

不确定时变时滞切换中立系统的非脆弱 H_∞ 滤波器设计

亚库甫·卡斯木, 姑丽加玛丽·麦麦提艾力

新疆师范大学数学科学学院, 新疆 乌鲁木齐

收稿日期: 2024年3月14日; 录用日期: 2024年4月4日; 发布日期: 2024年4月15日

摘要

本文研究了一类带有时变状态时滞和时变中立时滞的参数不确定切换系统的控制问题, 并对其问题设计了具有 H_∞ 性能指标的非脆弱滤波器。讨论的参数不确定性是范数有界的, 滤波器是带有中立时滞的非脆弱 H_∞ 滤波器。目的是对于所容许的不确定性和时变时滞, 设计一个非脆弱 H_∞ 滤波器, 得到使闭环系统切换镇定并满足给定的 H_∞ 性能指标 γ 的充分条件。首先, 利用Lyapunov稳定性理论, 构造了合适的Lyapunov泛函, 利用时滞导数的上界对不等式进行放缩, 得到具有 H_∞ 性能指标的线性矩阵不等式。利用凸组合方法和线性矩阵不等式, 构造了对应的切换规则。其次, 利用线性矩阵不等式的方法设计了非脆弱 H_∞ 滤波器, 得到的滤波器存在充分条件。最后, 通过数值仿真证明了所提结果的有效性和可行性。本文提出的线性矩阵不等式具有决策变量少、参数多的特点, 可以最大程度地降低结果的保守性。

关键词

不确定性, 切换中立系统, LMIs, 非脆弱 H_∞ 滤波器

Non-Fragile H_∞ Filter Design for Uncertain Switched Neutral Systems with Time-Varying Delays

Yakufu Kasimu, Gulijiamali Maimaitiaili

School of Mathematics Science, Xinjiang Normal University, Urumqi Xinjiang

Received: Mar. 14th, 2024; accepted: Apr. 4th, 2024; published: Apr. 15th, 2024

Abstract

In this paper, we investigated the control problem of a class of parameter uncertain switched sys-

文章引用: 亚库甫·卡斯木, 姑丽加玛丽·麦麦提艾力. 不确定时变时滞切换中立系统的非脆弱 H_∞ 滤波器设计[J]. 动力系统与控制, 2024, 13(2): 54-67. DOI: 10.12677/dsc.2024.132006

tems with time-varying state and neutral delay, and designed non-fragile filters with H_∞ performance index for these problems. The parameter uncertainties discussed are norm-bounded, and the H_∞ filters are non-fragile with neutral delays. To design a non-fragile H_∞ filter for the admissible uncertainties and time-varying delays, we obtained sufficient conditions for the closed-loop system to switch calming and satisfy the given H_∞ performance index γ . Firstly, a suitable Lyapunov function is constructed by using Lyapunov stability theory, and the inequality is deflated using the upper bound of the time delay derivative, and we obtained a linear matrix inequality with H_∞ performance index. Using convex combination methods and linear matrix inequalities, the corresponding switching rules are constructed. Second, the non-fragile H_∞ filter is designed by using the method of linear matrix inequality, and the obtained filter has sufficient conditions. Finally, the validity and feasibility of the theoretical results are demonstrated by numerical simulations. The linear matrix inequality proposed in the paper has the feature of few decision variables with many parameters, which can minimize the conservative of the results.

Keywords

Uncertainty, Switched Neutral Systems, LMIs, Non-Fragile H_∞ Filter

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

滤波问题在航天、经济、军事等领域被广泛应用而一直受到人们的关注。Kalman 和 H_∞ 滤波是目前比较常见的滤波方法。Kalman 滤波适用于系统中的扰动是已知的高斯白噪声或谱密度的噪声[1]。Kalman 滤波的缺点是如果对噪声模型或测量的噪声的了解不够准确,最终会造成滤波发散的情况。 H_∞ 滤波适用于测量的噪声是有界能量的任意信号, H_∞ 滤波不必要求噪声是高斯白噪声。因此, H_∞ 滤波在很多领域上得到了广泛应用。在 H_∞ 滤波器设计中被广泛使用的有 Riccati 方程方法和 LMI 方法。其中, Riccati 方程方法主要用在带有不确定项是范数有界的系统上,解法比较简单,但是 Riccati 方程方法用的是迭代法,没有规范的解法,因此保守性比较大。但 LMI 方法实用性比较强,具有较小的保守性,因此得到了广泛使用[2]。

在实际工程中会遇到各种复杂的问题,这些问题不能仅用一个连续(离散)的系统来建模分析,而需要一些连续(离散)的子系统根据控制信号进行“切换”,并得到一种混合系统模型。因此,切换系统作为一种混杂动态系统,有着很重要的应用价值[3]。时滞是造成系统不稳定的重要原因之一,因此对时滞切换系统的同步和稳定性研究引起了许多学者的关注。文献[4]中研究了不确定时变时滞切换系统的控制与设计问题。文献[5]讨论了基于平均停留时间的不确定开关时滞系统的时滞相关稳定性分析。在[6]中,主要研究了时变时滞切换系统的时滞相关的有限时间和 L_2 -增益分析问题。对于中立系统的稳定性研究是时滞系统稳定性研究的重点和难点,国内外很多学者对切换中立系统的稳定性研究进行了深入的研究。实际上,很多控制系统的模型可以转化为中立系统。针对切换中立系统的研究也取得了一定的成果[7][8]。[7]给出了一类切换线性中立型系统的镇定问题。[8]讨论了具有混合时滞的不确定切换中立型系统的鲁棒有限时间 H_∞ 控制问题。

近几年 H_∞ 滤波研究引起了很多学者的兴趣并取得了丰富的研究成果[8][9][10][11][12]。在[13]中,利用 Riccati 方程方法研究了时变时滞离散系统的 H_∞ 滤波问题。虽然 Riccati 方程方法的解法比较简单,但是 Riccati 方程方法用的是迭代法,所以没有规范的解法,同时 Riccati 方程方法在给出滤波器参数的时

候, 需要提前给定待定参数, 这些参数需要根据人为经验来给定待定参数, 这些人为给定的参数对系统的稳定性分析带来比较大的保守性。在[14]中, 利用 LMI 方法研究了一类切换线性中立系统的 H_∞ 滤波器设计问题。通过研究发现, 不论是利用经典的最优控制研究系统稳定性, 还是利用其设计控制器, 都可能会导致控制器有脆弱现象出现, 从而导致加入控制器后得到的闭环系统性能下降, 甚至难以保持稳定。因此, 非脆弱滤波问题引起了学者们的兴趣, 取得了一定的研究成果[15] [16] [17] [18]。[18]研究了时变时滞不确定系统的非脆弱 H_∞ 滤波问题。

本文受到以上研究的启发, 研究了不确定时变时滞切换中立系统的非脆弱 H_∞ 滤波器设计。对于所容许的不确定性和时变时滞, 设计一个非脆弱 H_∞ 滤波器, 使闭环系统渐近稳定并满足 H_∞ 性能指标。最后给出数值实验, 证明了所提结果的有效性和可行性。本文提出的线性矩阵不等式具有决策变量少、参数多的特点, 可以最大程度地降低结果的保守性。

本文的其余部分安排如下: 第 2 节阐述了具有不确定时变时滞切换中立系统的非脆弱 H_∞ 滤波问题的表述和前言; 第 3 节介绍了我们的主要结果以及非脆弱 H_∞ 滤波器设计; 第 4 节给出了数值模拟; 第 5 节为本文的结论。

2. 问题提出和前言

考虑如下形式的不确定时变时滞切换中立系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) - B_{\sigma(t)}\dot{x}(t-h(t)) = \left((A_{\sigma(t)} + \Delta A_{\sigma(t)}(t))x(t) + (A_{d\sigma(t)} + \Delta A_{d\sigma(t)}(t))x(t-d(t)) \right. \\ \quad \left. + D_{1\sigma(t)}\omega(t) \right) \\ y(t) = C_{\sigma(t)}x(t) + D_{2\sigma(t)}\omega(t) \\ z(t) = L_{\sigma(t)}x(t) \\ x(t) = \varphi(t), t \in [-b, 0] \end{cases} \quad (2.1)$$

其中, $x(t) \in R^n$ 为切换系统的状态向量; $y(t) \in R^r$ 为输出向量; $\omega(t) \in R^p$ 为有限能量的外部干扰输入向量; $z(t) \in R^q$ 为带估计的信号向量; $A_i, A_{di}, B_i, C_i, D_{1i}, D_{2i}$ 和 L_i 为已知适维的常值矩阵; $\varphi(t)$ 为实值向量连续函数; $\sigma(t): [0, +\infty) \rightarrow N = 1, 2, \dots, n$ 表示系统的切换规则, 其中 n 表示为切换系统的 n 个切换子系统; ΔA_i 和 ΔA_{di} 为系统的不确定项并满足如下形式:

$$\begin{aligned} \Delta A_i(t) &= H_i F_i(t) E_{1i} \\ \Delta A_{di}(t) &= H_i F_i(t) E_{2i} \end{aligned} \quad (2.2)$$

其中, $A_i, A_{di}, B_i, H_i, E_{1i}$ 和 E_{2i} 是已知为矩阵, $F_i(t)$ 是具有 Lebesgue 可测元素的未知矩阵且满足条件:

$$F_i^T(t) F_i(t) \leq I, \forall t \geq 0, i \in N$$

$d(t)$ 和 $h(t)$ 分别为时变时滞和中立时滞且为连续函数满足:

$$\begin{aligned} 0 < h(t) < \theta, \dot{h}(t) \leq h < 1 \\ 0 < d(t) < \tau, \dot{d}(t) \leq d < 1 \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中, $\theta > 0, h > 0, \tau > 0$ 和 $d > 0$ 是已知常数; $\varphi(t)$ 是 $[-b, 0]$ 上的一个连续实值初始函数。其中 $b = \max\{\theta, \tau\}$ 。

现在我们考虑一个系统(2.1)的非脆弱滤波器, 其形式如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) - B_{\sigma(t)}\dot{\hat{x}}(t-h(t)) = (A_f + \Delta A_f(t))\hat{x}(t) + (B_f + \Delta B_f(t))y(t) \\ \hat{z}(t) = L_{\sigma(t)}\hat{x}(t) \end{cases} \quad (2.4)$$

其中, $\hat{x}(t) \in R^n$ 是滤波器状态向量, $\hat{z}(t) \in R^q$ 是滤波器输出, A_f, B_f 是适维的滤波器参数矩阵, 不确定项 $\Delta A_f(t), \Delta B_f(t)$ 表示不确定增益摄动且满足条件:

$$\begin{aligned} \Delta A_f(t) &= H_i F_i(t) E_{3i} \\ \Delta B_f(t) &= H_i F_i(t) E_{4i} \end{aligned} \tag{2.5}$$

其中, H_i, E_{3i}, E_{4i} 是适维常矩阵, $F_i(t)$ 是未知矩阵且满足条件 $F_i^T(t) F_i(t) \leq I$ 。

令

$$\xi(t) = [x^T(t) \quad \hat{x}^T(t)]^T, \tilde{z}(t) = z(t) - \hat{z}(t)$$

则闭环系统可描述如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) - \tilde{B}_i \dot{\xi}(t-h(t)) = \tilde{A}_{1i} \xi(t) + \tilde{A}_{2i} \xi(t-d(t)) + \tilde{D}_i \omega(t) \\ \tilde{z}(t) = \tilde{L}_i \xi(t) \end{cases} \tag{2.6}$$

其中,

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{1i} &= \begin{bmatrix} (A_i + \Delta A_i(t)) & 0 \\ (B_f + \Delta B_f(t)) C_i & (A_f + \Delta A_f(t)) \end{bmatrix}, \tilde{A}_{2i} = \begin{bmatrix} (A_{di} + \Delta A_{di}(t)) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{B}_i &= \begin{bmatrix} B_i & 0 \\ 0 & B_i \end{bmatrix}, \tilde{D}_i = \begin{bmatrix} D_{1i} \\ (B_f + \Delta B_f(t)) D_{2i} \end{bmatrix}, \tilde{L}_i = [L_i \quad -L_i] \end{aligned} \tag{2.7}$$

对于这种情况下的系统, 本文要解决的问题是针对不确定时变时滞切换中立型系统(2.1)寻找满足给定 H_∞ 性能指标 γ 的非脆弱 H_∞ 滤波器存在的充分条件。

引理 2.1 (schur 补引理) 给定矩阵 $S_{11} = S_{11}^T, S_{22} = S_{22}^T$ 和 S_{12} 是具有适当维数的对称矩阵, 那么下列 LMIs 是等价的:

$$\begin{aligned} (1) \quad & S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12}^T & S_{22} \end{bmatrix} < 0 \\ (2) \quad & S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0 \\ (3) \quad & S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0 \end{aligned}$$

引理 2.2 E, H 和 M 是适当维数的实数矩阵, $M = M^T$, 那么对于 N 中的所有 $F_i^T(t) F_i(t) \leq I, \forall t \geq 0, i \in N$, 我们有 $M + H F_i(t) E + E^T F_i^T(t) H^T < 0$ 。

当且仅当存在一个标量 $\varepsilon > 0$, 使得:

$$M + \varepsilon H H^T + \varepsilon^{-1} E^T E < 0.$$

3. 主要结果

3.1. 稳定性分析

定义 3.1.1 对任意给定常数 γ , 不确定性变时滞切换系统(2.1)在存在加性摄动形式的非脆弱 H_∞ 输出反馈增益情况下, 可以得到对应非脆弱 H_∞ 滤波器存在形式, 且满足给定常数 γ 。运用对应切换规则进行系统之间切换, 进而系统(2.1)是可以镇定的。如果存在形如(2.4)式的非脆弱 H_∞ 滤波器以及切换规则 $\sigma(t)$, 对于给定性能指标 γ , 使闭环系统响应满足如下条件:

- 1) 当外部扰动 $\omega(t) = 0$ 时, 构造对应切换规则 $\sigma(t)$, 使得系统(2.1)是渐近稳定的。
- 2) 当系统(2.1)在 $t = 0$ 时的初始状态为 0 时, 对于所有非零的 $\omega(t) \in L[0, T], 0 \leq T < \infty$ 有如下不等式

成立:

$$\|\tilde{z}(t)\|_2 \leq \gamma \|\omega(t)\|_2$$

定理 3.1.1 对于任意给定的性能指标 γ , 如果对于系统(2.1)存在对称正矩阵 P 、 Q 、 R 和矩阵 Y 、 X 以及正标量 ε 和满足 $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ 的 n 个实数, 使得以下 LMI 成立:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \begin{bmatrix} P\tilde{A}_{1i} + \tilde{A}_{1i}^T P + Q + R + \tilde{L}_i^T \tilde{L}_i & \tilde{L}_i^T \tilde{L}_i \tilde{B}_i + P\tilde{A}_{1i} \tilde{B}_i + (Q+R)\tilde{B}_i & P\tilde{A}_{2i} & P\tilde{D}_i \\ * & \tilde{B}_i^T \tilde{L}_i^T \tilde{L}_i \tilde{B}_i + \tilde{B}_i^T (Q+R)\tilde{B}_i - (1-h)Q & 0 & 0 \\ * & * & -(1-d)R & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (3.1.1)$$

切换规则如下:

$$\sigma(t) = \operatorname{argmin} \{ \delta^T(t) \tilde{\Xi}_i \delta(t), i \in N \} \quad (3.1.2)$$

其中,

$$\tilde{\Xi}_i = \begin{bmatrix} P\tilde{A}_{1i} + \tilde{A}_{1i}^T P + Q + R + \tilde{L}_i^T \tilde{L}_i & \tilde{L}_i^T \tilde{L}_i \tilde{B}_i + P\tilde{A}_{1i} \tilde{B}_i + (Q+R)\tilde{B}_i & P\tilde{A}_{2i} & P\tilde{D}_i \\ * & \tilde{B}_i^T \tilde{L}_i^T \tilde{L}_i \tilde{B}_i + \tilde{B}_i^T (Q+R)\tilde{B}_i - (1-h)Q & 0 & 0 \\ * & * & -(1-d)R & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (3.1.3)$$

当切换系统(2.1)具有非脆弱 H_∞ 滤波器时, 具有不确定时变时滞切换中立系统(2.1)是渐近稳定的, 并满足给定的性能指标 γ 。

证明:

对于系统(2.6), 令 $(t_k, i_k) | i \in N, k = 0, 1, 2, \dots, 0 = t_0 \leq t_1 \leq \dots$ 是在 $t \in [0, \infty)$ 上形成的与切换规则相对应的切换序列。考虑系统的内部稳定性, Lyapunov 函数的形式如下:

$$\text{令 } e(\xi) = \xi(t) - \tilde{B}_i \xi(t-h(t)):$$

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t)$$

$$V_1(t) = e^T(\xi) P e(\xi)$$

$$V_2(t) = \int_{t-h(t)}^t \xi^T(s) Q \xi(s) ds$$

$$V_3(t) = \int_{t-d(t)}^t \xi^T(s) R \xi(s) ds$$

沿系统(2.6)的时间求导数并结合条件(2.3), 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= 2e^T(\xi) P \dot{e}(\xi) = 2e^T(\xi) P [\tilde{A}_{1i} \xi(t) + \tilde{A}_{2i} \xi(t-d(t)) + \tilde{D}_i \omega(t)] \\ \dot{V}_2(t) &= \xi^T(t) Q \xi(t) - (1-\dot{h}(t)) \xi^T(t-h(t)) Q \xi(t-h(t)) \\ &\leq \xi^T(t) Q \xi(t) - (1-h) \xi^T(t-h(t)) Q \xi(t-h(t)) \\ \dot{V}_3(t) &= \xi^T(t) R \xi(t) - (1-\dot{d}(t)) \xi^T(t-d(t)) R \xi(t-d(t)) \\ &\leq \xi^T(t) R \xi(t) - (1-d) \xi^T(t-d(t)) R \xi(t-d(t)) \\ \dot{V}(t) &= \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) \leq 2e^T(\xi) P [\tilde{A}_{1i} \xi(t) + \tilde{A}_{2i} \xi(t-d(t)) + \tilde{D}_i \omega(t)] \\ &\quad + \xi^T(t) (Q+R) \xi(t) - (1-h) \xi^T(t-h(t)) Q \xi(t-h(t)) \\ &\quad - (1-d) \xi^T(t-d(t)) R \xi(t-d(t)) \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

首先, 考虑到系统的内部稳定性, 设 $\omega(t) = 0$, 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & 2e^T(\xi)P[\tilde{A}_{1i}\xi(t) + \tilde{A}_{2i}\xi(t-d(t))] + \xi^T(t)(Q+R)\xi(t) \\ & - (1-h)\xi^T(t-h(t))Q\xi(t-h(t)) - (1-d)\xi^T(t-d(t))R\xi(t-d(t)) \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} \xi(t) = & [e(\xi) + \tilde{B}_i\xi(t-h(t))] \\ = & 2e^T(\xi)P\{\tilde{A}_{1i}[e(\xi) + \tilde{B}_i\xi(t-h(t))] + \tilde{A}_{2i}\xi(t-d(t))\} \\ & + [e(\xi) + \tilde{B}_i\xi(t-h(t))]^T(Q+R)[e(\xi) + \tilde{B}_i\xi(t-h(t))] \\ & - (1-h)\xi^T(t-h(t))Q\xi(t-h(t)) - (1-d)\xi^T(t-d(t))R\xi(t-d(t)) \\ = & 2e^T(\xi)P\tilde{A}_{1i}e(\xi) + 2e^T(\xi)P\tilde{A}_{1i}\tilde{B}_i\xi(t-h(t)) + 2e^T(\xi)P\tilde{A}_{2i}\xi(t-d(t)) \\ & + [e(\xi) + \tilde{B}_i\xi(t-h(t))]^T(Q+R)[e(\xi) + \tilde{B}_i\xi(t-h(t))] \\ & - (1-h)\xi^T(t-h(t))Q\xi(t-h(t)) - (1-d)\xi^T(t-d(t))R\xi(t-d(t)) \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

令 $\delta(t)^T = [e^T(\xi) \quad \xi^T(t-h(t)) \quad \xi^T(t-d(t))]^T$, 有:

$$\dot{V}(t) \leq \delta(t)^T \Xi_i \delta(t) \quad (3.1.6)$$

其中,

$$\Xi_i = \begin{bmatrix} P\tilde{A}_{1i} + \tilde{A}_{1i}^T P + Q + R & P\tilde{A}_{1i}\tilde{B}_i + (Q+R)\tilde{B}_i & P\tilde{A}_{2i} \\ * & \tilde{B}_i^T(Q+R)\tilde{B}_i - (1-h)Q & 0 \\ * & * & -(1-d)R \end{bmatrix}$$

根据不等式(2.3), 如果 $\Xi_i < 0$, 有 $\dot{V}(t) < 0$, 那么系统(2.6)是渐近稳定的。

其次, 当 $\omega(t) \neq 0$ 时, 在零初始条件下, $\forall T > 0$, 则性能指标函数 J 如下:

$$\begin{aligned} J = & \int_0^\infty (\tilde{Z}^T(t)\tilde{Z}(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t))dt \\ = & \int_0^\infty (\tilde{Z}^T(t)\tilde{Z}(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + \dot{V}(t))dt - V(T) \\ \leq & \int_0^\infty (\tilde{Z}^T(t)\tilde{Z}(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + \dot{V}(t))dt \end{aligned}$$

如果 $J < 0$, 则闭环系统(2.6)为鲁棒稳定的, 并满足给定的 H_∞ 性能指标 γ 。

要使 $J < 0$, 只需:

$$\begin{aligned} & \tilde{Z}^T(t)\tilde{Z}(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + \dot{V}(t) = \xi^T(t)\tilde{L}_i^T\tilde{L}_i\xi(t) - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + \dot{V}(t) \\ \leq & [e(\xi) + \tilde{B}_i\xi(t-h(t))]^T\tilde{L}_i^T\tilde{L}_i[e(\xi) + \tilde{B}_i\xi(t-h(t))] - \gamma^2\omega^T(t)\omega(t) + 2e^T(\xi)P\tilde{A}_{1i}e(\xi) \\ & + 2e^T(\xi)P\tilde{A}_{1i}\tilde{B}_i\xi(t-h(t)) + 2e^T(\xi)P\tilde{A}_{2i}\xi(t-d(t)) + 2e^T(\xi)P\tilde{D}_i\omega(t) \\ & + [e(\xi) + \tilde{B}_i\xi(t-h(t))]^T(Q+R)[e(\xi) + \tilde{B}_i\xi(t-h(t))] \\ & - (1-h)\xi^T(t-h(t))Q\xi(t-h(t)) \\ & - (1-d)\xi^T(t-d(t))R\xi(t-d(t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= e^T(\xi) \left[P\tilde{A}_1 + \tilde{A}_1^T P + Q + R + \tilde{L}_i^T \tilde{L}_i \right] e(\xi) + 2e^T(t) \left[\tilde{L}_i^T \tilde{L}_i \tilde{B} + P\tilde{A}_1 \tilde{B} + (Q + R) \tilde{B} \right] \xi(t-h(t)) \\
 &+ 2e^T(t) P\tilde{A}_2 \xi(t-d(t)) + 2e^T(t) P\tilde{D}\omega(t) + \xi^T(t-h(t)) \left[\tilde{B}^T \tilde{L}_i^T \tilde{L}_i \tilde{B} + \tilde{B}^T (Q + R) \tilde{B} - (1-h)Q \right] \\
 &\times \xi(t-h(t)) - (1-d)\xi^T(t-d(t)) R \xi(t-d(t)) - \gamma^2 \omega^T(t) \omega(t) \\
 &= \left[\delta^T(t) \quad \omega^T(t) \right]^T \tilde{\Xi}_i \left[\delta(t) \quad \omega(t) \right] < 0
 \end{aligned} \tag{3.1.7}$$

如果 $\tilde{\Xi}_i < 0$, 那么系统(2.1)满足 H_∞ 性能指标 γ , 并且系统(2.1)在非脆弱 H_∞ 滤波器(2.4)的作用下是渐近稳定的。

如果方程(3.1.6)成立, 那么下列形式的不等式必须成立:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \delta^T(t) \tilde{\Xi}_i \delta(t) < 0, \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1.$$

在没有扰动输入的情况下, $\dot{V}(t) < 0$ 仍然可以满足要求。

注释 1: 切换规则(3.1.2)是通过单 Lyapunov 泛函和凸组合技术构造的, 当时间 t 不断变化时, 系统会被切换到 $\delta^T(t) \tilde{\Xi}_i \delta(t)$ 的最小值所对应的子系统, 这样就被激活的子系统的轨迹始终可以保持下降的状态, 可以保证系统(2.1)渐近稳定的。

注释 2: 在定理 3.1.1 中, 在时滞上限和时滞导数上限同时受限的条件(2.3)下, 利用单 Lyapunov 函数方法和凸组合技术构造了 Lyapunov 函数及其相应的切换规则(3.1.2)。对 Lyapunov 函数的导数进行缩放, 消除不等式中的时变时滞项, 然后引入 J 函数, 得到满足 H_∞ 性能指标 γ 的非线性矩阵不等式。我们利用引理 2.1 将非线性矩阵不等式转化为线性矩阵不等式(3.1.3), 当 $\tilde{\Xi}_i < 0$ 时, 则系统(2.1)满足 H_∞ 性能指标 γ 和系统(2.1)在非脆弱 H_∞ 滤波器(2.4)和切换规则(3.1.2)的作用下是渐近稳定的。

3.2. 非脆弱 H_∞ 滤波器设计

本小节主要讨论 H_∞ 滤波器设计问题。我们设计滤波器参数 A_f 和 B_f , 使闭环系统(2.6)渐近稳定, 且满足非脆弱 H_∞ 性能指标 γ 。

定理 3.2.1 对于任何给定的对称正定矩阵:

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} > 0, \quad Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix} > 0, \quad R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} > 0$$

矩阵 A_f 、 B_f 、 Y 、 X 和标量 $\gamma > 0$, $\varepsilon_i > 0, i=1,2,3,4$ 使得以下 LMI 成立:

$$\tilde{\Xi}_i = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} & \Omega_{14} & P_1 A_{di} & 0 & P_1 D_{1i} & P_1 H_i & E_{1i}^T & 0 & C_i^T E_{4i}^T & 0 & 0 \\ * & \Omega_{22} & \Omega_{23} & \Omega_{24} & 0 & 0 & X D_{2i} & 0 & 0 & P_2 H_i & 0 & P_1 H_i & E_{3i}^T \\ * & * & \Omega_{33} & \Omega_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & B_i^T E_{1i}^T & 0 & \Omega_{311} & 0 & 0 \\ * & * & * & \Omega_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_i^T E_{3i}^T \\ * & * & * & * & \Omega_{55} & 0 & 0 & 0 & E_{2i}^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Omega_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & D_{2i}^T E_{4i}^T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_1^{-1} I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_2^{-1} I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_3^{-1} I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_3 I \end{bmatrix} < 0 \tag{3.2.1}$$

其中,

$$\begin{aligned} \Omega_{11} &= P_1 A_i + A_i^T P_1 + Q_1 + R_1 + L_i^T L_i; & \Omega_{12} &= C_i^T X^T - L_i^T L_i; \\ \Omega_{13} &= L_i^T L_i B_i + P_1 A_i B_i + Q_1 B_i + R_1 B_i; & \Omega_{14} &= -L_i^T L_i B_i; \\ \Omega_{22} &= Y + Y^T + Q_2 + R_2 + L_i^T L_i; & \Omega_{23} &= -L_i^T L_i B_i + X C_i B_i; \\ \Omega_{24} &= L_i^T L_i B_i + Y B_i + Q_2 B_i + R_2 B_i; & \Omega_{34} &= -B_i^T L_i^T L_i B_i; \\ \Omega_{33} &= B_i^T L_i^T L_i B_i + B_i^T Q_1 B_i + B_i^T R_1 B_i - (1-h)Q_1; & \Omega_{311} &= B_i^T C_i^T E_{4i}^T; \\ \Omega_{44} &= B_i^T L_i^T L_i B_i + B_i^T Q_2 B_i + B_i^T R_2 B_i - (1-h)Q_2; \\ \Omega_{55} &= -(1-d)R_1; \quad \Omega_{66} = -(1-d)R_2. \end{aligned}$$

式(2.4)给出的非脆弱 H_∞ 滤波器的参数矩阵如下:

$$\begin{cases} A_f = P_2^{-1} Y \\ B_f = P_2^{-1} X \end{cases} \quad (3.2.2)$$

则存在非脆弱滤波器(2.4), 使得闭环系统(2.6)具有非脆弱 H_∞ 性能指标 γ , 并且系统(2.1)是渐近稳定的.

证明: 根据矩阵 P 、 Q 、 R 的定义, 利用引理 2.2 和公式(2.1)~(2.7), 线性矩阵不等式(3.1.3)可以转化为:

$$\tilde{K}_i = K_i + \Delta K_i < 0$$

其中, \tilde{K}_i 是不等式(3.1.3)的左侧部分, $K_i, \Delta K_i$ 分别表示为:

$$K_i = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} & -L_i^T L_i B_i & P_1 A_{di} & 0 & P_1 D_{1i} \\ * & \Omega_{22} & \Omega_{23} & \Omega_{24} & 0 & 0 & X D_{2i} \\ * & * & \Omega_{33} & -B_i^T L_i^T L_i B_i & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Omega_{44} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -(1-d)R_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -(1-d)R_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.2.3)$$

其中,

$$\begin{aligned} \Omega_{11} &= P_1 A_i + A_i^T P_1 + Q_1 + R_1 + L_i^T L_i; & \Omega_{12} &= C_i^T X^T - L_i^T L_i; \\ \Omega_{13} &= L_i^T L_i B_i + P_1 A_i B_i + Q_1 B_i + R_1 B_i; & \Omega_{22} &= Y + Y^T + Q_2 + R_2 + L_i^T L_i; \\ \Omega_{22} &= Y + Y^T + Q_2 + R_2 + L_i^T L_i; & \Omega_{23} &= -L_i^T L_i B_i + X C_i B_i; \\ \Omega_{24} &= L_i^T L_i B_i + Y B_i + Q_2 B_i + R_2 B_i; \\ \Omega_{33} &= B_i^T L_i^T L_i B_i + B_i^T Q_1 B_i + B_i^T R_1 B_i - (1-h)Q_1; \\ \Omega_{44} &= B_i^T L_i^T L_i B_i + B_i^T Q_2 B_i + B_i^T R_2 B_i - (1-h)Q_2. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} Y = P_2 A_f \\ X = P_2 B_f \end{cases} \quad (3.2.4)$$

$$K_i = \begin{bmatrix} P_1 \Delta A_i + \Delta A_i^T P_1 & C_i^T \Delta B_f^T P_2 & P_1 \Delta A_i B_i & 0 & P_1 \Delta A_{di} & 0 & 0 \\ * & P_2 \Delta A_f + \Delta A_f^T P_2 & P_2 \Delta B_f C_i B_i & P_2 \Delta A_f B_i & 0 & 0 & P_2 \Delta B_f D_{2i} \\ * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (3.2.5)$$

令

$$\Delta K_i = \Delta K_{1i} + \Delta K_{2i} + \Delta K_{3i},$$

根据方程(2.2)和(2.6), 处理不确定性项 $\Delta K_{1i}, \Delta K_{2i}, \Delta K_{3i}$ 的结果分别为:

$$\begin{aligned} \Delta K_{1i} &= \begin{bmatrix} P_1 \Delta A_i + \Delta A_i^T P_1 & 0 & P_1 \Delta A_i B_i & 0 & P_1 \Delta A_{di} & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} P_1 H_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_i(t) \begin{bmatrix} E_{1i}^T \\ 0 \\ B_i^T E_{1i}^T \\ 0 \\ E_{2i}^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} P_1 H_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_i(t) \begin{bmatrix} E_{1i}^T \\ 0 \\ B_i^T E_{1i}^T \\ 0 \\ E_{2i}^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \\ \Delta K_{2i} &= \begin{bmatrix} 0 & C_i^T \Delta B_f^T P_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & P_2 \Delta B_f C_i B_i & 0 & 0 & 0 & P_2 \Delta B_f D_{2i} \\ * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ P_2 H_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_i(t) \begin{bmatrix} C_i^T E_{4i}^T \\ 0 \\ B_i^T C_i^T E_{4i}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ D_{2i}^T E_{4i}^T \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 0 \\ P_2 H_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_i(t) \begin{bmatrix} C_i^T E_{4i}^T \\ 0 \\ B_i^T C_i^T E_{4i}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ D_{2i}^T E_{4i}^T \end{bmatrix}^T \\ \Delta K_{3i} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & P_2 \Delta A_f + \Delta A_f^T P_2 & 0 & P_2 \Delta A_f B_i & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ P_2 H_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_i(t) \begin{bmatrix} 0 \\ E_{3i}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} 0 \\ P_2 H_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_i(t) \begin{bmatrix} 0 \\ E_{3i}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T.$$

根据引理 2.2, 可得:

$$\begin{aligned} \tilde{K}_i &= K_i + \Delta K_i = K_i + \Delta K_{1i} + \Delta K_{2i} + \Delta K_{3i} < 0 \\ K_i + \varepsilon_1 & \begin{bmatrix} P_1 H_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 H_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T + \varepsilon_1^{-1} \begin{bmatrix} E_{1i}^T \\ 0 \\ B_i^T E_{1i}^T \\ 0 \\ E_{2i}^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{1i}^T \\ 0 \\ B_i^T E_{1i}^T \\ 0 \\ E_{2i}^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T + \varepsilon_2 \begin{bmatrix} 0 \\ P_2 H_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ P_2 H_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \\ + \varepsilon_2^{-1} & \begin{bmatrix} C_i^T E_{4i}^T \\ 0 \\ B_i^T C_i^T E_{4i}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ D_{2i}^T E_{4i}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i^T E_{4i}^T \\ 0 \\ B_i^T C_i^T E_{4i}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ D_{2i}^T E_{4i}^T \end{bmatrix}^T + \varepsilon_3 \begin{bmatrix} 0 \\ P_2 H_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ P_2 H_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T + \varepsilon_3^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ E_{3i}^T \\ 0 \\ B_i^T E_{3i}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ E_{3i}^T \\ 0 \\ B_i^T E_{3i}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T < 0. \end{aligned}$$

根据引理 2.1, 可以得到不等式(3.2.1)。

注释 3: 定理 3.2.1 中, 利用引理 2.2, 对线性矩阵不等式(3.1.3)中的不确定项进行处理, 再利用引理 2.1, 得到线性矩阵不等式(3.2.1)和非脆弱 H_∞ 滤波器参数 A_f 和 B_f 。

4. 数值实验

给定两个不确定时变时滞连续中立子系统, 形成一个线性切换系统(1.1)。其中,

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}, A_{d1} = \begin{bmatrix} -1 & -0.1 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}, A_{d2} = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix}, D_{11} = \begin{bmatrix} 2.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} 2.3 \\ 0.3 \end{bmatrix}, D_{21} = D_{22} = 1, \\ C_1 &= [0.2 \ 1], C_2 = [0.1 \ 0.5], L_1 = [0.2 \ -0.1], L_2 = [0.2 \ -0.1], \\ H_1 &= \begin{bmatrix} 0.1 & -0.3 \\ 0.5 & 0.4 \end{bmatrix}, H_2 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, E_{11} = \begin{bmatrix} 0.4 & -0.5 \\ 0.1 & 0.5 \end{bmatrix}, E_{12} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \\ E_{21} &= \begin{bmatrix} 0.1 & -0.5 \\ 0.2 & -0.3 \end{bmatrix}, E_{22} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, E_{31} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix}, E_{32} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$E_{41} = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.2 \end{bmatrix}, E_{42} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, F_1(t) = F_2(t) = \begin{bmatrix} \cos(t) & 0 \\ 0 & \sin(t) \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

选取

$d(t) = \max\{0.7 \sin t, 0.4\}$, $h(t) = \max\{0.6 \sin t, 0.2\}$, $\theta = 0.7$, $\tau = 0.6$, $h = 0.2$, $d = 0.4$, $\alpha_1 = 0.9$, $\alpha_2 = 0.1$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1$ 。通过求解线性矩阵不等式(3.1.1), 可以得到 $\gamma = 1.4137$ 。

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.8734 & -0.0534 \\ -0.0534 & 0.6740 \end{bmatrix}, P_2 = \begin{bmatrix} 0.8813 & 0.0500 \\ 0.0500 & 0.6190 \end{bmatrix},$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1.1321 & 0.0993 \\ 0.0993 & 1.2249 \end{bmatrix}, Q_2 = \begin{bmatrix} 1.2756 & -0.0001 \\ -0.0001 & 1.3203 \end{bmatrix},$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1.5526 & 0.2130 \\ 0.2130 & 1.4934 \end{bmatrix}, R_2 = \begin{bmatrix} 1.4011 & -0.0001 \\ -0.0001 & 1.3760 \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} -1.9933 & 0.0193 \\ 0.0193 & -2.0557 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ 0.0029 \end{bmatrix}.$$

将 Y , X 带入到(3.2.2), 得到:

$$A_f = \begin{bmatrix} -2.2739 & 0.2113 \\ 0.2149 & -3.3383 \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} -0.0072 \\ 0.0053 \end{bmatrix}$$

切换规则为

$$\sigma(x(t)) = i = \begin{cases} 1, & \text{if } \delta^T(t)(\tilde{\Xi}_1 - \tilde{\Xi}_2)\delta(t) < 0 \\ 2, & \text{if } \delta^T(t)(\tilde{\Xi}_2 - \tilde{\Xi}_1)\delta(t) < 0 \end{cases}$$

在表 1 中, 可以看到, 当时滞导数的上限发生变化时, H_∞ 性能指标 γ 也会发生变化。可以验证, 所提出的方法与时滞相关。

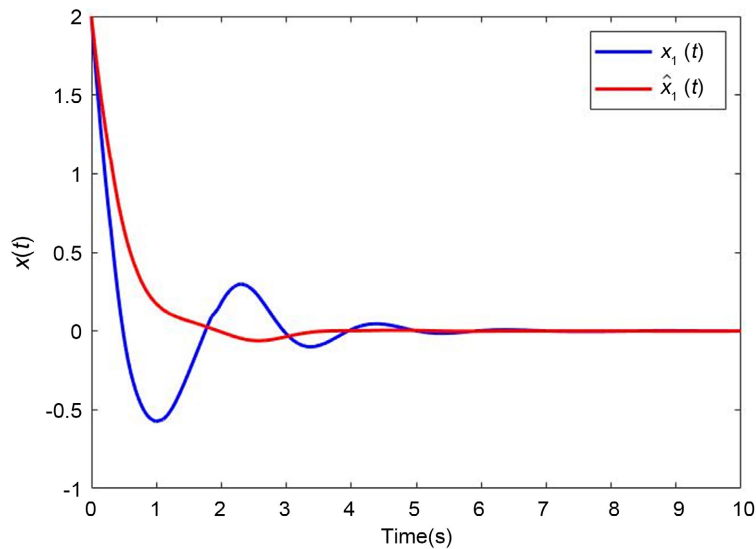


Figure 1. System state $x_1(t)$ and its estimation $\hat{x}_1(t)$

图 1. 系统状态 $x_1(t)$ 及其估计 $\hat{x}_1(t)$

Table 1. Comparison of performance index γ for change in upper bound of time delay derivative
表 1. 时滞导数上限变化时的性能指标 γ 的比较

$d = 0.4$	$h = 0.2$	$h = 0.3$	$h = 0.4$	$h = 0.5$
γ	1.4137	1.4461	1.4626	1.4309

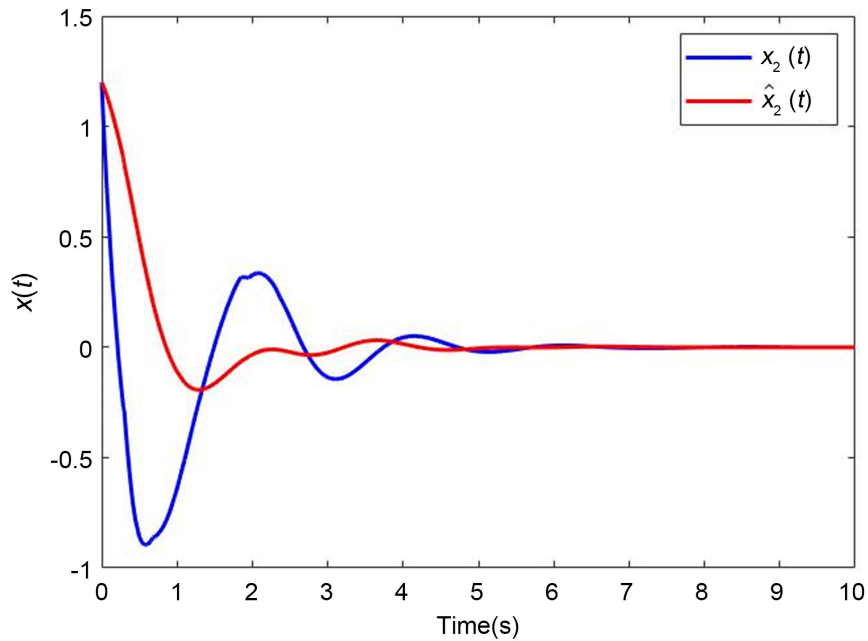


Figure 2. System state $x_2(t)$ and its estimation $\hat{x}_2(t)$

图 2. 系统状态 $x_2(t)$ 及其估计 $\hat{x}_2(t)$

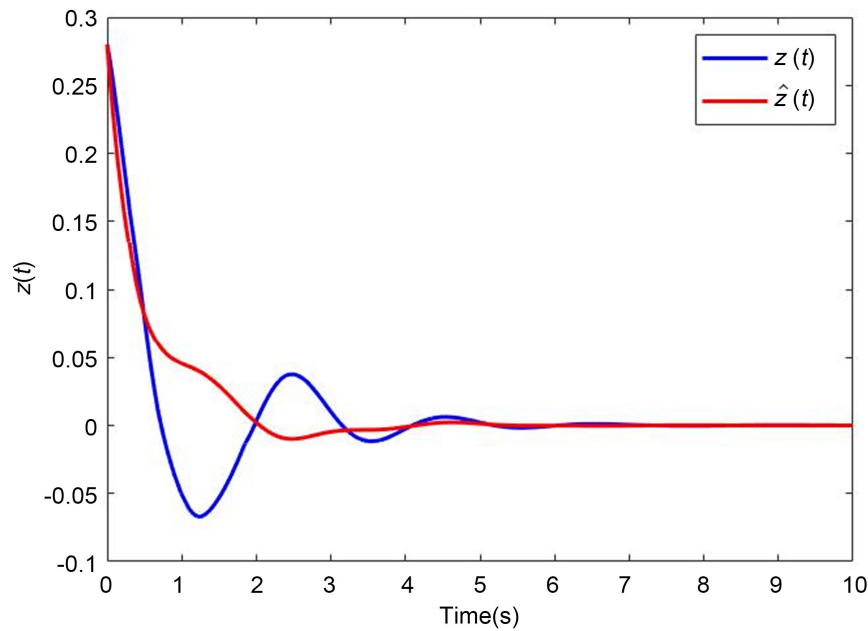


Figure 3. System signal $z(t)$ to be estimated and its estimation value $\hat{z}(t)$

图 3. 系统待估计信号 $z(t)$, 其估计值为 $\hat{z}(t)$

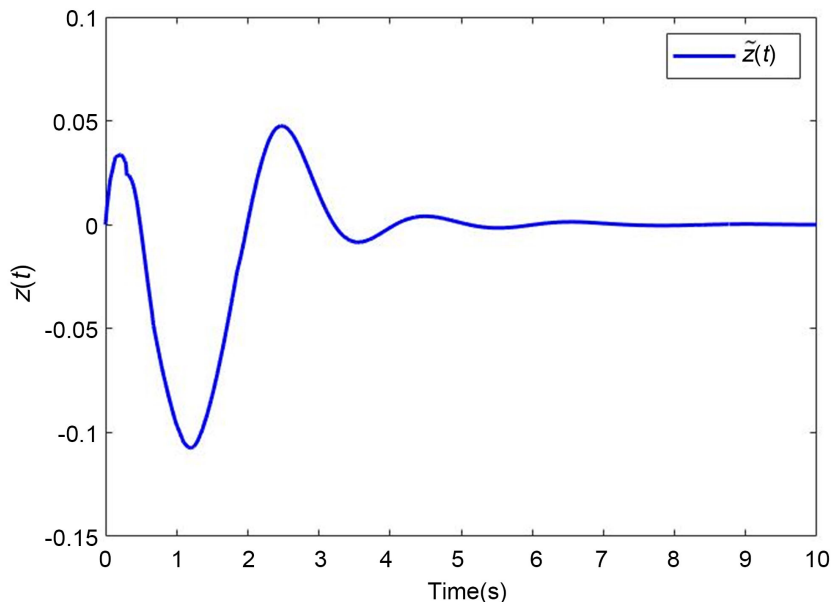


Figure 4. Filtering error $\tilde{z}(t) = z(t) - \hat{z}(t)$

图 4. 滤波误差 $\tilde{z}(t) = z(t) - \hat{z}(t)$

为便于数值模拟, 我们假设初始条件为 $x(0) = [2 \ 1.2 \ 2 \ 1.2]^T$, 干扰信号为 $\omega(t) = 1/(2+t^3)$, $t \geq 0$ 。在上述滤波器增益下, 图 1 表示 $x_1(t)$ 的轨迹, 其估计值为 $\hat{x}_1(t)$ 。图 2 表示 $x_2(t)$ 的轨迹, 其估计值为 $\hat{x}_2(t)$ 。图 3 表示待估计信号 $z(t)$ 的轨迹, 其估计值为 $\hat{z}(t)$ 。图 4 表示滤波误差 $\tilde{z}(t) = z(t) - \hat{z}(t)$ 的轨迹图。从以上图中可以看出, 所得到的滤波器能够平滑地跟踪真实的状态, 并能随时间迅速趋近于零, 保证了滤波误差系统在满足要求的情况下是渐近稳定的。

5. 结论

本文研究了不确定时变时滞切换中立系统的非脆弱 H_∞ 滤波器设计问题。首先, 通过构造 Lyapunov 函数和利用线性矩阵不等式方法, 得到了使闭环系统具有 H_∞ 性能指标和渐近稳定的充分条件, 其中线性矩阵不等式与时滞导数的上界有关。在此基础上, 对线性矩阵不等式中的不确定项进行处理, 得到了非脆弱 H_∞ 滤波器存在的充分条件, 并得到非脆弱滤波器参数。最后, 通过数值实验验证了非脆弱 H_∞ 滤波器和切换中立系统形成的闭环系统渐近稳定并具有 H_∞ 性能指标 γ , 这说明了理论结果的有效性和可行性。对于非脆弱 H_∞ 滤波器, 本文中的定理是只对本系统有效, 而对其他类型系统不适用。对于其它类型的系统的非脆弱滤波器或者其他增益形式的滤波器的设计还有待进一步研究。

参考文献

- [1] Kalman, R.E. (1960) A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, **82**, 35-45. <https://doi.org/10.1115/1.3662552>
- [2] Iwasaki, T. and Skelton, R.E. (1994) All Controllers for the General H_∞ Control Problem: LMI Existence Conditions and State Space Formulas. *Automatica*, **30**, 1307-1317. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(94\)90110-4](https://doi.org/10.1016/0005-1098(94)90110-4)
- [3] Zhang, W.A. and Yu, L. (2009) Stability Analysis for Discrete-Time Switched Time-Delay Systems. *Automatica*, **45**, 2265-2271. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2009.05.027>
- [4] Song, Y. and Liu, Y. (2021) Non-Fragile Dynamic Output Feedback H_∞ Control for a Class of Uncertain Switched Systems with Time-Varying Delay. *Journal of Electronic & Information Systems*, **3**, 1-6. <https://doi.org/10.30564/jeisr.v3i1.3205>

- [5] Zhang, Y. and Yan, P. (2015) Delay-Dependent Stability Analysis for Uncertain Switched Time-Delay Systems Using Average Dwell Time. *Mathematical Problems in Engineering*, **2015**, Article ID: 628693. <https://doi.org/10.1155/2015/628693>
- [6] Yang, Q. (2013) Delay-Dependent Finite-Time and L_2 -Gain Analysis for Switched Systems with Time-Varying Delay. *Mathematical Problems in Engineering*, **2013**, Article ID: 594340. <https://doi.org/10.1155/2013/594340>
- [7] Wang, Y.E., Zhao, J. and Jiang, B. (2013) Stabilization of a Class of Switched Linear Neutral Systems under Asynchronous Switching. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **58**, 2114-2119. <https://doi.org/10.1109/TAC.2013.2250076>
- [8] Sun, Y.N., Liu, S. and Xiang, Z. (2012) Robust Finite-Time H_∞ Control for Uncertain Switched Neutral Systems with Mixed Delays. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, **226**, 638-650. <https://doi.org/10.1177/0959651811428258>
- [9] Dong, J., Ma, X., Zhang, X., et al. (2023) Finite-Time H_∞ Filtering for Markov Jump Systems with Uniform Quantization. *Chinese Physics B*, **32**, Article ID: 110202. <https://doi.org/10.1088/1674-1056/acedf5>
- [10] Wang, Q., Peng, L. and Pan, J. (2023) Event-Triggered H_∞ Robust Filtering for Nonlinear Semi-Markov Switching Systems. *International Journal of Control*, 1-12. <https://doi.org/10.1080/00207179.2023.2207675>
- [11] Zhang, Y., Shi, P. and Basin, M.V. (2022) Event-Based Finite-Time H_∞ Filtering of Discrete-Time Singular Jump Network Systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **32**, 4038-4054. <https://doi.org/10.1002/rnc.6009>
- [12] Ren, B., Karimi, H.R., Yin, T., et al. (2023) Asynchronous H_∞ Filtering for Semi-Markov Jump TS-Fuzzy Systems within Partial State Delay and Deception Attack: Applied to Aircraft-Pilot State Estimation. *Journal of the Franklin Institute*, **360**, 9265-9289. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2022.10.026>
- [13] Wang, W., Zhang, H. and Han, C. (2010) H_∞ Filtering for Discrete-Time Systems with Time-Varying Delay. *International Journal of Control, Automation and Systems*, **8**, 1159-1170. <https://doi.org/10.1007/s12555-010-0601-1>
- [14] Wu, C. and Wang, Y.E. (2013) Design of Filter for a Class of Switched Linear Neutral Systems. *Mathematical Problems in Engineering*, **2013**, Article ID: 537249. <https://doi.org/10.1155/2013/537249>
- [15] Wu, B., Chang, X.H. and Huang, W. (2023) Non-Fragile H_∞ Filtering for Discrete Time-Delay Systems with Quantization, TOD Protocol and Deception Attacks. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, **42**, 2107-2131. <https://doi.org/10.1007/s00034-022-02214-0>
- [16] Xia, W., Lu, M., Li, Z., et al. (2023) Non-Fragile H_∞ Filtering for Delayed Semi-Markov Jump Systems with Non-Linear Perturbation Using Event-Triggered Scheme. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, **45**, 1180-1190. <https://doi.org/10.1177/01423312221127066>
- [17] Liang, L. (2021) Non-Fragile H_∞ Filtering for Fuzzy Discrete-Time Systems with Markovian Jump and Data Loss. 2021 *IEEE 10th Data Driven Control and Learning Systems Conference (DDCLS)*, Suzhou, 14-16 May 2021, 1183-1188. <https://doi.org/10.1109/DDCLS52934.2021.9455549>
- [18] Revathi, V.M., Karuppusamy, M. and Vembarasan, V. (2021) Non-Fragile H_∞ Filtering for Uncertain Systems with Time-Varying Delays. *Materials Today: Proceedings*, **47**, 2148-2153. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.05.442>