

# Health Performance Evaluation Based on Stochastic Frontier Analysis—Taking Gansu Province as an Example

Jie Qi, Yuan Zhang, Yingxia Liu, Jianjun Dou\*

Longqiao College of Lanzhou University of Finance and Economics, Lanzhou Gansu  
Email: \*726877007@qq.com

Received: Apr. 1<sup>st</sup>, 2018; accepted: Apr. 23<sup>rd</sup>, 2018; published: Apr. 30<sup>th</sup>, 2018

---

## Abstract

In this paper, the Bayesian method is used to deduce the classical stochastic frontier model and obtain the posterior conditional distribution of the model parameters. On this basis, the posterior mean value of the parameters is calculated. The estimated model was applied to 14 cities (states) of Gansu province in the evaluation of health technology efficiency, and the relative health performance of 14 cities (states) was measured. The city with higher health performance is: Tianshui city, Zhangye city, Dingxi city and Longnan city. The city is: Lanzhou city, Jiayuguan city, Jinchang city, Wuwei city, Pingliang city, Jiuquan city, Gannan prefecture. The city with low health performance is Baiyin city, Qingyang city and Linxia state.

## Keywords

Stochastic Frontier Model, Bayesian Estimation, Health Performance

---

# 基于随机前沿分析的卫生绩效评价——以甘肃省为例

齐 杰, 张 媛, 刘应霞, 窦剑军\*

兰州财经大学陇桥学院, 甘肃 兰州  
Email: \*726877007@qq.com

收稿日期: 2018年4月1日; 录用日期: 2018年4月23日; 发布日期: 2018年4月30日

---

\*通讯作者。

## 摘要

本文应用Bayesian方法对经典随机前沿模型进行了推断,得到模型参数的后验条件分布,在此基础上对参数的后验均值进行了计算。将估计的该模型应用甘肃省14个市(州)的卫生技术效率评价中,测算了14个市(州)相对卫生绩效。得出卫生绩效较高的市为:天水市、张掖市、定西市、陇南市;卫生绩效居中的市为:兰州市、嘉峪关市、金昌市、武威市、平凉市、酒泉市、甘南州;卫生绩效较低的市为:白银市、庆阳市、临夏州。

## 关键词

随机前沿模型, Bayesian估计, 卫生绩效

Copyright © 2018 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

卫生经济领域内决策评价单元(DMU)的绩效测算一直是国内外研究关注的一个焦点。卫生医疗资源作为一种稀缺的资源,如何对卫生医疗资源进行优化配置,已经成为学术界和政府共同关心的话题。改革开放以来,我国卫生医疗事业取得了显著的成就,近几年也呈现出迅速的发展趋势。但是在其发展过程中出现了许多新问题和矛盾,诸如城乡区域医疗卫生发展不平衡,医疗保障制度不健全,医疗卫生资源配置不合理。这使得医疗卫生与人民对美好生活的向往之间的矛盾更加凸显,如何提高卫生经济的效率以满足人民生活的需要成为亟待解决的问题。

甘肃省地处西北内陆,部分地区还完全没有解决“病有所医”这个民生问题,医疗技术人员不足以及医疗条件落后成为甘肃省的最大实际问题,如何测算客观的测算卫生效率以提高绩效,成为迫在眉睫的问题。

目前关于技术效率的测算主要有两种方法,一种是基于参数的随机前沿分析[1]-[6],另一种是基于非参数的数据包络分析,大多数学者基于这两种方法对不同行业的技术效率作的测算。陈关聚(2014) [7]运用随机前沿测度了中国制造业 30 个行业的全要素能源效率,分析了能源结构对技术效率的影响,表明2003~2010 年制造业能源效率呈现先上升后停滞的阶梯形变化特征,行业间能源效率水平差异较大;张月玲、叶阿忠、陈泓(2015) [8]基于我国要素禀赋非均衡分布的客观现实,从前沿技术结构与技术进步方向演进相融合的视角研究了人力资本结构、适宜技术选择与全要素生产率变动分解;陈洁(2016) [9]构造超越对数生产函数,应用随机前沿分析方法对 2005~2013 年我国各省份用电技术效率进行测算;范兆斌、黄淑娟(2017) [10]应用随机前沿贸易引力模型,评估了文化距离对“一带一路”沿线国家文化产品贸易效率的影响;王留鑫、洪名勇(2018) [11]基于随机前沿分析对中国农业全要素生产率增长进行了实证研究。对于卫生经济效率测算的研究相对交少,对于甘肃省的卫生经济技术效率的研究更少。鉴于此本文以甘肃省 14 个地州市为评价单元,应用随机前沿模型对卫生经济效率作测算,在模型参数估计阶段文章应用贝叶斯方法做估计。全文的安排如下,第二部分的模型介绍以及模型的参数估计;第三部分的技术效率的测算;第四部分为实证部分即将该方法应用到甘肃 14 个地州市的技术效率测算上。

## 2. 模型介绍及参数估计

考虑如下随机前沿模型

$$\begin{aligned} y &= X\beta + \varepsilon \\ \varepsilon &= v - u \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $y$  是一个  $n \times 1$  维的向量, 表示  $n$  个生产单元的产出,  $X$  是一个  $n \times (m+1)$  的矩阵, 表示每个单元的  $m$  个投入,  $v$  是统计误差, 设  $v \sim N(0, \sigma_v^2 I)$ ,  $u$  是技术无效率项, 设  $u \sim N^+(0, \sigma_u^2 I)$ ,  $v$  与  $u$  相互独立, 在  $u$  已知的条件下,  $y$  服从正态分布。

在模型(1)中待估计的参数为  $\beta, \sigma_v^2, \sigma_u^2$  和技术无效率项  $u$ , 为了进行贝叶斯推断, 需要确定参数的先验分布。  $\sigma_v^2$  与  $\sigma_u^2$  的先验分布可取为倒 Gamma 分布, 这恰为  $\sigma_v^2$  与  $\sigma_u^2$  的共轭先验分布, 即取

$$\begin{aligned} \pi(\sigma_v^2) &\propto (\sigma_v^2)^{-\left(\frac{N_0-1}{2}+1\right)} e^{-\frac{a_0}{\sigma_v^2}} \sim RG\left(\frac{N_0-1}{2}, a_0\right) \\ \pi(\sigma_u^2) &\propto (\sigma_u^2)^{-\left(\frac{M_0-1}{2}+1\right)} e^{-\frac{b_0}{\sigma_u^2}} \sim RG\left(\frac{M_0-1}{2}, b_0\right) \end{aligned}$$

$\beta$  的先验分布取为

$$\pi(\beta) \propto \text{const}$$

由  $y = X\beta + v - u$  和  $u$  已知的条件下得  $v = y + u - X\beta$ , 根据  $v \sim N(0, \sigma_v^2 I)$  有

$$\pi(v) = (2\pi\sigma_v^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_v^2} v^T v\right)$$

所以

$$\begin{aligned} \pi(y | \beta, \sigma_v^2, \sigma_u^2, u) &= \pi(v) \left| \frac{\partial v}{\partial y} \right| \\ &= (2\pi\sigma_v^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_v^2} (y + u - X\beta)^T (y + u - X\beta)\right\} \end{aligned}$$

由贝叶斯公式, 经计算得参数联合后验分布为:

$$\begin{aligned} \pi(\beta, \sigma_v^2, \sigma_u^2, u | y, X) &= \frac{\pi(y | \beta, \sigma_v^2, \sigma_u^2, u, X) \pi(\beta, \sigma_v^2, \sigma_u^2) \pi(u | \sigma_u^2)}{\pi(y | X)} \\ &\propto (2\pi\sigma_v^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_v^2} (y + u - X\beta)^T (y + u - X\beta)\right\} \cdot (\sigma_v^2)^{-\left(\frac{N_0}{2}+1\right)} \\ &\quad \cdot \exp\left(-\frac{a_0}{\sigma_v^2}\right) (\sigma_u^2)^{-\left(\frac{M_0-1}{2}+1\right)} \exp\left(-\frac{b_0}{\sigma_u^2}\right) \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{2\pi\sigma_u^2}}\right)^n \exp\left(-\frac{u^T u}{2\sigma_u^2}\right) \\ &\propto (\sigma_v^2)^{-\left(\frac{n}{2}+\frac{N_0-1}{2}+1\right)} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_v^2} [(y + u - X\beta)^T (y + u - X\beta) + 2a_0]\right\} \\ &\quad \cdot (\sigma_u^2)^{-\left(\frac{n}{2}+\frac{M_0-1}{2}+1\right)} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_u^2} (u^T u + 2b_0)\right\} \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$ , 结构参数  $(\beta, \sigma_v^2, \sigma_u^2)$  的后验分布为

$$\pi(\beta, \sigma_v^2, \sigma_u^2 | y, X) = \int_{R_+} \pi(\beta, \sigma_v^2, \sigma_u^2, u | y, X) du$$

其中  $R_+$  表示正实数。

下一节将采用马尔科夫链蒙特卡罗(MCMC)方法中的 Gibbs 抽样对模型参数的后验均值进行推断。Gibbs 抽样是一种解决高维 Bayesian 模型的后验积分问题的迭代 Monte Carlo 方法, 它避免了对复杂表达式的数值计算。Gibbs 抽样得到的样本  $\{\beta^{(i)}, \sigma_v^{2(i)}, \sigma_u^{2(i)}, u^{(i)}; i=1, 2, \dots, n\}$  随着  $i$  的增大收敛到已知核的参数后验分布。因此所有关于参数的向量函数的后验期望可以通过 Gibbs 抽样得到的平均值来近似。即

$$E_{\pi} [f(\beta, \sigma_v^2, \sigma_u^2, u)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(\beta^{(i)}, \sigma_v^{2(i)}, \sigma_u^{2(i)}, u^{(i)})$$

Gibbs 抽样的具体迭代步骤如下: 给定迭代初值  $\beta^{(1)}, \sigma_v^{2(1)}, \sigma_u^{2(1)}, u^{(1)}$ , 依次取  $i=2, \dots, n$ , 按以下步骤产生一个 Markov 链。

- 步 1 从分布  $\pi(\beta^{(i)} | \sigma_v^{2(i-1)}, \sigma_u^{2(i-1)}, u^{(i-1)})$  里产生  $\beta^{(i)}$ ;
- 步 2 从分布  $\pi(\sigma_v^{2(i)} | \beta^{(i)}, \sigma_u^{2(i-1)}, u^{(i-1)})$  里产生  $\sigma_v^{2(i)}$ ;
- 步 3 从分布  $\pi(\sigma_u^{2(i)} | \beta^{(i)}, \sigma_v^{2(i)}, u^{(i-1)})$  里产生  $\sigma_u^{2(i)}$ ;
- 步 4 从分布  $\pi(u^{(i)} | \beta^{(i)}, \sigma_v^{2(i)}, \sigma_u^{2(i)})$  里产生  $u^{(i)}$ 。

### 3. 参数的条件分布及其抽样方法

首先推导出参数的条件分布, 在给定  $u$  的条件下, 由公式(2)可以分别得到以下参数后验分布的核。这里记  $D = \{y, X\}$ 。  $\beta$  的后验条件分布为:

$$\begin{aligned} & \pi(\beta | \sigma_v^2, \sigma_u^2, u, D) \\ & \propto \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_v^2}(y+u-X\beta)^T(y+u-X\beta)\right\} \\ & \propto \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_v^2}(y+u-X\beta)^T X(X^T X)^{-1}(X^T X)(X^T X)^{-1} X^T(y+u-X\beta)\right\} \\ & \propto \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_v^2}\left[(X^T X)^{-1} X^T(y+u-X\beta)\right]^T (X^T X)\left[(X^T X)^{-1} X^T(y+u-X\beta)\right]\right\} \\ & \propto \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_v^2}\left[(X^T X)^{-1} X^T(y+u)-\beta\right]^T (X^T X)\left[(X^T X)^{-1} X^T(y+u)-\beta\right]\right\} \\ & \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\beta-(X^T X)^{-1} X^T(y+u)\right]^T \left(\sigma_v^2(X^T X)^{-1}\right)^{-1} \left[\beta-(X^T X)^{-1} X^T(y+u)\right]\right\} \\ & \sim N\left(\left[(X^T X)^{-1} X^T(y+u), \sigma_v^2(X^T X)^{-1}\right]\right) \end{aligned}$$

由上式可以看出  $\beta$  后验条件分布为多元正态分布。

$\sigma_v^2$  的后验条件分布为:

$$\begin{aligned} & \pi(\sigma_v^2 | \beta, \sigma_u^2, u, D) \\ & \propto (\sigma_v^2)^{-\left(\frac{n}{2} + \frac{N_0-1}{2} + 1\right)} \exp\left\{-\frac{1}{\sigma_v^2} \left[\frac{(y+u-X\beta)^T(y+u-X\beta)}{2} + a_0\right]\right\} \end{aligned}$$

恰好为倒 Gamma 分布密度函数的核即

$$\pi(\sigma_v^2 | \beta, \sigma_u^2, u, D) \sim RG\left(\frac{n}{2} + \frac{N_0 - 1}{2}, \frac{(y + u - X\beta)^T (y + u - X\beta)}{2} + a_0\right)$$

$\sigma_u^2$  的后验条件分布为:

$$\pi(\sigma_u^2 | \beta, \sigma_v^2, u, D) \propto (\sigma_u^2)^{-\left(\frac{n}{2} + \frac{M_0 - 1}{2} + 1\right)} \exp\left\{-\frac{1}{\sigma_u^2} \left[\frac{u^T u}{2} + b_0\right]\right\}$$

这恰好也为倒 Gamma 分布密度函数的核

$$\pi(\sigma_u^2 | \beta, \sigma_v^2, u, D) \sim RG\left(\frac{n}{2} + \frac{M_0 - 1}{2}, \frac{u^T u}{2} + b_0\right)$$

由以上可得  $\beta, \sigma_v^2, \sigma_u^2$  这三个参数的后验条件分布都为标准分布, 可直接对其进行抽样。

参数  $u$  的后验条件分布为

$$\pi(u | \beta, \sigma_v^2, \sigma_u^2, D) \propto \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |\Omega|^{\frac{1}{2}} \Phi\left(\Omega^{-\frac{1}{2}} \mu\right)} \exp\left\{-\frac{1}{2}(u - \mu)^T \Omega^{-1}(u - \mu)\right\}$$

在上式中

$$\mu = -\frac{\sigma_u^2}{\sigma_v^2 + \sigma_u^2} \varepsilon, \Omega = \frac{\sigma_v^2 \sigma_u^2}{\sigma_v^2 + \sigma_u^2} I$$

易见  $u$  的后验分布服从  $n$  元截尾正态分布  $N^+(\mu, \Omega)$ , 可直接进行抽样。

#### 4. 技术效率的估计

Jondrow, Lovell and Materovi 等(JLMS) (1982)指出各个生产单元的技术无效率项  $u_i$  可以通过  $E(u_i | \varepsilon_i)$  或  $Mode(u_i | \varepsilon_i)$  来测算, 第  $i$  个生产单元的技术效率  $TE_i = \exp\{-\hat{u}_i\}$ , 其中  $\hat{u}_i = E(u_i | \varepsilon_i)$  或  $Mode(u_i | \varepsilon_i)$ 。因此, 只要求的  $u$  的后验分布的均值或众数即可。因为  $u$  服从截尾正态分布, 所以

$$Mode(u | \varepsilon) = -\frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2} \varepsilon$$

每个生产单元的技术效率为

$$TE\hat{=} \exp(-\hat{u}) = \exp\left(-\frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2} \hat{\varepsilon}\right)$$

#### 5. 实证分析

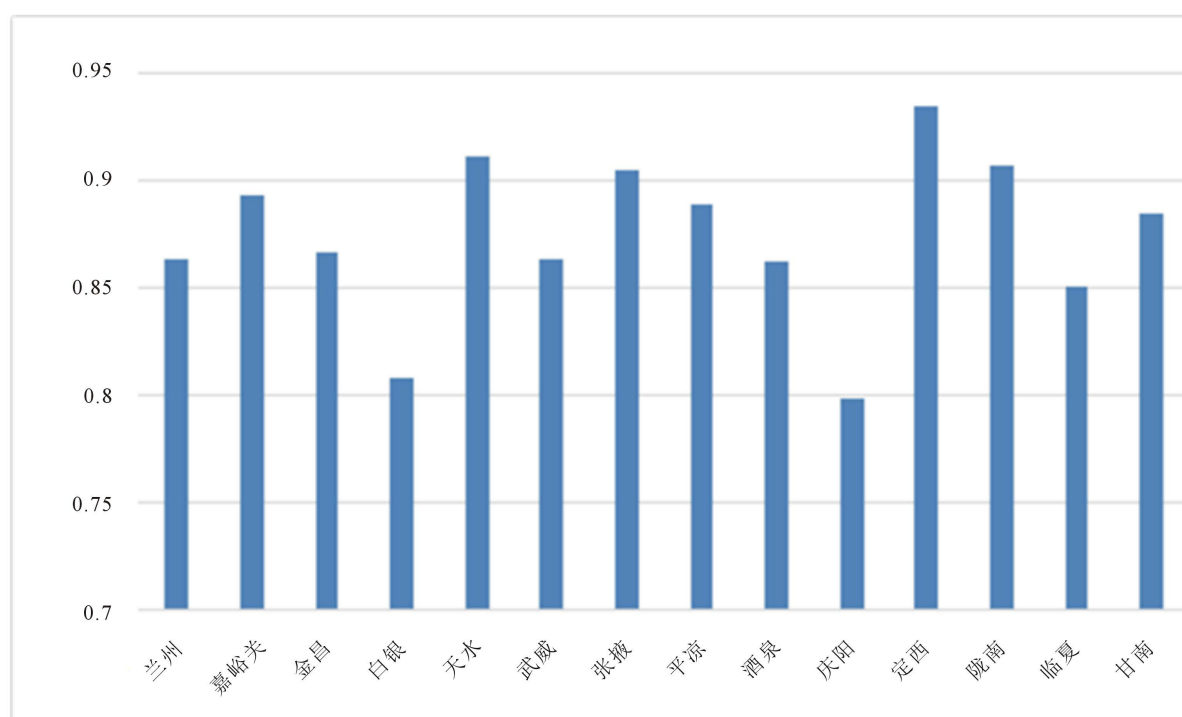
本文选择随机前沿模型对甘肃省医疗卫生效率进行测算, 选择该方法主要有以下两个原因: 第一, 对所有的生产单元统一采用同一个生产函数, 这样得到的技术效率具有可比性; 第二, 随机前沿分析排除了人为主观因素, 能够对生产单元的技术效率进行准确评价。

本文选择甘肃省的 14 个市(州)的医疗卫生系统作为 14 个生产单元。这 14 个市(州)分别是: 兰州市、嘉峪关市、金昌市、白银市、天水市、武威市、张掖市、平凉市、酒泉市、庆阳市、定西市、陇南市、临夏州、甘南州。投入—产出指标的选取, 根据选取的原则和数据的可获得性, 选择甘肃省各市(州)医疗卫生财政支出为唯一的投入指标, 选择卫生技术人员为产出指标。鉴于数据的可获得性和完整性, 选择 2016 年的数据进行横截面分析, 数据来源于《甘肃统计年鉴》、《甘肃财政年鉴》。将数据带入模型测算出甘肃省 14 个市(州)的卫生绩效指数为(表 1)

将相对技术效率进行可视化(图 1):

**Table 1.** Gansu province cities (state) the relative health performance table  
**表 1.** 甘肃省各市(州)的相对卫生绩效指数表

市州	相对卫生绩效指数	市州	相对卫生绩效指数
兰州	0.863	平凉	0.889
嘉峪关	0.893	酒泉	0.862
金昌	0.867	庆阳	0.798
白银	0.808	定西	0.935
天水	0.911	陇南	0.907
武威	0.863	临夏	0.851
张掖	0.905	甘南	0.885



**Figure 1.** The index graph of the relative performance of health in various cities in Gansu province  
**图 1.** 甘肃各市州卫生相对绩效的指数图

从图 1 可以看出卫生绩效较高的市为：天水市、张掖市、定西市、陇南市；

卫生绩效居中的市为：兰州市、嘉峪关市、金昌市、武威市、平凉市、酒泉市、甘南州；卫生绩效较低的市为：白银市、庆阳市、临夏州。

## 基金项目

本论文为兰州财经大学陇桥学院大学生创新创业项目。

## 参考文献

- [1] Meeusen, W. and van den Broeck, J. (1977) Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error. *International Economic Review*, **18**, 435-444. <https://doi.org/10.2307/2525757>

- [2] Aigner, D., Lovell, K. and Schmidt, P. (1977) Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models. *Journal of Econometrics*, **6**, 21-37. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(77\)90052-5](https://doi.org/10.1016/0304-4076(77)90052-5)
- [3] Battese, G. and Corra, G. (1977) Estimation of a Production Frontier Model: With Application to the Pastoral Zone of Eastern Australia. *Australian Journal of Agricultural Economics*, **21**, 167-179. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8489.1977.tb00204.x>
- [4] 胡晶, 魏传华, 吴喜之. 空间误差自相关随机前沿模型及其估计[J]. 统计与信息论, 2007, 2(22): 26-28.
- [5] 胡晶, 魏传华, 吴喜之. 基于空间滞后随机前沿模型技术效率的估计[J]. 数理统计与管理, 2011, 30(5): 831-839.
- [6] 张进峰. 空间滞后随机前沿模型的估计研究[J]. 商业经济与管理, 2014(8): 89-97.
- [7] 陈关聚. 中国制造业全要素能源效率及影响因素研究——基于面板数据的随机前沿分析[J]. 中国软科学, 2014(1): 180-192.
- [8] 张月玲, 叶阿忠, 陈泓. 人力资本结构、适宜技术选择与全要素变动分解——基于区域异质性随机前沿生产函数的经验分析[J]. 财经研究, 2015, 41(6): 4-18.
- [9] 陈洁. 我国用电技术的随机前沿分析[J]. 生态经济, 2016, 32(8): 36-40.
- [10] 范兆斌, 黄淑娟. 文化距离对“一带一路”国家文化产品贸易效率影响的随机前沿分析[J]. 南开经济研究, 2017(4): 125-140.
- [11] 王留鑫, 洪名勇. 基于随机前沿分析的中国农业全要素生产率增长的实证分析[J]. 山西农业大学学报(社会科学版), 2018, 17(1): 30-36.

**知网检索的两种方式:**

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>  
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2325-2251, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>  
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>  
期刊邮箱: [sa@hanspub.org](mailto:sa@hanspub.org)