

# Aerodynamic Model and Mathematic Expression of Twin-Conductors' Subspan Oscillation

Yanfeng Zhao<sup>1\*</sup>, Lei Yang<sup>1</sup>, Qiangqiang Yu<sup>1</sup>, Junyu Liang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Energy, Power and Mechanical Engineering Department, North China Electric Power University (NCEPU), Beijing

<sup>2</sup>Postdoc Workstation of Electric Power Research Institute, Yunnan Electric Power Grid Corporation (YEPGC), Kunming  
Email: \*zhaoyanfeng1985@163.com

Received: May 10<sup>th</sup>, 2013 revised: May 13<sup>th</sup>, 2013; accepted: May 22<sup>nd</sup>, 2013

Copyright © 2013 Yanfeng Zhao et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

**Abstract:** Subspan oscillation is a unique phenomenon to split conductors, in which the flowing of upward conductor causes downward conductor's vibration. The essence of the flowing around a conductor is the flowing around a cylinder. Karman vortex street will emerge downstream usually. With a hypothetical modal of Karman vortex street being set up in this paper, a mathematical expression of its quasi-steady drag and lift is founded on the basis of the analysis of this modal. Then relative coefficient in aforementioned is amended according to the data acquired from wind tunnel testing. Thus a new idea is proposed to solve the question of the flowing around conductors.

**Keywords:** The Flowing Around a Conductor; Hypothetical Modal of Karman Vortex Street; Quasi-Steady Aerodynamic Force; Mathematical Expression of Drag and Lift

## 双分裂导线次档距振荡的气动力模型与解析

赵延风<sup>1\*</sup>, 杨磊<sup>1</sup>, 于强强<sup>1</sup>, 梁俊宇<sup>2</sup>

<sup>1</sup>华北电力大学能源动力与机械工程学院, 北京

<sup>2</sup>云南电网公司电力研究院博士后工作站, 昆明

Email: \*zhaoyanfeng1985@163.com

收稿日期: 2013年5月10日; 修回日期: 2013年5月13日; 录用日期: 2013年5月22日

**摘要:** 次档距振荡是分裂导线特有的一种振动现象, 由前端导线的尾流引起后端导线的振动。导线绕流其实是流体的圆柱绕流, 通常条件下将在尾流区产生卡门涡街。本文建立了一种理想的卡门涡街模型, 在该模型进行数学解析的基础上, 提出了双分裂导线中后端导线绕流的准定常气动力数学表达式, 并通过与经典风洞实验所得的气动力系数对比修正该表达式的相关系数, 为解决导线绕流问题提出了新的方法。

**关键词:** 导线绕流; 卡门涡街模型; 准定常气动力; 升阻力表达式

### 1. 引言

随着输电容量的不断增大, 超高压、特高压线路上广泛采用分裂导线以减少电晕损失和干扰。在分裂导线情况下, 其中一根或多根子导线不可避免的处于前端子导线形成的尾流区中, 发生低频大振幅的尾流

弛振, 也称次档距振荡。

根据流体力学的理论, 当一个流体质点流近圆柱体前缘时, 流体质点的压力将从自由流动的压力升高到停滞压力, 靠近前缘的流体高压将促使正在形成的附面层在圆柱体两侧逐渐发展, 并使附面层在圆柱体的最宽截面附近从圆柱体表面的两侧脱开, 从而在尾流中形成两个尾部拖拽的剪切层, 这两个自由的剪切

\*通讯作者。

层就构成了尾流的边界。由于剪切层的最内层(流速趋于静止)与其最外层(接近来流速度)相比流速要慢得多,这些自由剪切层将趋于卷成不连续的漩涡,这种漩涡在圆柱两侧交替形成,从而在尾流中形成两列规则的漩涡流型。这种规则的漩涡流型就是卡门涡街,在一定条件下的定常来流绕过某些物体时,物体两侧会周期性地脱落后旋转方向相反、排列规则的双列漩涡,经过非线性作用后,形成卡门涡街。出现涡街时,流体对物体会产生一个周期性的交变横向作用力,在空气绕流问题中称之为气动力。在分裂导线中卡门涡街将造成前导线的微风振动;而此涡街与后端导线的相互作用,就是次档距振荡的根源(如图 1 所示)。

关于导线风致振动的研究,主要方法是通过风洞实验来获取气动力系数。由于风洞实验成本高、周期长,近年来得利于 Computational Fluid Dynamics (CFD) 仿真的发展,大量研究利用 CFD 仿真获得了气动力系数,并具有一定的可靠性<sup>[1-3]</sup>。但是 CFD 仿真过程并不能直观的诠释导线的风致振动现象,为此本文提出了一种直观的物理模型来诠释该现象,并基于此模型得到了准定常气动力系数的解析表达式。

## 2. 建立圆柱绕流的理想物理模型

当均匀来流通过圆柱体时,圆柱两侧将产生周期性脱落、旋转方向相反、排列规则的双列漩涡,将此双列漩涡看作沿边界层滚动的质量微团并视作刚体,滚动中受到边界层的阻尼并与边界层无滑动,且遵守刚体的物理定律。

如图 2 所示,导线在空气中的绕流,可以看作圆柱以速度  $U$  在静止的空气中做匀速直线运动,圆柱直径为  $d$ ,将其后形成的卡门涡街看作直径为  $D$  的两列

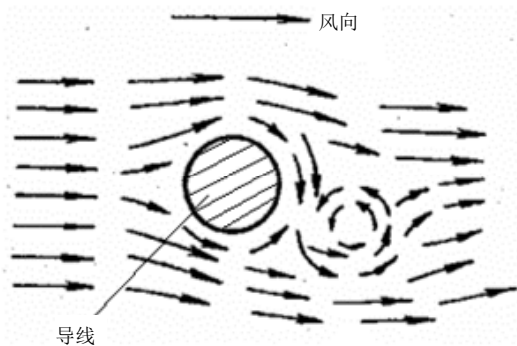


Figure 1. Schema of eddy current downward  
图 1. 导线后涡流示意

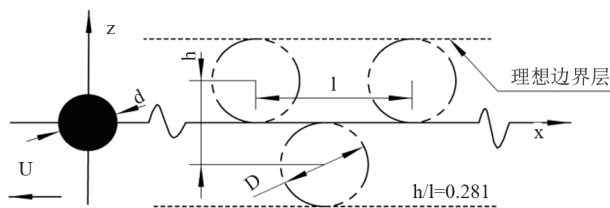


Figure 2. Ideal zone of Karman vortex  
图 2. 卡门涡街理想区域

圆形(实际情况并非规则的圆形)微团,圆柱运动过程中在单位时间内产生的微团个数即是其涡脱频率  $f$ ,有  $f = S_r * U/d$ 。

卡门涡街的稳定条件为:两行旋涡间距与同行相邻两旋涡间距之比  $h/l = 0.281$ <sup>[4]</sup>。对圆柱绕流,涡街的每个单涡的频率  $f$  与绕流速度  $v$  成正比,与圆柱体直径  $d$  成反比,即  $f = S_r * U/d$ 。 $S_r$  为斯特劳哈尔数,主要与雷诺数有关。风作用下的雷诺数一般为  $10^4$  量级,此区间内  $S_r$  近似于常数值( $S_r = 0.21$ )。

显然单位时间内导线走过的距离为  $U$ ,由上述卡门涡街稳定条件知单列相邻两涡之间距离  $l$  可表示为:  $l = 2U/f$ 。综合以上关系可得单列涡间距:  $l = 2d/S_r$ 。根据卡门涡街的稳定性条件:  $h/l = 0.281$ ,该模型中认为  $h = D$ ,  $D$  为微团的直径,可得到:

$$D/d = 2.8 \tag{1}$$

当然边界层并非理想状态,同时微团存在发散的趋势,本模型未予考虑。微团所及区域即是涡街影响区域,该理想模型中其范围是  $(-2.8d, 2.8d)$ ,考虑到边界层气体将随微团一起运动,涡街影响范围将大于此理想模型推演的结果,一般认为在  $(-4d, 4d)$  之间<sup>[5]</sup>,这样微团上边缘可达到  $4d$ ,而微团中心保持在  $\pm 1.4d$  附近,从而微团的直径修正为:

$$D_v/d = 5.2 \tag{2}$$

尾流中心区域  $(-1.2d, 1.2d)$  同时受上下两列微团影响。由于微团以频率  $f$  脱落,其圆柱尾流区产生的气动力也是具有频率  $f$  交变力。以下分析基于准定常理论进行相关推导,即忽略高频的波动而取其平均值。

## 3. 圆柱空气绕流简化模型分析

### 3.1. 当量风速的折算

风以速度  $v$  流经圆柱相当于圆柱以速度  $-v$  通过

静止的空气，为便于描述，以下以圆柱在静止空气中运动进行分析。

由于导线后方的卡门涡街对称分布，故只分析尾流上半部分区域((0, 4d)之间)，下半部分与之对称(如图3所示)。

假设刚体微团中心沿直线  $z = 1.4d$  方向运动，中心处速度为  $v_e$ ，则微团划过 A 点处沿  $x/d$  轴速度分量为： $v_x = v_e * (4-z)/2.6$ ， $L_x$  为点(x, z)划过单个微团的距离，

$$(L_x)^2 = (2d)^2 [2.6^2 - (1.4-z)^2] = (4-z)(1.2+z),$$

称  $L_x$  为当量长度，称  $L_x/L$  ( $L = l/d$ ) 为当量比；认为模型中微团外部空气无运动，故当量速度  $V_x = v_x * L_x/L$ 。

### 3.2. 尾流区域的划分

由于圆柱上下表面所处尾流区域风速表达式有所不同，将上半部分尾流区划分为  $Z_0 \sim Z_3$  四个区域，下半部分与之对称。图4反映了下游圆柱在此模型中受两列涡街的影响情况。实际上，由于气体的连续性， $Z_1$  和  $Z_3$  两个区域并非如此分明，反映在气动力曲线上其各区域边界也将是平滑的过渡。

### 3.3. 阻力系数的确定

借用阻力系数的定义式，分别以当量风速  $V_x$  和均匀来流  $V$  定义气动阻力：

$$F_x = \frac{1}{2} \rho d * V_x^2 C_{D0} = \frac{1}{2} \rho d * V^2 C_x \quad (3)$$

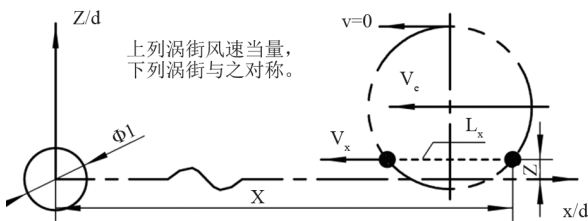


Figure 3. Simplified model of the around a cylinder  
图3. 圆柱绕流简化模型

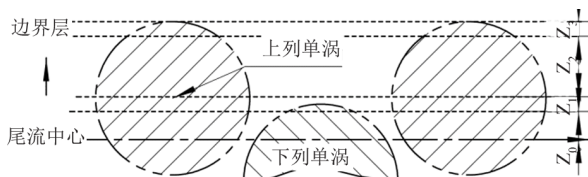


Figure 4. Division zone of wake flow according lift effected  
图4. 影响升力的尾流区域划分

$F_x$  表示尾流中的阻力； $\rho$  为空气密度； $C_{D0}$  为自由来流的阻力系数，通常为常值，取  $C_{D0} = 1.2$ ； $C_x$  为尾流中任意位置的阻力系数。

于是得到尾流中阻力系数与自由来流阻力系数的关系：

$$C_x = C_{D0} * [(L_x/L)v_x]^2 / V^2 \quad (4)$$

假设尾流中微团速度随距离衰减且满足  $v_e = k_v V * e^{-kx}$ ， $k_v$  为微团获得初始速度的系数，显然  $0 < k < 1$ ， $k$  为其衰减率。当 A 点处于直线  $z = 1.2$  以下时将同时受到上下两列涡街影响，综合以上分析可得阻力系数的表达式：

$$\left\{ \begin{array}{l} C_x(x, z) = C_{D0} * \left(\frac{d_v}{l}\right)^2 \left[ \frac{(4-z)^3(1.2+z)}{2.6^4} + \frac{(4+z)^3(1.2-z)}{2.6^4} \right] * k_v e^{-kx}, z \in (0, 1.2) \\ C_x(x, z) = C_{D0} * \left(\frac{d_v}{l}\right)^2 \frac{(4-z)^3(1.2+z)}{2.6^4} * k_v e^{-kx}, z \in (1.2, 4) \\ C_x(x, z) = 0, z \in (4 \sim \infty) \end{array} \right.$$

$d_v = D_v * d$  为微团实际间距； $d_v/l = D_v/L = 0.55$ 。

圆柱不动而空气运动时，相应位置的阻力表达式应为：

$$C_D(x, z) = C_{D0} - C_x(x, z) \quad (5)$$

### 3.4. 升力系数的折算

根据伯努利原理，物体上下表面风速差异导致两表面压力不同且风速大侧压力小而风速小侧压力大。双圆柱绕流问题中，由于尾流中各位置处的当量风速不同，从而处于尾流中的圆柱上下表面风速不同，致使下游圆柱受到升力<sup>[6]</sup>。故卡门涡街中下游圆柱所受的升力  $F_z = F_{z1} - F_{z2} \propto m(v_2^2 - v_1^2)$ ， $v_1$ 、 $v_2$  表示上下表面流体速度， $F_{z1}$ 、 $F_{z2}$  分别表示上下表面风速对圆柱产生的压力。由此可见升力系数可以通过计算尾流中

圆柱上下表面所受当量风速的平方差并利用经典数据加权修正获得。

通过以上分析得到升力系数折算公式：

$$C_z = k_l * [C_x(z-0.5, x) - C_x(z+0.5, x)] \quad (6)$$

$k_l$ 为折算系数，根据风洞实验数据，通常取  $k_l = 0.3$ 。

## 4. 与经典数据的对比分析

### 4.1. 误差分析与系数较核

如图 5 所示，理想模型的计算升阻力系数与实验数据基本趋势相似。从图中阻力曲线来看，可以看到，理想模型计算得到的阻力系数在±1.2附近出现了明显拐点而实验数据并无明显拐点，这是由于模型中采用的上下两列微团在±1.2处有明显的分界线，而实际上，上下两列涡街的边界并非如此清晰；从升力曲线来看，计算得到的曲线峰值出现较早，而实际峰值出现在两列涡街的边界区域内，是由于计算中的当量风速只以某条线的当量风速计算，而并未以圆柱中心到边界一段区域的平均风速计算；另计算结果与实验数据

有偏差，可以修正相关系数使之符合实验数据。

### 4.2. 升、阻力场分布

通过以上分析，利用公式(5)、(6)并对其系数加以修正，可得到尾流中升阻力系数在 XOZ 平面上的分布曲面，即尾流的气动力场分布。如图 6 所示。

从图 6 可以看到，由于来流速度的衰减，升、阻力均随着与前端圆柱距离增大而减小。

## 5. 结论与展望

本文通过建立卡门涡街的理想物理模型，直观的诠释了双分裂导线次档距振荡产生的原因，为解决此类问题提出了一种新的思路。同时得到了双分裂导线次档距振荡问题中下游子导线的升阻力系数公式，并论证了其合理性，可以用于分裂导线次档距振荡问题的分析研究及工程应用之中。

由于此模型中对卡门漩涡做了极大的简化，两侧及上下微团交汇的边界层轮廓分明，不符合实际情况，需对此加以修正；尾流中的风速随离开上游圆柱

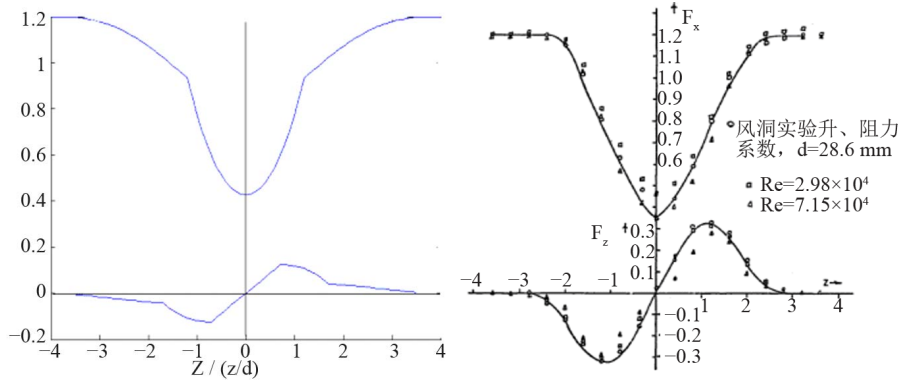


Figure 5. Comparison of the course of lift and drag (the left based on the model while the right origin from tunnel test [7])  
图 5. 升、阻力系数曲线对比(左为模型计算，右为实验数据<sup>[7]</sup>)

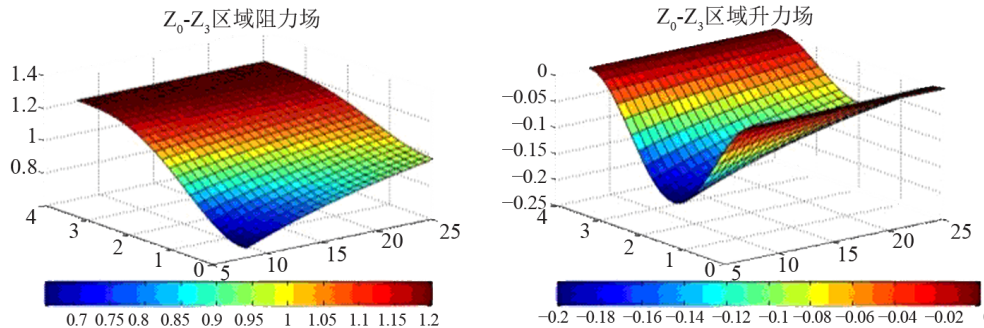


Figure 6. Lift and drag distribution (amended)  
图 6. 升、阻力场分布(修正图)

距离的变化规律尚待进一步明确；升力系数折算公式中对尾流中的湍流有欠考虑，有待完善。

### 参考文献 (References)

- [1] Subekti. Identification of nonlinearity of flow-induced vibration for structures having nonlinear property by using wavelet transform. ICROS-SICE International Joint Conference, Fukuoka, 18-21 August 2009: 3339-3342.
- [2] S. Singha, K. P. Sinhamahapatra. Flow past a circular cylinder between parallel walls at low Reynolds numbers. *Ocean Engineering*, 2010, 37(8-9): 757-769.
- [3] 黄苗苗等. 不同雷诺数的圆柱绕流比较计算与分析[A]. 第二十三届全国水动力学研讨会暨第十届全国水动力学学术会议文集[C]. 2011.
- [4] 孟元元. 圆柱绕流的数值模拟研究[D]. 甘肃农业大学硕士学位论文, 2010.
- [5] 陈元坤. 分裂导线的微风振动与次档距振荡研究[D]. 华中科技大学博士学位论文, 2011.
- [6] R. L. Wardlaw. Wind tunnel and analytical investigations into the aeroelastic behaviour of bundle conductors. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 1975, 94(2): 642-651.
- [7] C. B. Rawlins. Fundamental concepts in the analysis of wake-induced oscillation of bundled conductors. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 1976, 95(4): 1377-1393.