|T|=4$，含有除 ϕ, X 外，两个元素的拓扑空间：$36+7=43$

$A\subseteq B$ (36 个)

① $T_1=\{\phi, X,\{a\},\{a,b\}\}$，$T_4=\{\phi, X,\{b\},\{a,b\}\}$，$T_7=\{\phi, X,\{c\},\{a,c\}\}$，$T_{10}=\{\phi, X,\{d\},\{a,d\}\}$ (各有 3 个)

② $T_{13}=\{\phi, X,\{a\},\{a,b,c\}\}$，$T_{16}=\{\phi, X,\{b\},\{a,b,c\}\}$，$T_{19}=\{\phi, X,\{c\},\{a,b,c\}\}$，$T_{22}=\{\phi, X,\{d\},\{a,b,d\}\}$ (各有 3 个)

③ $T_{25}=\{\phi, X,\{a,b\},\{a,b,c\}\}$，$T_{27}=\{\phi, X,\{a,c\},\{a,b,c\}\}$，$T_{29}=\{\phi, X,\{a,d\},\{a,b,d\}\}$，$T_{31}=\{\phi, X,\{b,c\},\{a,b,c\}\}$，$T_{33}=\{\phi, X,\{b,d\},\{a,b,d\}\}$，$T_{35}=\{\phi, X,\{c,d\},\{a,c,d\}\}$ (各有 2 个)

$A\cap B=\phi, A\cup B=X$：

① $T_{37}=\{\phi, X,\{a,b\},\{c,d\}\}$

② $T_{40}=\{\phi, X,\{a\},\{b,c,d\}\}$ (各有 3 个)

$|T|=5$，除 ϕ, X 外，含有三个元素的拓扑空间有 36 个为：

$A_1, A_2\subset A_3$ (6 个)：$T_1=\{\phi, X,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$

$A_1\subset A_2\subset A_3$ (24 个)：$T_7=\{\phi, X,\{a\},\{a,b\},\{a,b,c\}\}$

$A_1\cup A_2\cup A_3=X, A_2\cap A_3=A_1$ (6 个)：$T_{31}=\{\phi, X,\{a,b\},\{a,b,c\},\{a,b,d\}\}$

$|T|=6$，除 ϕ, X 外，含有四个元素的拓扑空间有 36 个为：

$A_1\subset A_2, A_3, A_4, A_1\cap A_2\cap A_3\cap A_4=A_1$ (12 个)：$T_1=\{\phi, X,\{a\}\{a,b\},\{a,c\},\{a,b,c\}\}$

$A_1/A_2/A_3\subset A_4, A_1/A_2\subset A_3, A_1\cup A_2=A_3$ (12 个)：$T_{13}=\{\phi, X,\{a\},\{b\},\{a,b\},\{a,b,c\}\}$

$A_1/A_2\subset A_3/A_4, A_3\cap A_4=A_2, A_3\cup A_4=X$ (12) $T_{25}=\{\phi, X,\{a\},\{a,b\},\{a,b,c\},\{a,b,d\}\}$

$|T|=7$，除 ϕ, X 外，含有五个元素的拓扑空间有 22 个为：$A_1\subset A_2, A_3, A_4, A_5, A_2\cup A_3=A_4, A_4\cup A_5=X$ (16 个)：

$$T_1=\{\phi, X,\{a\},\{a,b\},\{a,c\},\{a,b,c\},\{a,b,d\}\}$$

$A_1, A_2, A_3\subset A_4, A_5, A_1\cup A_2=A_3, A_4\cup A_5=X$ (6 个)：

$$T_{17}=\{\phi, X,\{a\},\{b\},\{a,b\},\{a,b,c\},\{a,b,d\}\}$$

$|T|=8$，除 ϕ, X 外，含有六个元素的拓扑空间有 180 个为：；

① $T_1=\{\phi, X,\{a\},\{b\},\{a,b\},\{a,c\},\{a,b,c\},\{a,b,d\}\}$

$|T|=9$，除 ϕ, X 外，含有七个元素的拓扑空间有 28 个为：

$A_1\cup A_2=A_4, A_2\cup A_3=A_5, A_4\cup A_5\cup A_6=A_7$ (4 个)：

$$T_1=\{\phi, X,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$$

$A_1 \cup A_2 = A_3, A_3 \cup A_4 = A_6, A_4 \cup A_5 = A_7$ (24 个)：

① $T_5 = \{\phi, X, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}, \{a,d\}, \{c,d\}, \{a,b,d\}, \{a,c,d\}\}$ (4 个)

② $T_9 = \{\phi, X, \{a\}, \{c\}, \{a,c\}, \{a,b\}, \{b,d\}, \{a,b,c\}, \{a,b,d\}\}$ (4 个)

③ $T_{13} = \{\phi, X, \{a\}, \{d\}, \{a,d\}, \{a,b\}, \{b,c\}, \{a,b,d\}, \{a,b,c\}\}$ (4 个)

④ $T_{17} = \{\phi, X, \{b\}, \{d\}, \{b,d\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{a,b,d\}, \{a,b,c\}\}$ (4 个)

⑤ $T_{21} = \{\phi, X, \{c\}, \{d\}, \{c,d\}, \{d,b\}, \{a,b\}, \{b,c,d\}, \{a,b,d\}\}$ (4 个)

⑥ $T_{25} = \{\phi, X, \{b\}, \{c\}, \{b,c\}, \{c,d\}, \{a,d\}, \{b,c,d\}, \{a,c,d\}\}$ (4 个)

$|T| = 10$，除 ϕ, X 外，含有八个元素的拓扑空间有 84 个为：

$$T_1 = \{\phi, X, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{a,d\}, \{a,b,c\}, \{a,b,d\}, \{a,c,d\}\}$$

$|T| = 11$，除 ϕ, X 外，含有九个元素的拓扑空间有 12 个为：

$$T_1 = \{\phi, X, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}, \{a,d\}, \{a,b,d\}\}$$

$|T| = 12$，除 ϕ, X 外，含有十个元素的拓扑空间有 4 个为：

$$T_1 = \{\phi, X, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{a,d\}, \{a,b,c\}, \{a,b,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c\}\}$$

$|T| = 13$，除 ϕ, X 外，含有十一个元素的拓扑空间有 12 个

$$T_1 = \{\phi, X, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,d\}, \{a,b,c\}, \{a,b,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c,d\}\}$$

$|T| = 14$，除 ϕ, X 外，含有十二个元素的拓扑空间有 0 个

$|T| = 15$，除 ϕ, X 外，含有十三个元素的拓扑空间有 0 个

$|T| = 16$，除 ϕ, X 外，含有十四个元素的拓扑空间有 1 个为：

$$T_1 = \{\phi, X, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,d\}, \{c,d\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}, \{a,b,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c,d\}\} \\ = P(X)$$

根据上面实例我们得到下表数据：

集合含有元素个数	分类	含有拓扑空间总数	元素含有个数													
			2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	……
一	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
二	3	4	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
三	7	32	1	6	9	6	6	3	1	0	0	0	0	0	0	0
四	12	466	1	14	36	36	36	22	180	28	84	12	4	12	0	0

4. 验证是否为拓扑空间的算法

从以上的不同集合上构造不同拓扑可以看出，验证方法特别繁琐，而且当一个集合包含的元素越多的时候，花费的时间较多，还容易出错。计算机程序设计越来越普遍，计算机计算节省了很多时间。下面给出 X 的任意子集族 T 是否为 X 的拓扑空间的程序：

```
#include <cstdlib>
#include <iostream>
#include <vector>

using namespace std;

vector<int> setAnd(vector<int> &a,vector<int> &b)
{
    int i,j;
    vector<int> r;
    for(i=0;i<a.size();i++)
        for(j=0;j<b.size();j++)
            if(a[i]==b[j])
                {r.push_back(a[i]);break;}
    return r;
}
vector<int> setOr(vector<int> &a,vector<int> &b)
{
    int i,j,k;
    vector<int> r;
    i=j=k=0;
    while(i<a.size()||j<b.size())
    {
        if(i<a.size()&&j<b.size())
        {
            if(a[i]<b[j])
                k=a[i++];
            else
                k=b[j++];
        }else if(i<a.size())
            k=a[i++];
        else if(j<b.size())
            k=b[j++];
        if(r.size()==0||r[r.size()-1]!=k)
            r.push_back(k);
    }
    return r;
}
int setCheck(vector< vector<int> > &T,vector<int> &a)
{
```

```
        int i;
        if(a.size()==0)
                return 1;
        for(i=0;i<T.size();i++)
        {
                if(T[i]==a)
                {
                        break;
                }
        }
        return i<T.size()?1:0;
}
int dfs(vector<int>    &X,vector< vector<int> > &T,int start,int cnt,vector<int>    &arr,int arrindex)
{
        int i;
        int endIndex = T.size()-cnt;
        if(cnt==0)
        {
                vector<int> r1,r2;
                r1=r2=T[arr[0]];
                for(i=1;i<arr.size();i++)
                {
                        r1=setAnd(r1,T[arr[i]]);
                        r2=setOr(r2,T[arr[i]]);
                }
                if(setCheck(T,r1)==0)
                        return 0;
                return setCheck(T,r2);
        }
        for(i=start; i<=endIndex; i++)
        {
                arr[arrindex] = i;
                if(dfs(X,T,i+1,cnt-1,arr,arrindex+1)==0)
                        return 0;
        }
}
int main(int argc,char *argv[])
{
        vector<int>    X;
        vector<int>    arr;
```

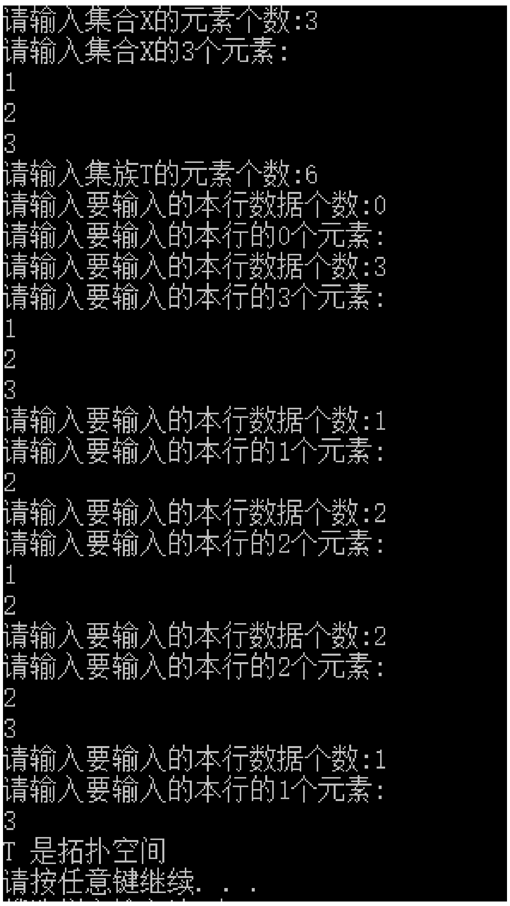
```
vector< vector<int> > T;
int cnt,cnt1,i,j,data,flag;

cout<<"请输入集合 X 的元素个数:";
cin>>cnt;
cout<<"请输入集合 X 的"<<cnt<<"个元素:"<<endl;
for(i=0;i<cnt;i++)
{
    cin>>data;
    X.push_back(data);
}
sort(X.begin(),X.end());
cout<<"请输入集族 T 的元素个数:";
cin>>cnt;
for(i=0;i<cnt;i++)
{
    vector<int>   tmp;
    cout<<"请输入要输入的本行数据个数:";
    cin>>cnt1;
    cout<<"请输入要输入的本行的"<<cnt1<<"个元素:"<<endl;
    for(j=0;j<cnt1;j++)
    {
        cin>>data;
        tmp.push_back(data);
    }
    sort(tmp.begin(),tmp.end());
    T.push_back(tmp);
}
if((flag=setCheck(T,X))==1)
    for(i=1;i<=T.size();i++)
    {
        arr.resize(i);
        if(dfs(X,T,0,i,arr,0)==0)
            {flag=0;break;}
    }
if(flag)
    cout<<"T  是拓扑空间"<<endl;
else
    cout<<"T 不  是拓扑空间"<<endl;
system("pause");
```

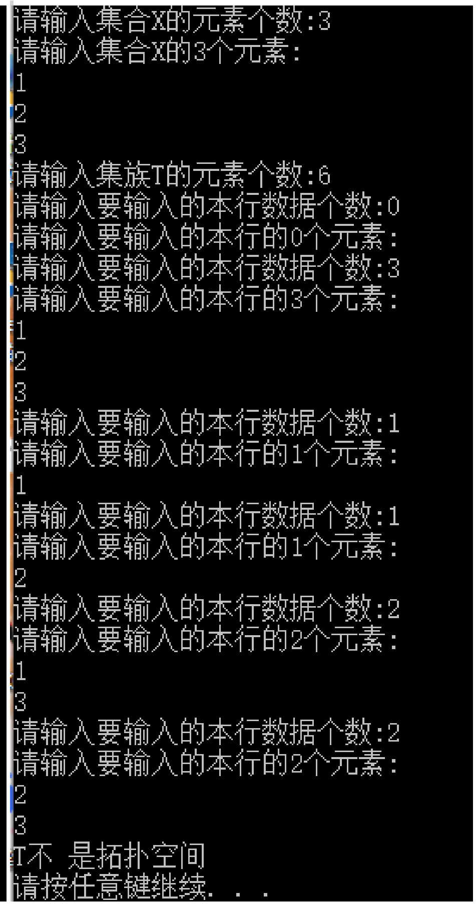
```
        return 0;
}
```

附程序：

注：此程序是以数值进行输入，所以验证的拓扑空间是自然数的子集族。下面我们以例题的方式验证程序的可行性。

例 5：设 X 是一个三元素集合，$X=\{1,2,3\}$，我们验证 X 的子集族 $T_1=\{\phi,X,\{b\},\{a,b\},\{b,c\}\}$ 和 $T_2=\{\phi,X,\{a\},\{b\},\{a,c\},\{b,c\}\}$ 是否为拓扑空间。





注：

1、依次可验证任意集合上的任意子集族是否为拓扑空间，由于验证界面较长，不在此展示，读者可自行验证。

2、我们给出了定义 1.1 的验证程序，有兴趣的读者可根据基础知识中的注 1 和注 2 写出相应的验证程序。

基金项目

本课题由青海省自然科学基金(批准号：2018-z-911)、国家自然科学基金(批准号:61773019)资助。

参考文献

[1] 熊金城, 编. 点集拓扑讲义[M]. 第 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2003.