

# 政府引导机制下科创共同体联合攻关三方演化博弈及仿真分析

黄梓颖, 张广\*

上海理工大学管理学院, 上海

收稿日期: 2024年1月23日; 录用日期: 2024年3月22日; 发布日期: 2024年3月29日

## 摘要

科技创新一直以来都是国家和全社会关注的热点问题。近年来各个行业和各级政府都在加大科创投入和鼓励科创共同体的形成, 以寻求通过联合攻关突破技术瓶颈和解决“卡脖子”问题。但科创共同体同时存在缺乏系统性合作方案、科创激励政策互通性不足、绩效评价缺乏连续性问题。本文基于效用理论, 构建科创企业、高校科研院所和政府之间的三方演化博弈模型, 通过分析各参与方策略选择的演化稳定性, 深入探索各要素对三方策略选择的影响关系, 并对博弈系统中均衡点的稳定性进行了进一步的探讨。研究表明: 1) 政府增强奖励和惩罚力度, 科创企业和高校科研院所更有可能积极参与科创共同体, 但是过度增加奖励力度可能影响政府监管职责的履行; 2) 为确保科创共同体的合作在演化稳定的市场环境下进行, 政府需设定合理的奖惩机制, 确保各方的奖惩之和大于各方单独创新收益; 3) 在政府监管力度较弱时, 无论政府选择何种策略, 科创企业和高校科研院所的策略组合均趋向于不参与科创共同体的合作。最后, 通过仿真分析论证所建模型的有效性, 并为政府引导和优化科创共同体联合攻关的奖惩机制提供可行的对策与建议。

## 关键词

科创共同体, 三方演化博弈, 演化稳定, 仿真分析

## Tripartite Evolutionary Game and Simulation Analysis of Science and Innovation Community Joint Research under the Government's Guiding Mechanism

\*通讯作者。

## Ziying Huang, Guang Zhang\*

School of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Jan. 23<sup>rd</sup>, 2024; accepted: Mar. 22<sup>nd</sup>, 2024; published: Mar. 29<sup>th</sup>, 2024

### Abstract

Technological innovation has consistently been a focal point for both nations and society as a whole. In recent years, various industries and government levels have intensified efforts to boost investment in scientific and technological innovation (Sci-Tech), fostering the formation of Sci-Tech communities to collectively overcome technological bottlenecks and address critical challenges. However, Sci-Tech communities often face issues such as a lack of systematic collaboration schemes, insufficient interoperability of incentive policies, and a dearth of continuous performance evaluation. This paper, grounded in utility theory, constructs a tripartite evolutionary game model involving Sci-Tech enterprises, university research institutions, and the government. By analyzing the evolutionary stability of strategies chosen by each participant, the study delves into the intricate relationships influencing the strategic choices of all stakeholders. Furthermore, the paper explores the stability of equilibrium points within the game system. Key findings include: 1) Strengthening government incentives and penalties increases the likelihood of active participation from Sci-Tech enterprises and university research institutions in Sci-Tech communities. However, an excessive emphasis on incentives may impact the government's fulfillment of regulatory responsibilities. 2) To ensure the cooperation within Sci-Tech communities evolves in a stable market environment, the government must establish a judicious system of rewards and penalties, ensuring that the aggregate of incentives and penalties exceeds the individual innovation benefits of each party. 3) In instances of weak government regulatory oversight, regardless of the government's chosen strategy, the strategic combination of Sci-Tech enterprises and university research institutions tends toward non-participation in Sci-Tech community collaboration. Finally, through simulation analysis, the paper validates the effectiveness of the proposed model and provides practical strategies and recommendations for the government to guide and optimize incentive mechanisms for collaborative Sci-Tech initiatives.

### Keywords

Sci-Tech Innovation Community, Tripartite Evolutionary Game, Evolutionary Stability, Simulation Analysis

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

自改革开放以来,我国经济增长方式逐渐演变,从依赖要素驱动型向创新驱动型转变。创新的能力和水平已经成为提升我国国际竞争力的关键力量。无论是国家、地方政府、还是企业,选择科技创新都是迈向未来和保持竞争力的最优策略。在当今全球化、信息化的时代背景下,科技创新已经成为国家发展的战略支撑和核心动力。同时,科技是第一生产力,是提高全要素生产率的核心要素[1]。从提高生产力、优化产业结构到改善人民生活、解决全球性挑战,科技创新渗透于各个领域,引领着人类社会的发

展进步。进行持续的科技创新, 并将其积极地运用到解决现实问题中, 是我国宏观经济能实现质量变革、效率变革和动力变革的必要条件[2]。

基于这一理念, 近五年来, 沪苏浙皖三省一市联合开展攻关、共建创新平台, 已成为推动一体化高质量发展的硬核驱动力[3]; 2019年, 粤港澳大湾区科创走廊规划提出要建设粤港澳大湾区科技创新共同体; 2021年, 香港和深圳更是提出要实现港深两大都市在科技创新上的合体[4]; 2023年“推动科技成果转化·服务高质量发展”峰会在陕西省举行[5]。

随着科创联合攻关的理念深入人心和长足发展, 尽管科技创新在推动国家发展和社会进步中发挥着不可替代的作用, 但科创共同体作为科技创新的主要承担者和推动者, 也面临着诸多挑战和问题。科创主体协同创新仍然存在着缺乏系统性合作方案、科创激励政策互通性不足、资金支持不足、绩效评价缺乏连续性、产学研脱节、科技成果落地难、转化率低[6]等诸多问题, 且已成为科创共同体高质量合作的桎梏。

随着当下科技复杂度的提升和创新速度的加快, 企业单靠自身创新资源难以获得有利的竞争优势, 正逐渐被科创共同体联合攻关模式所替代。因此, 企业必须摒弃传统创新模式, 与其他创新主体联合创新, 企业开放式创新范式与创新生态系统的融合将推动企业中心型开放式创新生态系统成为理论研究和产业发展的必然趋势[7]。同时, 随着开放式创新范式的兴起, 创新生态系统的发展也表现出明显的开放式特征。高等院校作为基础研究的承担者和原始性创新的源头, 在开放式创新生态系统中显现出更强主导性与推动性, 高校驱动型开放式创新生态系统的构建成为理论研究和产业发展的新趋势[8]。王大澳[9]等人研究了产业集群内部企业组成创新联盟时如何进行公正而合理的利益分配。张瑜[10]等人利用网络协同系数对 Shapley 值进行优化, 以使创新主体利益分配更公平、更合理。行业、高校和科研院所等合作创新可以增加企业的核心竞争力, 同时企业的实际需求推动高校进行问题导向的科研探索, 可进一步推动高校企业的合作与创新能力, 提高国家的综合实力[11]。

在对产学研协同创新方面, 高校和企业知识共享问题的微分对策理论进行研究时, 于娱等采用了微分对策模型进行建模[12]。张华基于演化博弈理论, 研究了企业、高校和科研机构之间协同创新过程中的“演化稳定策略”[13]。王耀德通过构建了产学研协同创新的技术转移信号博弈模型, 分析了影响产学研协同创新技术转移成功运行的因素, 并提出了相应的对策建议[14]。Lou 等引入了创新共同体协同创新概念, 构建了创新绩效评价指标体系, 并运用神经网络对创新共同体绩效评价模型进行了优化[15]。这些研究为深入理解和解决产学研协同创新中的关键问题提供了有力的理论支持和实践建议。

然而, 上述研究中的主体未充分考虑到政府的引导作用。实际上, 政府在科创共同体联合攻关中扮演着重要的角色, 政府的参与对于整个创新过程的推动和协调至关重要。因此, 朱怀念等引入政府行为, 将政府的博弈策略分为“监督”与“不监督”两类, 构建政产学研协同创新的三维动态演化博弈模型[16]; 史欢在对农机装备产学研协同创新演化博弈进行研究时也考虑到政府对监管[17]。这些研究通过引入政府的参与和引导, 更全面地展现了协同创新的推动要素。受此启发, 本文在科创主体联合攻关的基础上考虑政府的引导, 探索创企业、高校科研院所与政府三者之间的利益依存关系、作用机制及策略选择过程, 以揭示科创共同体协同创新的驱动机理, 为政府在联合攻关中的有效参与和正确引导提供理论支持。

科创企业、高校研究所以及政府部门之间的合作机制尚不够完善, 存在信息不对称、利益分配不均等问题, 制约了科技成果的转化和应用, 阻碍了科创共同体的健康发展。此外, 科创共同体中还存在着研发资源不足、技术创新能力不强等问题, 限制了科技创新的持续推进和产业升级的深入发展。因此, 深入研究科创共同体中各方的策略选择和演化稳定性, 探索有效的合作机制和激励措施, 已成为当前科

技术创新领域亟需解决的重要问题。本文旨在通过建立科创企业、高校科研院所和政府的三方演化博弈模型, 深入探讨科创共同体中的合作与竞争关系, 以为促进科技创新和构建创新型国家提供理论支持和政策建议。

相对于以往的研究, 本文的创新之处在于: 第一, 研究科创共同体联合攻关问题具有长效性, 可以为政府制定科学的奖惩机制及监督政策提供理论支撑, 考虑了政府的监督行为, 构建了科创企业、高校科研院所和政府之间的三方演化博弈模型, 分析了各博弈方的策略稳定性以及各要素对策略选择的影响关系; 第二, 与已有文献侧重于从静态博弈视角研究科创共同体联合攻关的主体不同, 本文着重引入动态模型, 基于 Lyapunov 第一法分析各主体演化均衡点下的稳定状态以及收敛情况, 论证政府动态监督对科创共同体联合攻关合作行为策略的有效性; 第三, 利用仿真分析, 验证不同初始条件下模型分析的有效性, 并根据分析结论为政府完善奖惩监管机制提出了对策与建议。

## 2. 模型描述与基本假设

在科创共同体联合攻关中, 科创企业、高校科研院所以及政府皆有自身的利益诉求和策略选择, 差异化利益诉求在不同利益主体的互动博弈中暂未达成集体共识和有效整合, 导致科创共同体联合攻关发展陷入困境。为探究和揭示科创共同体中主体行为, 构建三方演化博弈模型来分析科创企业、高校科研院所以及政府的博弈行为, 并从中寻求纾解困境的路径。

### 2.1. 模型描述

在政府监督下, 科创共同体联合攻关中, 科创企业作为主要的利益相关者, 旨在通过创新和研发提升企业价值和市场竞争力。高校院所作为次要的利益相关者, 其目标是通过科研成果的转化推动科技进步和社会发展。政府作为另一个重要的利益相关者, 旨在通过政策引导和支持促进科技创新, 推动经济发展和社会稳定。这三方主体之间存在着利益依存关系。科创企业需要高校院所的科研成果推动企业创新, 同时也需要政府的政策支持和资金投入。高校院所需要科创企业的市场需求引导科研方向, 同时也需要政府的资金支持和政策引导。政府需要科创企业的经济效益和高校院所的科研成果来实现社会发展目标, 带动社会科创氛围, 同时也需要他们的反馈来调整和优化政策。

综上, 科创共同体是一个动态的博弈过程, 三方主体需要通过不断的合作和协调来实现利益的最大化。这个过程不仅需要科创企业和高校院所的积极参与, 也需要政府的有效引导和支持。鉴于此, 本文可构建政府监管下科创共同体联合攻关三方演化博弈主体之间的逻辑关系, 如图 1 所示。

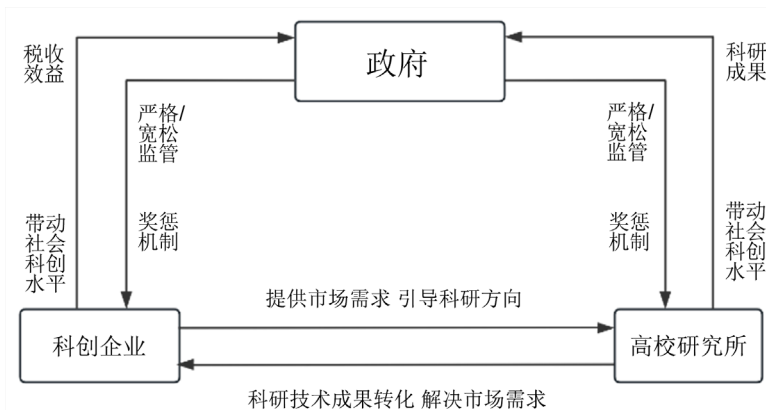


Figure 1. Logical relationship diagram of tripartite evolutionary game model

图 1. 三方演化博弈模型逻辑关系图



## 2.2. 基本假设

在建立演化博弈模型时, 首先需要对科创共同体中各方的决策行为进行建模, 即确定各方的效用函数, 其现了各方在博弈过程中的利益目标和价值取向。本模型考虑了科创企业的利润最大化目标(以及可能涉及到的市场份额、技术创新水平等因素)、高校研究院所的学术声誉和科研成果转化, 以及政府的科技创新和产业发展目标。作为监督执行和激励提供方, 政府通过对科创企业研发新产品所获销售收入进行征税获取收益, 这种回报在国家税收体系中是可以明确计量的。在科创共同体联合攻关的初始阶段, 科创企业与高校研究院所会通过明确的合同规定各自的权利和责任, 并提前支付一定额度的保证金来确保合同的履行。在实际的科创共同体合作中, 政府会定期评估联合攻关的运营绩效以及各参与主体任务的完成情况, 这将作为未来资助的参考依据。基于此, 需要设定如下假设, 以给出各主体的效用函数:

**假设 1** 科创企业为参与人 1, 高校研究院所为参与人 2, 政府为参与人 3。三方均是有限理性的参与主体, 且各主体间存在信息不对称, 利益主体的策略选择遵循各自行为逻辑, 策略选择随时间逐渐演化稳定于最优策略。

**假设 2** 在科创共同体联合攻关过程中, 科创企业可以按照自身的需要选择进行协同创新, 也可以选择竞争创新, 其选择策略集合为{协同创新, 竞争创新}, 并以  $x$  的概率选择协同创新, 以  $(1-x)$  的概率选择竞争创新,  $x \in [0,1]$ ; 高校研究院所也可以根据自身的需要选择进行合作创新, 也可以选择研发创新, 其选择策略集合为{合作创新, 研发创新}, 其选择合作创新的概率为  $y$ , 选择研发创新的概率为  $(1-y)$ ,  $y \in [0,1]$ ; 政府可以选择为科创企业和高校研究院所提供联合攻关的优惠政策以及监督科创企业和高校研究院所联合攻关过程, 也可以选择不提供优惠政策以及不监督科创企业和高校研究院所的联合攻关过程, 其选择策略集合为{严格监管, 宽松监管}, 并以  $z$  的概率选择严格监管, 以  $(1-z)$  的概率选择宽松监管,  $z \in [0,1]$ 。

**假设 3** 科创企业和高校研究院所作为科创共同体联合攻关的主要参与主体, 必然会投入一定的人力、物力和财力, 产生的总成本为  $C$ , 当政府选择严格监管时, 政府会提供一定补贴, 记为  $S$ , 此时, 科创企业和高校研究院所支付的总成本就变为  $C-S$ 。记科创企业和高校研究院所的成本分摊比例系数为  $\alpha$ , 则科创企业所支付的成本为  $\alpha C$  或  $\alpha(C-S)$ , 高校研究院所支付的成本为  $(1-\alpha)C$  或  $(1-\alpha)(C-S)$ 。政府虽然不会直接参与科创共同体联合攻关的过程, 但会为科创主体制定优惠补贴政策, 并且监督科创共同体联合攻关过程, 产生的总成本为  $C_g$ 。

**假设 4** 用  $E_1$  和  $E_2$  分别表示科创企业和高校研究院所进行联合攻关之前的初始收益, 当科创企业和高校研究院所成为科创共同体进行联合攻关时, 会为科创企业和高校研究院所带来额外收益  $E$ , 这部分收益的分摊比例系数为  $\beta$ , 即科创企业获得的协同创新收益为  $\beta E$ , 高校研究院所获得的合作创新收益为  $(1-\beta)E$ 。当高校研究院所选择合作创新而科创企业选择竞争创新时, 科创企业竞争创新所获得的收益为  $E_c$ , 当科创企业选择协同创新而高校研究院所选择研发创新时, 高校研究院所研发创新所获得的收益为  $E_u$ 。 $E_3$  表示政府选择“严格监管”策略时所获得的收益,  $\gamma$  表示政府选择“宽松监管”策略所获得的收益占政府选择“严格监管”策略所获得的收益的比例, 则政府选择“宽松监管”策略所获得的收益为  $\gamma E_u$ , 其中  $\gamma \in [0,1]$ 。此外, 政府对积极参与合作创新的高校研究院所给予资金支持  $S_g$ 。

**假设 5** 政府选择严格监督策略时, 为加强科创共同体的合作, 避免科创企业和高校研究院所出现违约的情况, 当科创企业选择进行协同创新而高校研究院所选择研发创新时, 高校研究院所需要向科创企业支付一定的惩罚, 记为  $B_1$ ; 当高校研究院所选择进行合作创新而科创企业选择竞争创新时, 科创企业需要向高校研究院所支付一定的惩罚, 记为  $B_2$ 。符号及设定见表 1。

**Table 1.** Symbol setting and description  
**表 1.** 符号设定与说明

符号	含义
$C$	科创共同体联合攻关投入一定的人力、物力和财力所产生的总成本
$C_g$	政府严格监管时产生的总成本
$S$	科创共同体联合攻关且政府严格监管时, 政府提供一定补贴
$S_u$	政府对积极参与合作创新的高校院所给予的资金支持
$E_1$	科创企业进行联合攻关之前的初始收益
$E_2$	高校院所进行联合攻关之前的初始收益
$E_3$	政府选择“严格监管”策略时所获得的收益
$E$	当成为科创共同体进行联合攻关时带来额外收益
$E_e$	当高校院所选择合作创新而科创企业选择竞争创新时, 科创企业竞争创新所获得的收益
$E_u$	科创企业选择协同创新而高校院所选择研发创新时, 高校院所研发创新所获得的收益
$\alpha$	科创企业和高校院所的成本分摊比例系数
$\beta$	额外收益的科创企业与高校院所的分摊比例系数
$\gamma$	政府选择“宽松监管”策略所获得的收益占政府选择“严格监管”策略所获得的收益的比例
$B_1$	当科创企业选择进行协同创新而高校院所选择研发创新时, 高校院所需要向科创企业支付一定的惩罚
$B_2$	当高校院所选择进行合作创新而科创企业选择竞争创新时, 科创企业需要向高校院所支付一定的惩罚

### 3. 三方演化模型与稳定性分析

基于效用理论和根据问题描述和设定, 可以得到科创企业、高校研院所以及政府三方博弈主体的效用函数, 如表 2 所示。

**Table 2.** Income combination of game players  
**表 2.** 博弈主体的收益组合

	高校 研院所	政府	
		严格监管 $z$	宽松监管 $1-z$
科创企业	合作创新 $y$	$E_1 + \beta E - \alpha(C - S),$	$E_1 + \beta E - \alpha C,$
		$E_2 + (1 - \beta)E - (1 - \alpha)(C - S) + S_u,$	$E_2 + (1 - \beta)E - (1 - \alpha)C,$
	协同创新 $x$	$E_3 - C_g - S_u$	$\gamma E_3$
		$E_1 - \alpha(C - S) + B_1,$	$E_1 - \alpha C + B_1,$
	研发创新 $1-y$	$E_2 - B_1 + E_u,$	$E_2 - B_1 + E_u,$
		$E_3 - C_g$	$\gamma E_3$
竞争创新 $1-x$	合作创新 $y$	$E_1 + E_e - B_2,$	$E_1 + E_e - B_2,$
		$E_2 - (1 - \alpha)(C - S) + B_2 + S_u,$	$E_2 - (1 - \alpha)C + B_2,$
	研发创新 $1-y$	$E_3 - C_g - S_u$	$\gamma E_3$
		$E_1,$	$E_1,$
		$E_2,$	$E_2,$
		$E_3 - C_g$	$\gamma E_3$

表 2 中的各博弈主体的收益情况即为科创企业、高校科研院所和政府对应的效用情况。接下来将基于这些效用函数研究科创共同体中各方的策略选择和演化稳定。

### 3.1. 均衡条件设定

表 2 中博弈主体的收益组合矩阵, 可知各不同主体期望收益以及其平均期望收益。依据 Malthusian 动态方程[18], 策略改变率等于期望收益。因此, 也可写出各主体所构成的演化博弈过程的复制动态方程。

#### 3.1.1. 科创企业均衡条件

科创企业选择协同创新或竞争创新的期望收益以及平均期望收益分别记为  $E_{11}, E_{12}$  和  $\bar{E}_1$ 。则有如下等式成立:

$$\begin{cases} E_{11} = yz[E_1 + \beta E - \alpha(C - S)] + y(1-z)[E_1 + \beta E - \alpha C] \\ \quad + (1-y)z[E_1 - \alpha(C - S) + B_1] + (1-y)(1-z)[E_1 - \alpha C + B_1] \\ E_{12} = yz[E_1 + E_e - B_2] + y(1-z)[E_1 + E_e - B_2] + (1-y)z[E_1] + (1-y)(1-z)[E_1] \\ \bar{E}_1 = xE_{11} + (1-x)E_{12} = E_1 + B_1x - B_2y + E_e y - \alpha Cx \\ \quad - B_1xy + B_2xy - E_e xy + \alpha Sxz + \beta Exy \end{cases}$$

因此可得科创企业策略选择的复制动态方程为:

$$F(x) = \frac{dx}{dt} = x(E_{11} - \bar{E}_1) = x(1-x)(B_1 - \alpha C - B_1y + B_2y - E_e y + \alpha Sxz + \beta Exy).$$

#### 3.1.2. 高校科研院所均衡条件

高校科研院所选择合作创新或研发创新的期望收益以及平均收益分别记为:  $E_{21}, E_{22}$  和  $\bar{E}_2$ 。则有如下等式成立:

$$\begin{cases} E_{21} = xz[E_2 + (1-\beta)E - (1-\alpha)(C - S) + S_u] + x(1-z)[E_2 + (1-\beta)E - (1-\alpha)C] \\ \quad + (1-x)z[E_2 - (1-\alpha)(C - S) + B_2 + S_u] + (1-x)(1-z)[E_2 - (1-\alpha)C + B_2] \\ E_{22} = xz[E_2 - B_1 + E_u] + x(1-z)[E_2 - B_1 + E_u] + (1-x)z[E_2] + (1-x)(1-z)[E_2] \\ \bar{E}_2 = E_2 - B_1x + B_2y - Cy + E_u x + \alpha Cy + B_1xy - B_2xy \\ \quad + Exy - E_u xy + Syz + S_u yz - \beta Exy - \alpha Syz \end{cases}$$

因此可得高校科研院所选择的复制动态方程为:

$$F(y) = dy/dt = y(E_{21} - \bar{E}_2) = y(1-y)(B_2 - C + \alpha C + B_1x - B_2x + Ex - E_u x + Sz + S_u z - \beta Ex - \alpha Cz)$$

#### 3.1.3. 政府均衡条件

政府选择严格监管或宽松监管的期望收益以及平均收益分别记为:  $E_{31}, E_{32}$  和  $\bar{E}_3$ 。则有如下等式成立:

$$\begin{cases} E_{31} = xy[E_3 - C_g - S_u] + x(1-y)[E_3 - C_g] + (1-x)y[E_3 - C_g - S_u] + (1-x)(1-y)[E_3 - C_g] \\ E_{32} = xy[\gamma E_3] + x(1-y)[\gamma E_3] + (1-x)y[\gamma E_3] + (1-x)(1-y)[\gamma E_3] \\ \bar{E}_3 = \gamma E_3 - C_g z + E_3 z - \gamma E_3 z - S_u yz \end{cases}$$

因此可得政府部门策略选择的复制动态方程:

$$F(z) = dz/dt = z(E_{31} - \bar{E}_3) = z(z-1)(E_3 - C_g - \gamma E_3 - S_u y)$$

### 3.2. 演化策略稳定性分析

本节通过考虑各方的最优响应和策略调整机制, 分析演化策略的稳定状态, 以确定博弈过程中各方策略的动态变化和演化路径, 并清晰地展现科创共同体中各方的行为模式和策略演化规律。

#### 3.2.1. 科创企业策略稳定性分析

对科创企业策略选择的复制动态方程求一阶偏导数和设定  $G(y)$  分别为:

$$\frac{dF(x)}{dx} = (2x-1)(\alpha C - B_1 + B_1y - B_2y + E_e y - \alpha Sz - \beta Ey)$$

$$G(y) = \alpha C - B_1 + B_1y - B_2y + E_e y - \alpha Sz - \beta Ey$$

根据微分方程稳定性定理, 科创企业选择协同创新的概率处于稳定状态必须满足:  $F(x)=0$  且  $dF(x)/dx < 0$ 。由于  $dG(y)/dy < 0$ , 故  $G(y)$  是关于  $y$  的减函数。因此当  $y = \frac{\alpha Sz + B_1 - \alpha C}{B_1 - B_2 + E_e - \beta E} = y^*$  时,  $G(y) \equiv 0$ , 此时  $dF(x)/dx \equiv 0$ , 科创企业不能确定稳定策略; 当  $y < y^*$  时,  $G(y) > 0$ , 此时  $dF(x)/dx < 0$ ,  $x=0$  为科创企业的演化稳定策略(ESS); 反之,  $x=1$  为 ESS。科创企业的策略演化相位图如图 2 所示。

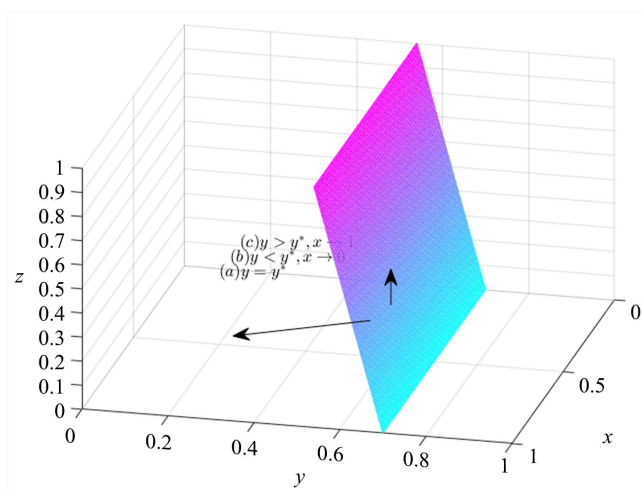


Figure 2. Stability diagram of Sci-Tech enterprises

图 2. 科创企业稳定性示意图

#### 3.2.2. 高校院所策略稳定性分析

对于高校院所策略选择的复制动态方程求一阶偏导数和设定  $J(z)$  分别为:

$$\frac{dF(y)}{dy} = (2y-1)(C - B_2 - \alpha C - B_1x + B_2x - Ex + E_u x - Sz - S_u z + \beta Ex + \alpha Sz)$$

$$J(z) = C - B_2 - \alpha C - B_1x + B_2x - Ex + E_u x - Sz - S_u z + \beta Ex + \alpha Sz$$

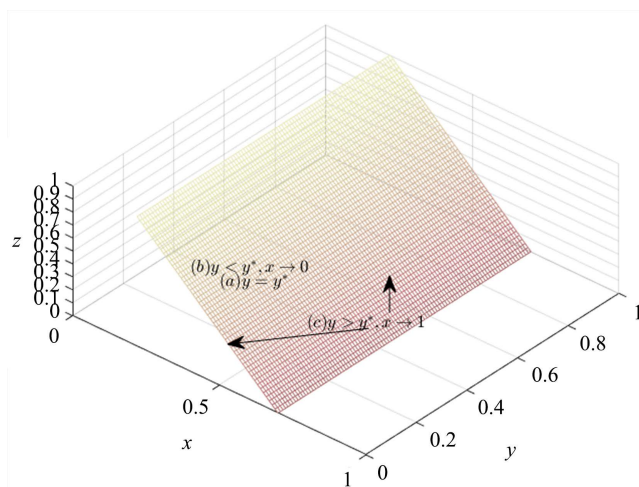
根据微分方程稳定性定理, 高校院所选择合作创新的概率处于稳定状态必须满足:  $F(y)=0$  且  $dF(y)/dy < 0$ 。由于  $dJ(z)/dz < 0$ , 故  $J(z)$  是关于  $z$  的减函数。因此当

$z = \frac{C - B_2 - \alpha C - B_1x + B_2x - Ex + E_u x + \beta Ex}{S + S_u - \alpha S} = z^*$  时,  $J(z) \equiv 0$ , 此时  $dF(y)/dy \equiv 0$ , 高校院所不能确定

稳定策略; 当  $z < z^*$  时,  $J(z) > 0$ , 此时  $dF(y)/dy < 0$ ,  $y=0$  为高校院所的演化稳定策略(ESS);



反之,  $y=1$  为 ESS。高校科研院所的策略演化相位图如图 3 所示。



**Figure 3.** Stability diagram of university research institutes  
**图 3.** 高校科研院所稳定性示意图

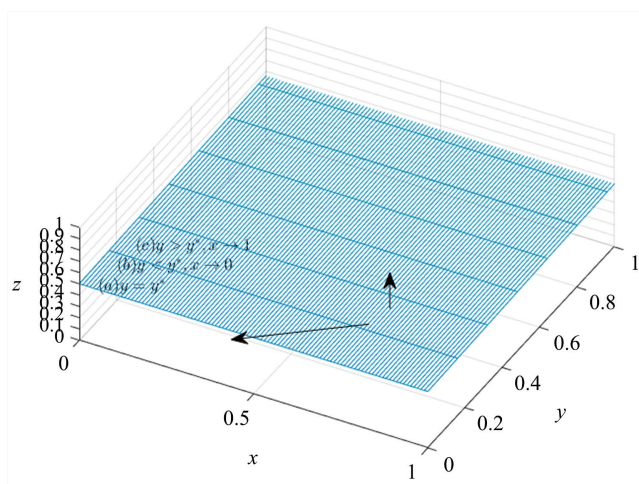
### 3.2.3. 政府策略稳定性分析

对于政府策略选择的复制动态方程求一阶偏导数和设定  $H(y)$  分别为:

$$\frac{dF(z)}{dz} = (2z-1)(C_g - E_3 + \gamma E_3 + S_u y)$$

$$H(y) = C_g - E_3 + \gamma E_3 + S_u y$$

根据微分方程稳定性定理, 政府选择严格监管的概率处于稳定状态必须满足:  $F(z)=0$  且  $dF(z)/dz < 0$ 。由于  $dH(y)/dy > 0$ , 故  $H(y)$  是关于  $y$  的增函数。因此当  $y = \frac{E_3 - C_g - \gamma E_3}{S_u} = y^*$  时,  $H(y) \equiv 0$ , 此时  $dF(z)/dz \equiv 0$ , 政府不能确定稳定策略; 当  $y < y^*$  时,  $H(y) < 0$ , 此时  $dF(y)/dy < 0$ ,  $z=0$  为政府的演化稳定策略(ESS); 反之,  $z=1$  为 ESS。政府的策略演化相位图如图 4 所示。



**Figure 4.** Stability diagram of government  
**图 4.** 政府稳定性示意图

### 3.3. 三方演化博弈系统均衡点的稳定性分析

由  $dx/dt=0$ ,  $dy/dt=0$  和  $dz/dt=0$  可知, 演化博弈动态过程的均衡点为:

$$E_1(0,0,0), E_2(0,0,1), E_3(0,1,0), E_4(0,1,1), E_5(1,0,0), E_6(1,0,1), E_7(1,1,0), E_8(1,1,1),$$

$$E_9\left(\frac{B_2-C+S+S_u+\alpha C-\alpha S}{B_2-B_1-E+E_u+\beta E}, \frac{B_1-\alpha C+\alpha S}{B_1-B_2+E_e-\beta E}, 1\right), E_{10}\left(\frac{B_2-C+\alpha C}{B_2-B_1-E+E_u+\beta E}, \frac{B_1-\alpha C}{B_1-B_2+E_e-\beta E}, 0\right),$$

$$E_{11}\left(1, \frac{E_3-\gamma E_3-C_g}{S_u}, \frac{C-E-B_1+E_u-\alpha C+\beta E}{S+S_u-\alpha S}\right),$$

$$E_{12}\left(0, \frac{E_3-\gamma E_3-C_g}{S_u}, \frac{C-B_2-\alpha C}{S+S_u-\alpha S}\right).$$

在构建“科创企业-高校科研院所-政府”博弈模型中, 若演化博弈均衡点“E”代表动态稳定均衡, 则该均衡点“E”是严格纳什均衡, 即纯策略均衡, 由于混合策略均衡在非对称博弈模型中一定不是演化稳定均衡[19]。因此只需讨论纯策略均衡的渐近稳定性, 即本文中只需分析  $E_1(0,0,0)$ ,  $E_2(0,0,1)$ ,  $E_3(0,1,0)$ ,  $E_4(0,1,1)$ ,  $E_5(1,0,0)$ ,  $E_6(1,0,1)$ ,  $E_7(1,1,0)$  和  $E_8(1,1,1)$  这 8 个纯策略纳什均衡点的渐近稳定性。通过李雅普诺夫判别法(间接法)判定均衡点的渐进稳定性, 求解雅可比矩阵及其特征值, 将  $dx/dt$ 、 $dy/dt$  以及  $dz/dt$  分别对  $x$ 、 $y$ 、 $z$  求一阶偏导数, 则得到如下雅可比矩阵:

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ J_4 & J_5 & J_6 \\ J_7 & J_8 & J_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(x)}{\partial x} & \frac{\partial F(x)}{\partial y} & \frac{\partial F(x)}{\partial z} \\ \frac{\partial F(y)}{\partial x} & \frac{\partial F(y)}{\partial y} & \frac{\partial F(y)}{\partial z} \\ \frac{\partial F(z)}{\partial x} & \frac{\partial F(z)}{\partial y} & \frac{\partial F(z)}{\partial z} \end{bmatrix}$$

其中:

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x} = (1-2x)(B_1-\alpha C-B_1y+B_2y-E_e y+\alpha Sz+\beta Ey)$$

$$\frac{\partial F(x)}{\partial y} = x(x-1)(B_1-B_2+E_e-\beta E)$$

$$\frac{\partial F(x)}{\partial z} = \alpha Sx(1-x)$$

$$\frac{\partial F(y)}{\partial x} = y(y-1)(B_2-B_1-E+E_u+\beta E)$$

$$\frac{\partial F(y)}{\partial y} = (1-2y)(B_2-C+\alpha C+B_1x-B_2x+Ex-E_u x+Sz+S_u z-\beta Ex-\alpha Sz)$$

$$\frac{\partial F(y)}{\partial z} = y(1-y)(S+S_u-\alpha S)$$

$$\frac{\partial F(z)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial F(z)}{\partial y} = S_u z(z-1)$$

$$\frac{\partial F(z)}{\partial z} = (2z-1)(C_g - E_3 + \gamma E_3 + S_u y)$$

根据李雅普诺夫判别法(间接法), 当雅可比矩阵的所有特征值  $\lambda < 0$  时, 该均衡点是渐进稳定点, 即为汇; 当雅可比矩阵中所有特征值  $\lambda > 0$  时, 该均衡点是不稳定点, 此时为源; 当雅可比矩阵的特征值  $\lambda$  中存在有正有负时, 该均衡点是不稳定点, 此时为鞍点[20]。下面以  $E_1(0,0,0)$  为例分析纯策略纳什均衡点的渐进稳定性, 其他纯策略纳什均衡点的稳定性证明类似可得。

纯策略纳什均衡点  $E_1(0,0,0)$  的雅可比矩阵为:

$$J_1 = \begin{bmatrix} B_1 - \alpha C & 0 & 0 \\ 0 & B_2 - C + \alpha C & 0 \\ 0 & 0 & E_3 - \gamma E_3 - C_g \end{bmatrix}$$

上述也可以表示为:

$$\begin{bmatrix} \lambda - (B_1 - \alpha C) & 0 & 0 \\ 0 & \lambda - (B_2 - C + \alpha C) & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - (E_3 - \gamma E_3 - C_g) \end{bmatrix} = 0$$

因此, 均衡点  $E_1(0,0,0)$  的三个特征值分别为:  $\lambda_1 = B_1 - \alpha C$ ;  $\lambda_2 = B_2 - C + \alpha C$ ;  $\lambda_3 = E_3 - \gamma E_3 - C_g$ 。以此类推, 将 8 个均衡点分别代入雅可比矩阵中, 可以分别得到均衡点所对应的雅可比矩阵的特征值, 如表 3 所示。

**Table 3.** Equilibrium points of evolutionary game system  
**表 3.** 演化博弈系统均衡点

均衡点	特征值 $\lambda_1$	特征值 $\lambda_2$	特征值 $\lambda_3$
$E_1(0,0,0)$	$B_1 - \alpha C$	$B_2 - C + \alpha C$	$E_3 - \gamma E_3 - C_g$
$E_2(0,0,1)$	$B_1 - \alpha C + S$	$B_2 - C + S + S_u + \alpha C - \alpha S$	$C_g - E_3 + \gamma E_3$
$E_3(0,1,0)$	$B_2 - E_e - \alpha C + \beta E$	$C - B_2 - \alpha C$	$E_3 - C_g - S_u - \gamma E_3$
$E_4(0,1,1)$	$B_2 - E_e - \alpha C + \alpha S + \beta E$	$C - B_2 - S - S_u - \alpha C + \alpha S$	$C_g - E_3 + S_u + \gamma E_3$
$E_5(1,0,0)$	$\alpha C - B_1$	$B_1 - C + E - E_u + \alpha C - \beta E$	$E_3 - C_g - \gamma E_3$
$E_6(1,0,1)$	$\alpha C - B_1 - \alpha S$	$B_1 - C + E - E_u + S + S_u + \alpha C - \alpha S - \beta E$	$C_g - E_3 + \gamma E_3$
$E_7(1,1,0)$	$E_e - B_2 + \alpha C - \beta E$	$C - B_1 - E + E_u - \alpha C + \beta E$	$E_3 - C_g - S_u - \gamma E_3$
$E_8(1,1,1)$	$E_e - B_2 + \alpha C - \alpha S - \beta E$	$C - B_1 - E + E_u - S - S_u - \alpha C + \alpha S + \beta E$	$C_g - E_3 + S_u + \gamma E_3$

为了便于分析不同均衡点所对应特征值的符号, 且不失一般性, 本文考虑了不同情景下的策略选择和博弈结果, 以及各种可能的影响因素和变化趋势。假设  $\beta E + B_2 - E_e - \alpha C > 0$ ,  $(1 - \beta)E + B_1 - E_u - (1 - \alpha)C > 0$ ,  $(1 - \gamma)E_3 - C_g - S_u > 0$  时, 即科创企业、高校研究院和政府参与科创共同体联合攻关所带来的净收益大于不参与科创共同体联合攻关的净收益。由于模型中的参数很多且复杂, 下面分三种情形对演化博弈稳定策略进行讨论。

**情形 1:** 当  $S_u + B_2 - (1 - \alpha)(C - S) < 0$  且  $B_1 - \alpha(C - S) < 0$  时, 即科创企业选择竞争创新对高校研究院所支付的惩罚与政府对高校研究院所给予的资金之和小于高校研究院所在政府参与合作创新时所付出

的合作创新的成本, 且高校院所选择研发创新对科创企业支付的惩罚小于科创企业在政府参与协同创新时所支付的成本。

**情形 2:** 当  $B_2 - (1 - \alpha)C > 0$  或  $B_1 - \alpha C > 0$  时, 即科创企业选择竞争创新对高校院所支付的惩罚大于高校研究院所在政府宽松监管时所付出的合作创新的成本; 或者高校院所选择研发创新对科创企业支付的惩罚大于科创企业在政府宽松监管时所支付的成本。

**情形 3:** 当  $S_u + B_2 - (1 - \alpha)(C - S) > 0$  且  $B_2 - (1 - \alpha)(C - S) < 0$  或  $B_1 - \alpha(C - S) > 0$  且  $B_1 - \alpha C < 0$  时, 即科创企业选择竞争创新对高校院所支付的惩罚与政府对高校院所给予的资金之和大于高校研究院所在政府严格监管时所付出的合作创新的成本, 且科创企业选择竞争创新对高校院所支付的惩罚小于高校研究院所在政府宽松监管时所付出的协同创新的成本, 或者高校院所选择研发创新对科创企业支付的惩罚大于科创企业在政府严格监管时所支付的成本, 且高校院所选择研发创新对科创企业支付的惩罚小于科创企业在政府宽松监管时所支付的成本。

采用上述分析方法, 可得到其他纯策略纳什均衡点的稳定性情况, 如表 4 所示。

**Table 4.** Stability analysis of equilibrium points

**表 4.** 均衡点的稳定性分析

均衡点	情形 1				情形 2				情形 3			
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	稳定性	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	稳定性	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	稳定性
$E_1(0,0,0)$	-	+, -	+	非稳定点	+	+	+	鞍点	-	-	+	非稳定点
$E_2(0,0,1)$	-	-	-	ESS	+	+	-	非稳定点	+	+	-	非稳定点
$E_3(0,1,0)$	+	+, -	+	鞍点	+	-	+	非稳定点	+	+	+	鞍点
$E_4(0,1,1)$	+	+	-	非稳定点	+	-	-	非稳定点	+	-	-	非稳定点
$E_5(1,0,0)$	+	+	+	鞍点	-	+	+	非稳定点	+	+	+	鞍点
$E_6(1,0,1)$	+	+	-	非稳定点	-	+	-	非稳定点	-	+	-	非稳定点
$E_7(1,1,0)$	-	-	+	非稳定点	-	-	+	非稳定点	-	-	+	非稳定点
$E_8(1,1,1)$	-	-	-	ESS	-	-	-	ESS	-	-	-	ESS

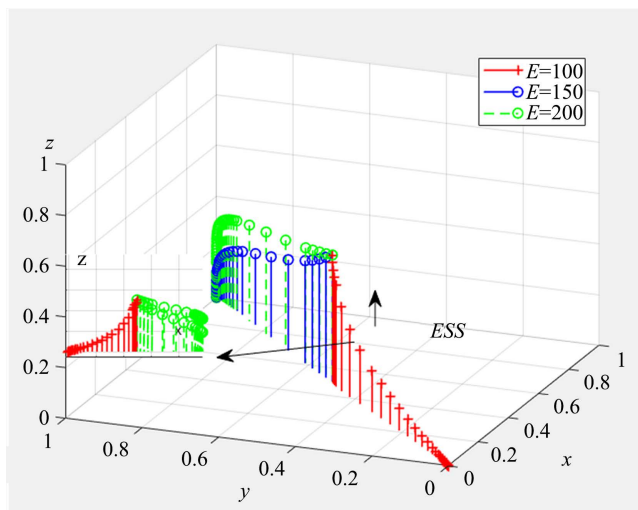
## 4. 仿真分析

为验证演化稳定性分析的有效性, 本文结合长三角地区科创共同体联合攻关的现实情况将模型赋以数值, 利用 Matlab 2023a 进行数值仿真。根据仿真分析结果, 对博弈主体(以科创企业为例)的联合攻关带来的额外收益、博弈主体(以科创企业为例)不参与科创共同体时获得的收益、政府监管力度对科创共同体联合攻关的影响进行讨论。其中部分参数设定如下:  $E = 100$ ,  $C - S = 37$ ,  $\alpha = \beta = 0.5$ ,  $B_1 = B_2 = 5$ ,  $E_e = 25$ 。

首先, 观察在模型中设置不同的奖惩机制对于各方策略选择的影响。

### 4.1. 额外收益对科创共同体联合攻关的影响

为分析  $E$  变化对演化博弈过程和结果的影响, 将  $E$  分别赋以  $E = 100, 150, 200$ , 复制动态方程组随时间演化 50 次的仿真结果如图 5 所示。



**Figure 5.** Influence of collaborative innovation income of Sci-Tech enterprises

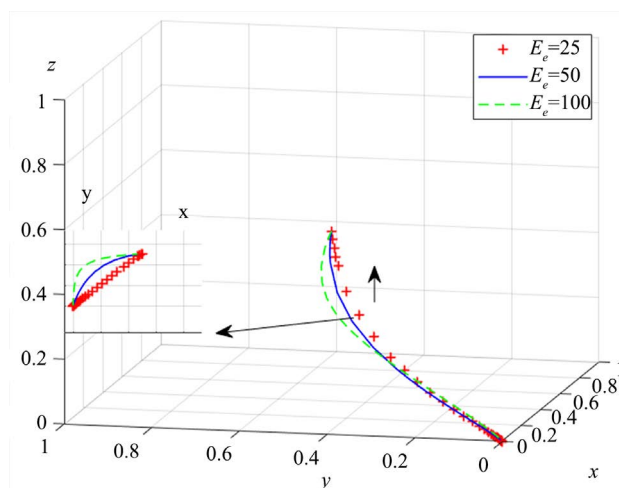
**图 5.** 科创企业协同创新收益的影响

由图 5 可知, 在系统演化至稳定点的过程中, 科创共同体进行联合攻关时带来额外收益的提升能够加快科创企业稳定协同创新投入研发的演化速度, 随着  $E$  增加, 科创企业加入科创共同体联合攻关进行协同创新的概率上升, 政府严格监管的概率上升。因此, 政府管制科创共同体联合攻关增加社会科创能力的同时必须提供一定力度的补贴, 切实提升社会科创能力。

#### 4.2. 竞争创新收益对科创企业参与联合攻关的影响

为分析  $E_e$  变化对演化博弈过程和结果的影响, 将  $E_e$  分别赋以  $E_e = 25, 50, 100$ , 仿真结果如图 6 所示。

图 6 表明, 在演化过程中, 随  $E_e$  增大, 科创企业协同创新的概率下降, 说明当科创企业通过竞争创新的收益大于高校院所合作创新的收益时, 科创企业会选择竞争创新, 此时政府可以通过加强补贴力度和加大罚款力度, 使得更多科创新兴力量加入到科创共同体来, 增加科创共同体联合攻关时带来的额外收益, 提升整个社会的科创水平。



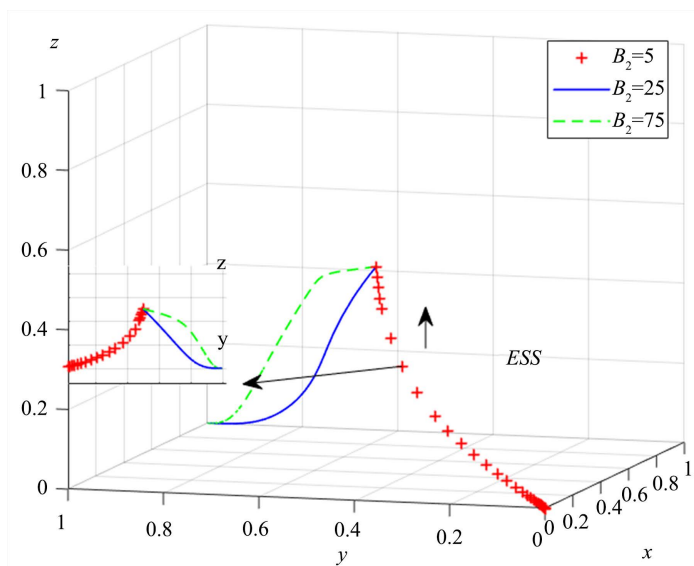
**Figure 6.** Influence of competitive innovation returns

**图 6.** 竞争创新收益的影响



### 4.3. 政府罚款额监管力度对科创共同体参与联合攻关的影响

分析  $B_2$  变化对演化博弈过程和结果的影响。令  $B_2 = 5, 25, 75$ ，仿真结果如图 7。

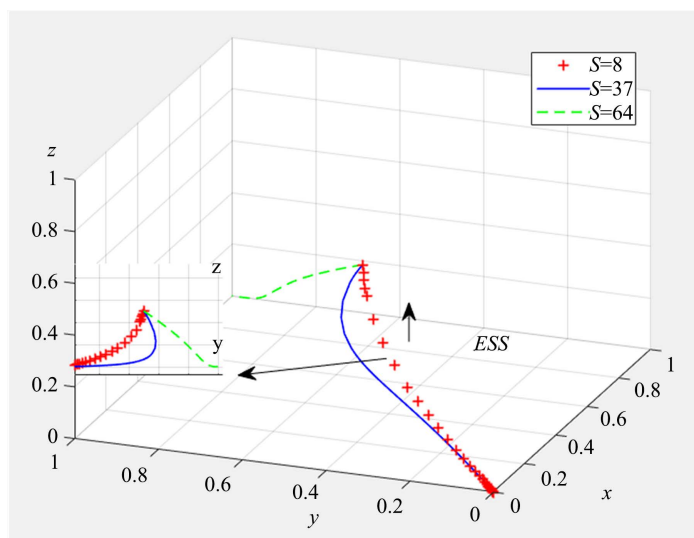


**Figure 7.** The influence of the government on the amount of fines for Sci-Tech enterprises  
**图 7.** 政府对科创企业罚款额的影响

图 7 表明，在科创企业协同创新率演化稳定于 1 之前， $B_2$  增大则政府严格监管率上升，随着  $B_2$  的上升，更多的科创企业会投入到科创共同体中来。

### 4.4. 政府奖励额监管力度对科创共同体参与联合攻关的影响

分别赋以  $S = 8, 37, 64$ ，仿真结果如图 8。



**Figure 8.** The influence of the government on the amount of incentives for Sci-Tech enterprises  
**图 8.** 政府对科创企业奖励额的影响

图 8 表明, 随着政府对科创企业的补贴力度上升, 科创企业选择协同创新的策略的概率也就越大。因此, 政府应合理制定奖惩机制, 以奖金红利、政策支持、加大补贴等形式使得更多社会科创力量加入到科创共同体的建设中来, 共同承担起增加社会科创能力的责任。

上述研究表明政府采取的激励措施对于科创企业和高校科研院所的创新投入和合作意愿产生了积极影响, 进而推动了科技创新和产业升级。相反, 缺乏有效的奖励机制或者存在严厉的惩罚机制则可能抑制了各方的创新活力, 导致科创共同体的发展受到限制。

此外, 在不同情景下各方的策略选择存在着较大的差异。某些情况下, 政府的政策导向和资源配置成为了科创共同体中的主导因素, 而在另一些情境下, 科创企业和高校科研院所的自主创新和合作意愿成为了推动科技创新的关键因素。

#### 4.5. 不同初始策略组合时间演化图

结合长三角地区科创共同体联合攻关的实际情况, 根据上述部分参数设定的情况下, 从不同初始策略组合出发随时间演化 50 次, 结果如图 9 所示。

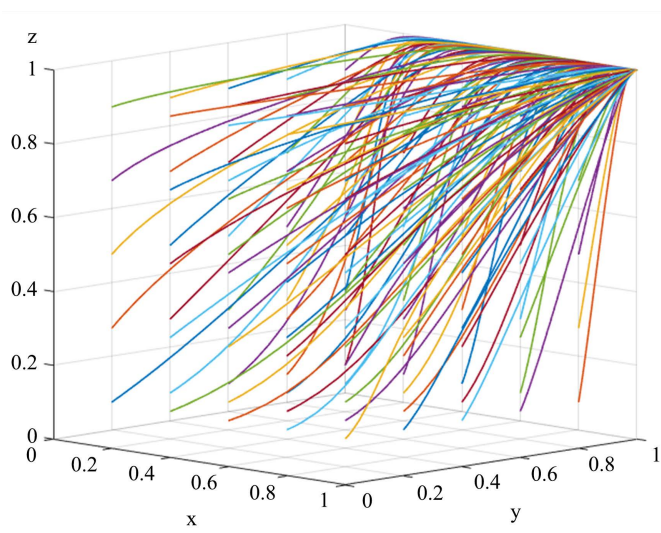


Figure 9. Results of 50 times evolution of different initial strategy combinations over time

图 9. 不同初始策略组合出发随时间演化 50 次结果

由图 9 可知, 仿真结果得:  $E_8(1,1,1)$  为 ESS, 系统此时仅存在一个演化稳定策略组合(协同创新, 合作创新, 严格监管), 与情形 2 结论一致。故而, 政府应加强科创共同体平台的建设, 多方面考察科创企业、高校科研院所的利益, 确保对各方的罚款和奖励之和高于各方的不参与科创共同体独自攻关的收益。可见, 仿真分析与各方策略稳定性分析结论一致且具有有效性, 对科创共同体联合攻关政府监督具有现实指导意义。因此, 政府在推动科创共同体发展时, 应考虑各方的利益目标和价值取向, 以制定更公平和有效的政策。

#### 5. 结束语

政府通过有效引导, 将各创新主体凝聚成科创共同体协同攻关, 是突破关键技术瓶颈, 破除“卡脖子”难题的有效途径。本文将效用理论与演化博弈模型相结合, 深入探讨了科创共同体联合攻关中科创企业、高校科研院所和政府三方主体的利益诉求、策略选择以及博弈行为, 为科技创新和产业升级提供

了新的理论视角和方法论支持。通过构建三方演化博弈模型,对科创企业的策略演化进行了深入分析,并得到促进各方加入科创共同体实现联合攻关的有效策略,以促进科技创新和构建创新型国家。本文的研究具有长期性,为政府制定科学的奖惩机制及监督政策提供理论支撑。本文引入动态模型,论证了政府动态监督对科创共同体合作行为的有效性;利用仿真分析验证模型的有效性。

研究结论表明,从国家对科技创新的宏观导向方面来看,要实现科创共同体的繁荣发展,需要考虑科创企业、高校科研院所和政府三方的行动。基于本文对科创企业策略演化相位图的分析,科创企业应当积极响应国家协同创新联合攻关的政策导向,选择与高校院所进行协同创新;政府层面应当充分发挥其监管作用并制定科创共同体的激励政策,例如为科创企业和高校院所联合攻关提供优惠政策、加大对科创企业的补贴和税费减免力度等,引导科创企业选择协同创新;而高校研究院则应当鼓励科研人员参与科创企业的创新研发进行联合攻关活动,并为其提供技术支持,促进符合市场需求的科技成果转化。

## 基金项目

国家自然科学基金(71901145),上海市哲学社会科学规划课题(2019EGL010)。

## 参考文献

- [1] 史少杰, 郭静. 教育、科技、人才一体化发展视角下职业教育高质量发展的战略任务与基本路径[J/OL]. 现代教育管理: 1-11. <https://doi.org/10.16697/j.1674-5485.2024.03.012>
- [2] 张影. 人民日报新论: 科技创新是赢得未来的关键[EB/OL]. <http://opinion.people.com.cn/n1/2020/1009/c1003-31884454.html>, 2020-10-09.
- [3] 微讯江苏. 没有围墙、共谋创新——长三角合力构建科创共同体[EB/OL]. [https://www.thepaper.cn/newsDetail\\_forward\\_23311920](https://www.thepaper.cn/newsDetail_forward_23311920), 2023-06-01.
- [4] 城市怎么办. 科技创新共同体概念内涵与典型模式[EB/OL]. [http://www.urbanchina.org/content/content\\_8503080.html](http://www.urbanchina.org/content/content_8503080.html), 2023-03-30.
- [5] 中国网科学. “推动科技成果转化·服务高质量发展”峰会暨 2023 年陕西省创新驱动共同体联盟年会举行[EB/OL]. [http://science.china.com.cn/2023-12/11/content\\_42629670.htm](http://science.china.com.cn/2023-12/11/content_42629670.htm), 2023-12-11.
- [6] 大众日报客户端. “创新创业共同体”调查报告[EB/OL]. [https://dzrb.dzng.com/articleContent/17\\_1006195.html](https://dzrb.dzng.com/articleContent/17_1006195.html), 2022-04-26.
- [7] 韩少杰, 吕一博, 苏敬勤. 企业中心型开放式创新生态系统的构建动因研究[J]. 管理评论, 2020, 32(6): 307-322.
- [8] 吕一博, 韩少杰, 苏敬勤, 等. 大学驱动型开放式创新生态系统的构建研究[J]. 管理评论, 2017, 29(4): 68-82.
- [9] 王大澳, 菅利荣, 王慧, 等. 基于限制合作博弈的产业集群企业利益分配研究[J]. 中国管理科学, 2019, 27(4): 171-178.
- [10] 张瑜, 菅利荣, 刘思峰, 赵焕焕, 刘勇. 基于优化 Shapley 值的产学研网络型合作利益协调机制研究——以产业技术创新战略联盟为例[J]. 中国管理科学, 2016, 24(9): 36-44.
- [11] Yan, Q. and Qi, W. (2020) RETRACTED: Innovation Ability of Industry-University-Research Cooperation and Innovation Considering Split-Combined Quadratic Big Data Dynamic Model Construction. *International Journal of Electrical Engineering & Education*, **60**, 776-793. <https://doi.org/10.1177/0020720920929659>
- [12] 于娱, 施琴芬. 产学研协同创新中知识共享的微分对策模型[J]. 中国管理科学, 2013, 21(S2): 684-690.
- [13] 张华. 协同创新、知识溢出的演化博弈机制研究[J]. 中国管理科学, 2016, 24(2): 92-99.
- [14] 王耀德, 艾志红. 基于信号博弈的产学研协同创新的技术转移模型分析[J]. 科技管理研究, 2015, 35(12): 23-27.
- [15] Lou, S., Xin, J., Zhu, J. and Wang, X. (2020) Application of Simulated Annealing Neural Network in Performance Evaluation of Science and Technology Innovation Community. 2020 *Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, Hefei, 22-24 August 2020, 4157-4162. <https://doi.org/10.1109/CCDC49329.2020.9164747>
- [16] 朱怀念, 张光宇, 张成科, 等. 机会主义下协同创新行为的演化博弈仿真分析[J]. 科技管理研究, 2016, 36(4): 13-18.
- [17] 史欢, 李洪波. 考虑政府监管的农机装备产学研协同创新演化博弈研究[J]. 运筹与管理, 2023, 32(8): 93-100.

- 
- [18] Prentiss, A.M., Foor, T.A. and Hampton, A. (2018) Testing the Malthusian model: Population and Storage at Housepit 54, Bridge River, British Columbia. *Journal of Archaeological Science: Reports*, **18**, 535-550. <https://doi.org/10.1016/j.jasrep.2018.02.015>
- [19] Narang, Aradhana and Shaiju, A.J. (2019) Evolutionary Stability of Polymorphic Profiles in Asymmetric Games. *Dynamic Games and Applications*, **9**, 1-17. <https://doi.org/10.1007/s13235-019-00302-6>
- [20] Linton, O, and Shintani, M. (2004) Nonparametric Neural Network Estimation of Lyapunov Exponents and a Direct Test for Chaos. *Journal of Econometrics*, **120**, 1-33. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2018.09.002>