

基于Eigen Decomposition FrFT双绞线检测系统设计

杨宗潮, 周 骅, 赵 麒

贵州大学大数据与信息工程学院, 贵州 贵阳

收稿日期: 2023年8月3日; 录用日期: 2023年9月5日; 发布日期: 2023年9月14日

摘 要

在远距离双绞线电缆故障诊断的过程中, 故障诊断的准确性容易受到实际环境中的多种因素影响, 在采集反射信号时, 会受到噪音等因素的影响, 造成采集频率不准确、搜索误差较大等影响, 最终影响了电缆诊断系统的准确性。分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier Transform, FRFT)是一种新型电缆故障检测方法, 利用线性调频信号(LFM signal)作为入射信号, 由于FrFT对LFM信号在特殊阶数下产生能量聚集性的特点, 在分数域中可以检测到故障位置的冲激函数, 因此可以得到故障位置。近年来, 离散分数阶傅里叶变换的发展, 衍生出了最接近连续分数阶傅里叶性质的特征分解型傅里叶变换。经实验验证, 在最佳Hermite-Gaussian函数近似值下能够得到比采样型FrFT的更好的检测效果。

关键词

语音通信双绞线, LFM信号, 特征分解分数阶傅里叶变换

Design of a Twisted Pair Detection System Based on Eigen Decomposition FrFT

Zongchao Yang, Hua Zhou, Qi Zhao

College of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang Guizhou

Received: Aug. 3rd, 2023; accepted: Sep. 5th, 2023; published: Sep. 14th, 2023

Abstract

In the process of long-distance twisted pair cable fault diagnosis, the accuracy of fault diagnosis is easily affected by various factors in the actual environment. When collecting reflected signals, it is affected by factors such as noise, resulting in inaccurate collection frequency and large search er-

rors, ultimately affecting the accuracy of the cable diagnosis system. Fractional Fourier Transform (FRFT) is a novel cable fault detection method that utilizes linear frequency modulation (LFM signal) as the incident signal. Due to the energy aggregation of the LFM signal under special orders, FRFT can detect the impulse function of the fault location in the fractional domain, thus obtaining the fault location. In recent years, with the development of discrete fractional Fourier transform, the Eigende composition of a matrix Fourier transform, which is closest to the continuous fractional Fourier transform, has been derived. Through experimental verification, better detection performance can be achieved than the sampled FrFT under the optimal Hermite Gaussian function approximation.

Keywords

Voice Communication Twisted Pair, LFM Signal, Eigen Decomposition Fractional Fourier Transform

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

无线通信网络的出现让企事业单位办公效率提升一个档次。但是,无线通信不同于有线网络,所有的通信数据都在空中传输,有被窃听和破解的风险。因此,保密单位常使用有线通信能有效防止机密泄露[1]。埋地电缆在长年的工作环境下,会受到腐蚀、老化,或是由于温度过高导致电缆局部缺陷,使得电缆的绝缘性能下降,造成开路和短路的故障[2]。但电缆长时间埋于地下,难以通过人眼观察到故障点,并且通信电缆为远距离电缆,一般在公里级以上。

近年来,分数阶傅里叶变换因其在光学、量子力学、模式识别、时频分析、信号处理等领域的广泛应用得到了越来越多的关注[3]。分数阶傅里叶变换可以看作是时频平面的旋转,并且同其他时频分布具有密切的联系,这为分数阶傅里叶变换理解为一种统一的时频变换奠定了理论基础。在信号处理领域,分数阶傅里叶变换将信号从时频平面旋转为分数阶域,在特殊阶数下,对线性调频信号(LFM 信号)呈现出独有的能量聚集性。传统的扩展频谱时域反射法(spread spectrum time domain reflectometry, SSTDR)主要的研究对象是同轴电缆,通常用于飞机和铁路应用环境[4],在双绞线电缆环境下由于频率限制无法有效检测[5]。时频域反射法(time frequency domain reflectometry, TFDR)利用维格纳维拉分布(wigner-ville distribution, WVD) [6],但是会因此引入交叉项干扰。文献[6]和文献[7]提出增广时频域反射法(augmented time frequency domain reflectometry, ATFDR)消除了交叉项,但是,所选高斯调频信号频率过高不适用于语音双绞线的低通特性,而且实验检测距离太近,对于在信号较微弱的远距离检测意义不大。

由于分数阶傅里叶变换的离散化算法(discrete fractional fourier transform, DFRFT)的发展[8],对信号处理领域起着非常重要的作用。其中,特征分解型分数阶傅里叶变换(Eigen Decomposition FrFT)满足连续分数阶傅里叶变换的性质,但是会牺牲计算效率[9] [10]。其中,经过优化选取得到的离散 Hermite-Gaussian 函数的近似值参数对双绞线的检测结果有较大提升[11]。因此,最佳的近似值参数能够得到更强的能量聚集性,对于远距离检测能够呈现出更精准的检测结果。

本文提出 Eigen Decomposition FrFT 针对语音通信双绞线的一种全新算法,优化算法选取最佳近似值参数,所得故障计算位置的精确性有所提升。实验平台选择 ZYNQ-7000 系列,利用 PS (Processing System)

生成 LFM 线性调频信号作为入射信号，经由 DMA 传输协议传递数据流给 PL (Program Logic)侧。高速 DAC 模块将信号转化为模拟信号经由放大器传输至双绞线故障电缆中。同时，高速 ADC 采集混叠信号，经过离散分数阶傅里叶变换算法，得到故障位置处的检测点。

2. 检测架构及原理

2.1. FRFT 检测原理

分数域介于时域与频域之间，在不同的旋转角度下，能够对信号在多个分数域中进行分析，为观察信号提供多个角度的分析。其中，线性调频(linear frequency modulation, LFM)是一种不需要伪随机编码序列的扩展频谱调制技术。因为线性调频信号占用的频带宽度远大于信息带宽，所以也可以获得很大的系统处理增益。

LFM 信号在时频平面上旋转至特定的阶数下，能够呈现出有能量聚集性的冲激信号，易于被检测。因此在实际检测中，需要搜索最佳旋转角度，找到信号最大峰值所在位置。

由于二类语音通信双绞线电缆的低频传输特性，高频信号无法通过电缆得到有效反射信号，只能发射低频信号注入电缆，而这样接收到的混叠信号中会有大量噪声信号传统的时频分析算法无法进行有效的检测，而 FrFT 算法是将信号转换至分数域中进行分析，由于噪声信号在分数域中没有任何影响，因此能够有效检测双绞线电缆。

一般对于 FrFT 有两种最常用的定义形式，积分核变换和特征分解。 a 阶连续分数阶傅里叶变换的公式为：

$$\{\mathcal{F}^a\}(t_a) = \int_{-\infty}^{\infty} K_a(t_a, t) * f(t) dt \tag{1}$$

其中，积分核为：

$$K_a(t_a, t) = \sqrt{\frac{1-j \cot \alpha}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\pi(t_a^2 \cot \alpha - 2t_a t \csc \alpha + t^2 \cot \alpha)} f(t) dt \tag{2}$$

积分核的谱展开形式为：

$$K_a(t_a, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k(t_a) * e^{-j\frac{\pi}{2}ka} * \psi_k(t) \tag{3}$$

$\psi_k(t_a)$ 为特征函数，根据第 k 个 Hermite-Gaussian 函数所定义。

2.2. Hermite-Gaussian 函数离散化过程

在现有 FrFT 离散化算法中，采样型 DFrFT 的特点是效率高，但是会牺牲连续 FrFT 定义性质。Eigen Decomposition DFrFT 的特点是满足性质，但是在计算效率上会大大降低。

双绞线故障检测对于检测的精度要求较高，需要更为接近连续的性质。DFrFT 的积分核谱展开定义为：

$$F^a[m, n] = \sum_0^{N-1} p_k[m] * (\lambda_k)^a * p_k[n] \tag{4}$$

计算近似离散 Hermite-Gaussian 函数：

$$\hat{H} = \sum_{p=1}^m (-1)^{p-1} * \frac{[(p-1)!]^2}{(2p)!} * (\hat{C}_p + \hat{D}_p) \tag{5}$$

定义的离散 Hermite-Gaussian 函数必须近似等于连续的 Hermite-Gaussian 函数。公式(5)中 m 为近似值参数。 m 取值的不同,对检测结果有着较大影响,有必要确定 m 系数的取值在不同距离下的影响,选择最优解。

3. 系统程序设计

为实现基于 DFrFT 算法的便携式双绞线故障检测设备并且验证算法的效率和性能,搭建了如图 1 所示的实验环境。待测电缆长度选择使用总长 1538 m、特征阻抗为 $100\ \Omega$, 传输频率为 1 M 的二类屏蔽双绞线作为测试对象。



Figure 1. Experimental platform
图 1. 实验平台

在系统设计过程中, ZYNQ 平台通过串口连接屏幕显示 ARMLinux 系统打印信息。进入系统后,加载 AXI 总线驱动模块,即开启并检测 PL 侧的 AXI4 总线通道数量。通过执行信号发送模块驱动文件,将实部信号与虚部信号分别注入至故障电缆,信号在传播过程中遇到阻抗不匹配的点发生反射,此时 ADC 模块同时采集入射信号与反射信号的混叠信号,并传输至 PS 系统中。制作工程文件时,通过 Makefile 将驱动与两种算法分别和驱动文件编写在一起,ARM 系统得到所需的混叠信号后,在采集结束后,算法文件将自动处理两部分混叠信号并输出计算结果。该系统实现信号发射和采集系统的便携化,如图 2 所示。

为了确定其合适的信号参数,需要对不同的带宽下的信号进行验证。其中带宽越高, u 域峰值点间隔 Δu 的计算结果精度越高,但高频信号在低通双绞线电缆中的衰减就会越大。因此需要测试在不同长度区间范围内的最优入射信号带宽。

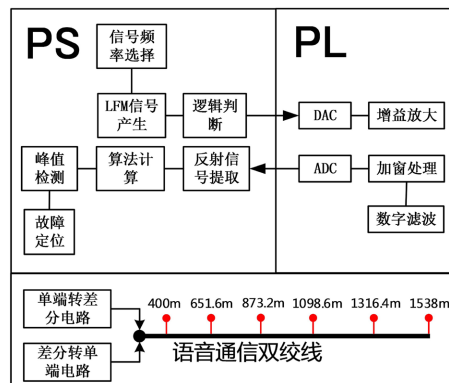


Figure 2. System design
图 2. 系统设计

4. 算法验证与分析

4.1. 算法流程

由于语音双绞线的低频特性，高频信号会随着电缆检测距离的提升而衰减。因此，需要在不同的检测距离区间内选择不同的 LFM 信号带宽，经过算法测试分析，实验统计如表 1 所示。

Table 1. LFM signal selection

表 1. LFM 信号选择

实测距离/m	入射频率/MHz	采样频率/MHz	信号带宽/kHz	信号时宽/us
400	100	25	2000	100
651.6	100	25	2000	100
873.2	100	25	2000	100
1098.6	100	25	700	100
1316.4	100	25	700	100
1538	100	25	500	100

为验证 Eigen Decomposition DFrFT 算法在实际工程中的性能与效率，实验对象选择 400 m 的二类语音通信双绞线，分别测试在不同的 Hermite-Gaussian 函数近似值下的结果。

首先，生成时宽 $T = 100 \mu\text{s}$ 、起始频率 $f_0 = 0 \text{ MHz}$ 、带宽 $B = 2 \text{ MHz}$ 、频率 $f = 100 \text{ MHz}$ 的线性调频信号。由于 DFrFT 所计算的结果分为实部与虚部，因此需要将 LFM 信号的实部与虚部分别注入电缆中。由于 AD9708 芯片硬件要求，信号必须生成 0~255 范围的整数信号。如图 3 所示。

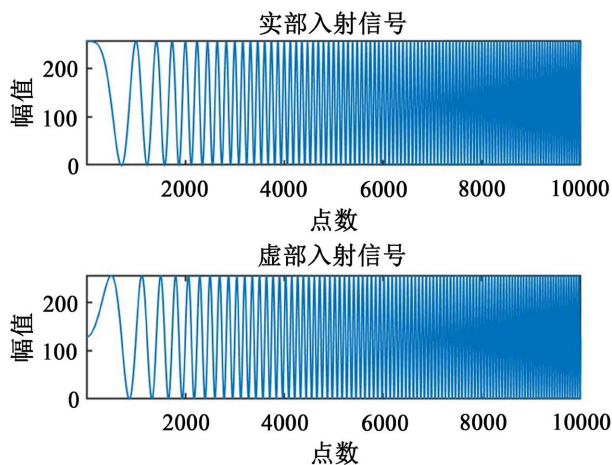


Figure 3. LFM integer signal

图 3. LFM 整数信号

此时，需要从两个角度对混叠信号处理。第一，对混叠信号进行等比例信号大小的加窗，加窗能够得到较好的旁瓣抑制效果，并且提高频率分辨率，如图 4(a)所示；第二，将数字信号从 0~255 的范围调整至 0 轴对称信号，如果直接进行分析，则会在主峰后产生台阶，无法得到有效故障点处冲激函数。如图 4(b)所示。

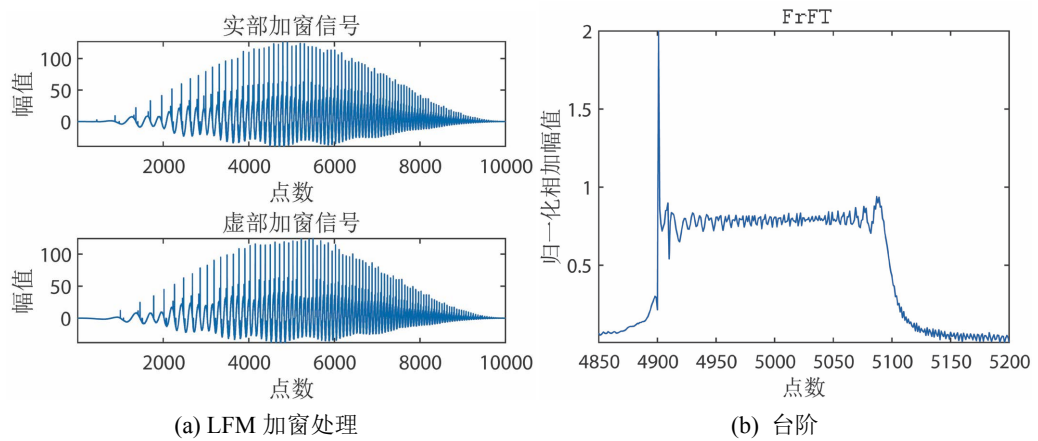


Figure 4. LFM signal processing
图 4. LFM 信号处理

将带宽 B 、信号采样率 f_s 、带入归一化调频率计算公式 $k = B/f_s$ ，计算得到 $k = 0.2$ ，在 u 域的旋转角度 $\alpha = \arctan(-k)$ ，最佳变换阶数 $p = \alpha/(\pi/2)$ ，计算得到 $p = -0.987269$ 。将实部信号与虚部信号分别进行归一化，然后相加得到最终结果。

分数阶傅里叶变换的时延估计，利用了 FRFT 的时移特性[12]：

$$F^p[f(t-\tau)] = e^{j\pi\tau^2 \sin\alpha \cos\alpha} e^{-j\pi u\tau} f_p(u-\tau \cos\alpha) \tag{6}$$

由式可知，LFM 信号在时域的延迟 τ 变换到分数域上表现为信号幅度谱平移 $\tau \cos\alpha$ 。分数域上幅度谱的位置偏移量 Δu 即为对时延的估计：

$$t = \Delta u * \sec\alpha * \frac{1}{f_s} \tag{7}$$

公式为在 u 域中的时间延迟公式。其中， t 为信号到反射点并返回至入射端所计算的时间， Δu 为 u 域中入射信号与反射信号峰值之间的间距点数， f_s 为入射信号的采样率。而后利用距离公式 $s = 0.5*vt$ ，即可计算出 FrFT 算法所得到的故障距离，表 2 所示为不同信号选择所计算的误差。

Table 2. The relationship between bandwidth and Δu
表 2. 带宽与 Δu 的关系

信号时长/us	信号带宽/Khz	信号速度 m/us	单点误差/m
100	2000	192	48
100	700	192	137
100	500	192	192

4.2. 算法优化参数选取

为验证公式(5)中近似值参数 m 对于检测结果的影响，选取在语音通信双绞线电缆 400 m 处设置开路点，依据上述算法流程，设计选取带宽 B 为 2 M，时宽 T 为 100 us 的 LFM 信号。图 5 所示为选取近似值 $m = 2, 4, 6, 8$ 时所计算的测距结果。

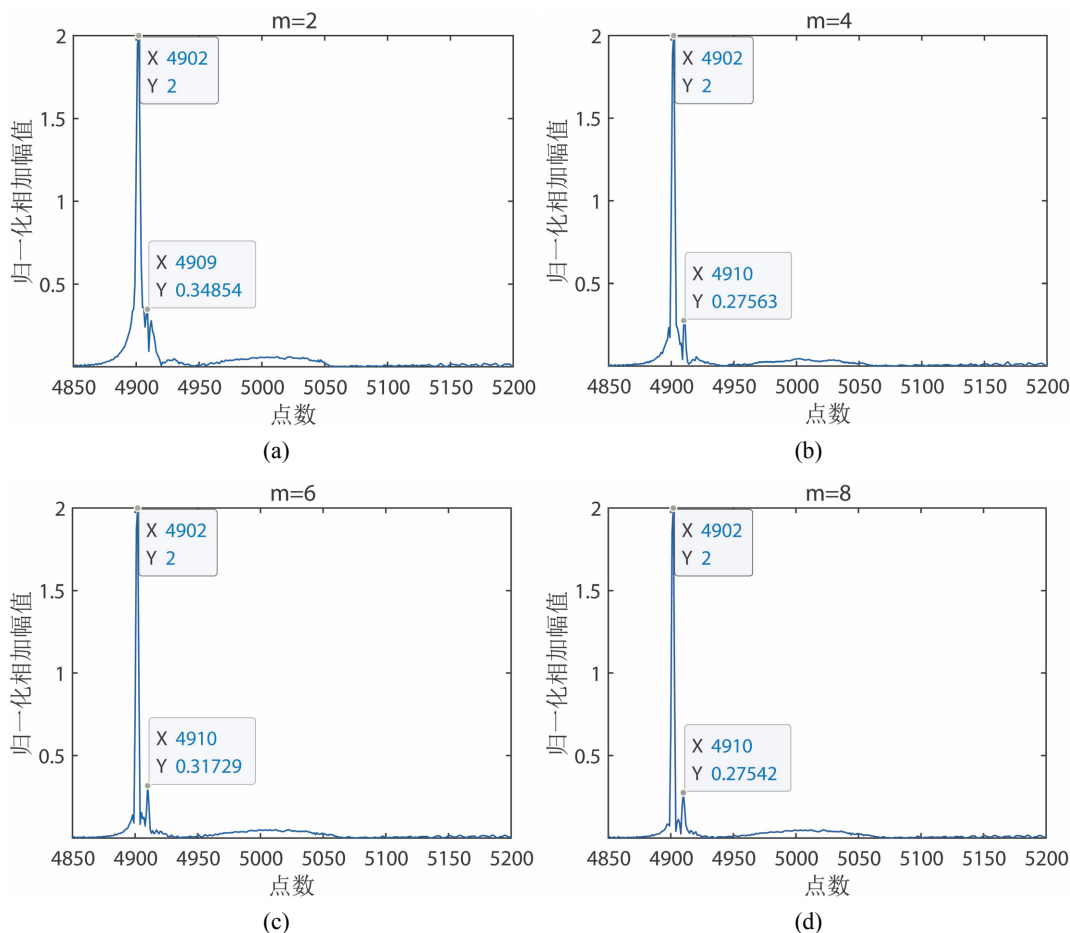


Figure 5. Comparison of H-G function parameters at 400 meters
图 5. 400 m 处 H-G 函数参数对比

在图 5 的 u 域坐标系中，第一个峰值为 LFM 入射信号变换的峰值点，其坐标为 $u_s = 4902$ 。第二个峰值为反射信号变换的峰值点，其坐标为 $u_r = 4909$ 或 4910 。

可以看出，不同的 Hermite-Gaussian 近似值对于检测距离精度和能量聚集特性均有所不同。当近似值 $m = 2$ 时， $\Delta u = u_r - u_s = 7$ ，通过公式(7)计算出时延近似 $t = 3.50 \text{ us}$ ，经过分析实测信号在语音双绞线传播速度为 $v = 192 \text{ m/us}$ ，即可计算出故障点的距离为 $s = 1/2 * v * t = 336.06 \text{ m}$ ，实际故障距离为 400 m ，误差率为 15.985% 。当 $m = 4, 6, 8$ 时， $\Delta u = u_r - u_s = 8$ ，通过公式(7)计算出时延近似 $t = 4.00 \text{ us}$ ，计算出故障点的距离为 $s = 384.08 \text{ m}$ ，误差率为 3.98% 。因此 $m = 2$ 分析结果误差太大应排除。

图 6(a)为不同 Hermite-Gaussian 近似值下实测的计算时间，其中 $m = 4$ 与 $m = 18$ 区间内计算时间稳定在 40 s 左右， $m = 18$ 与 $m = 30$ 区间内所需计算时间大幅上升。而图 6(b)为不同近似值下的能量幅值大小，其中 $m = 6$ 的幅值 0.31729 为最高峰值，之后一直降低稳定在 0.24 附近。因此结合两者对比， $m = 6$ 为最佳 Hermite-Gaussian 近似值。

4.3. 算法验证

从 651.6 m 处以 221.6 m 的线缆长度递增，分别在 651.6 m 、 873.2 m 、 1098.6 m 、 1316.4 m 、 1538 m 处设置开路故障点，实测 5 组数据结果。当故障点在 651.6 m 时，从图 7 可以看出两种算法都能够有效检测故障点，而 Eigen Decomposition DFrFT 所得的能量为 0.13305 ，相比于采样型的 0.10699 ，相比主峰

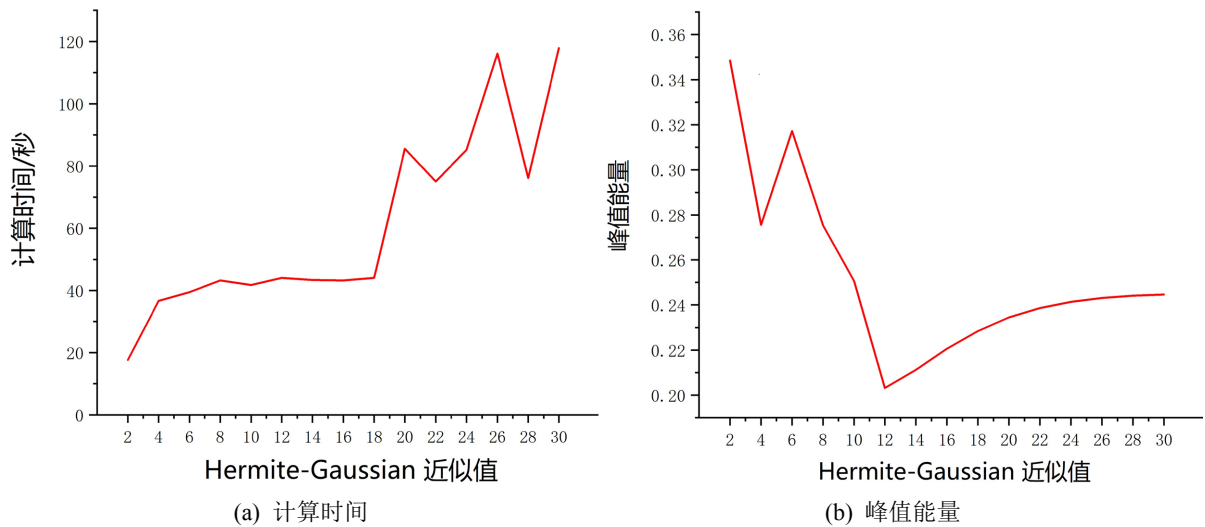


Figure 6. Influence of 400 m distance approximation
图 6. 400 m 距离近似值影响

能量高出 1.303%。当故障点在 873.2 m 处时，特征分解 FrFT 的峰值点为 0.056994，虽然比采样型能量高出了 0.3629%，但是明显可以看出在 873.2 m 处，2 Mhz 带宽的 LFM 信号已经衰减严重，如再进一步检测已无法得到有效反射峰值。因此，选择将带宽进一步降低至 700 khz，这样能够让入射信号衰减度降低。

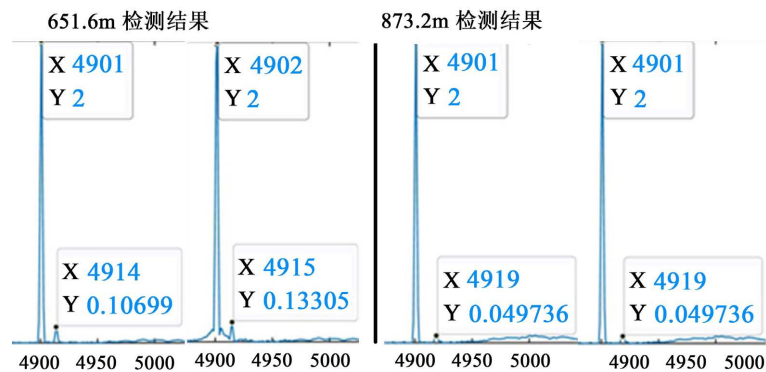


Figure 7. Calculation results of bandwidth 2 Mhz
图 7. 带宽 2 Mhz 计算结果

采样型 FrFT 与 Eigen Decomposition DFrFT 的检测结果由表 3 所示。在近距离区间内，反射峰的冲激函数较为明显，因此可以使用计算效率更高的采样型 FrFT。但在远距离区间与带宽极限检测位置处，反射信号十分微弱，采样型 FrFT 计算的冲激函数点幅值与噪声大小幅值不相上下，而 Eigen Decomposition DFrFT 选取最佳的 Hermite-Gaussian 近似值参数后，能够在原有混叠信号不变的情况下，计算出更高的有效峰值。虽然牺牲了计算效率，但是能够在带宽不变的情况下保证计算精度，有效检测故障点。

5. 结语

本文针对语音通信双绞线的实验环境，提出全新的 Eigen Decomposition DFrFT 的故障定位方法，首先利用 ZYNQ 平台外接 AD-DA 器件实现 LFM 信号发射与采集，并且根据双绞线信号传输特性对不同长度区间的带宽进行选择。根据双绞线检测应用工程要求，由于近距离区间检测需求高精度的准确测量，

Table 3. Detection result
表 3. 检测结果

方法	故障类型	计算时间/s	实际距离/m	计算距离/m	误差率
特征分解	开路	40.6264	651.6	624.13	4.216%
	开路	41.9328	873.2	864.17	1.034%
	开路	41.8346	1098.6	1097.17	0.130%
	开路	41.1836	1316.4	1371.46	4.183%
	开路	41.6797	1538	1508.61	1.911%
采样	开路	0.54908	651.6	624.13	4.216%
	开路	0.42955	873.2	864.17	1.034%
	开路	0.42417	1098.6	1097.17	0.130%
	开路	0.35727	1316.4	1371.46	4.183%
	开路	0.38092	1538	/	/

因此在 0~873.2 m 选择带宽为 2 Mhz 的带宽 LFM 信号, 而 873.2 m~1538 m 的远距离测量区间选择带宽为 700 Khz 的 LFM 信号。由于不同的 Hermite-Gaussian 近似值参数所得到的峰值能量对检测影响较大, 重点优化测试了 Hermite-Gaussian 近似值参数对检测结果的影响, 验证了优化后的 Eigen Decomposition DFrFT 检测双绞线的有效性, 提升了对语音通信双绞线的检测效果。

参考文献

- [1] 黄寅卿. 有线通信电话线路检修及维护措施分析[J]. 中国新通信, 2019, 21(13): 6-7.
- [2] 余靖. 基于扩展频谱时域反射法的电力电缆故障在线检测研究[D]: [硕士学位论文]. 广州: 华南理工大学, 2016.
- [3] 吴晓涛. 基于分数阶傅里叶变换的信道估计算法研究[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.
- [4] 李晓晖. 基于 SSTDR 的飞机线缆故障定位方法研究[D]: [硕士学位论文]. 天津: 中国民航大学, 2014.
- [5] 张小绿. FPGA 在铁路信号电缆故障检测中的应用研究[D]: [硕士学位论文]. 北京: 北京交通大学, 2020.
<https://doi.org/10.26944/d.cnki.gbfju.2020.002235>
- [6] 尹振东, 王莉, 陈洪圳. 增广时频域反射法在电缆复合故障检测中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(23): 7760-7773.
- [7] 王昱皓, 周凯, 汪先进, 等. 基于改进时频域反射法的电力电缆局部缺陷定位[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(7): 2584-2594.
- [8] Song, E., Shin, Y.J., Stone, P.E., et al. (2009) Detection and Location of Multiple Wiring Faults via Time-Frequency-Domain Reflectometry. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, **51**, 131-138.
<https://doi.org/10.1109/TEMC.2008.2007964>
- [9] 陈天禄, 高佳杰, 单增罗布, 等. 分数傅里叶变换离散化(DFRFT)算法和应用研究[J]. 西藏大学学报(自然科学版), 2009, 24(2): 109-113. <https://doi.org/10.16249/j.cnki.54-1034/c.2009.02.002>
- [10] Candan, C., Kutay, M.A. and Ozaktas, H.M. (1999) The Discrete Fractional Fourier Transform. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **48**, 1329-1337. <https://doi.org/10.1109/78.839980>
- [11] Santhanam, B. and Santhanam, T.S. (2007) Discrete Gauss-Hermite Functions and Eigenvectors of the Centered Discrete Fourier Transform. 2007 *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Honolulu, 15-20 April 2007, III-1385-III-1388. <https://doi.org/10.1109/ICASSP.2007.367104>
- [12] 黄乙. 线性调频信号的时延估计方法研究[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2021.
<https://doi.org/10.27061/d.cnki.ghgdu.2021.003533>