

Dynamical Behaviors of the H7N9 Avian Influenza with Latent Period

Yafei Zhao, Qiang Su, Guichen Lv*

Chongqing University of Technology, Chongqing
Email: *bromn006@163.com

Received: Oct. 27th, 2017; accepted: Nov. 9th, 2017; published: Nov. 16th, 2017

Abstract

In this paper, we investigate the dynamics of the H7N9 avian influenza with latent period. By applying LaSalle invariance principle, Bendixson-Dulac criterion and Li-Muldowney's geometric approach, some results for the global asymptotic stability of the human-poultry system are obtained.

Keywords

SI-SEIR Model, Basic Reproductive Number, Global Asymptotic Stability

具有潜伏效应的H7N9型禽流感模型的动力学分析

赵亚飞, 苏 强, 吕贵臣*

重庆理工大学, 重庆
Email: *bromn006@163.com

收稿日期: 2017年10月27日; 录用日期: 2017年11月9日; 发布日期: 2017年11月16日

摘 要

本文研究了具有潜伏期的H7N9禽流感病毒的动力学行为。利用LaSalle不变性原理、Bendixson-Dulac判据以及Li-Muldowney几何方法给出了人-禽系统的全局稳定性。

*通讯作者。

关键词

SI-SEIR模型, 基本再生数, 全局稳定性

Copyright © 2017 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

禽流感病毒与人流感病毒存在受体特异性差异, 通常只在禽类中传播, 一般情况下不会传染给人类。H7N9 型病毒是一种甲型禽流感病毒, 在禽中有高致病力。2003 年 3 月首次发现人类感染 H7N9 禽流感病例, 2013 年 3 月, 我国出现了一种新型 H7N9 亚型禽流感病毒, 在禽中有低致病力而对人类有高致病力, 这引起了人们的高度重视。从 2013 年初, 通过《国际卫生条例》报告途径迄今已报告了总共 1486 例人感染甲型 H7N9 禽流感病毒实验室确诊病例[1]。携病毒禽类是禽流感在人类中传播的源头, 找到防控禽类染病的方法致使有效减少人类感染禽流感病毒的问题亟待解决。

近年来, 国内外一些学者开始关注 H7N9 禽流感疫情传播模型的研究。陈永雪[2]考虑到 H7N9 禽流感病毒在禽类中有低致病性而在人类中具有高的致病性的情况, 建立了一类总人口变化的 SE-SIR 人-禽 H7N9 禽流感模型, 通过构造 Lyapunov 函数, 利用 Poincar-Bendixson 定理、LaSalle 不变性原理以及极限系统等理论研究了模型的全局动力学行为。此外, 姜永[3], 段其琴[4], 陈娜[5], 胡新立[6] [7], 郭树敏[8]等人通过类似的方法, 从 H7N9 禽流感的背景出发如考虑到药物治疗、媒体影响、感染途径等, 建立了相应的禽流感模型并分析了其动力学行为。Iwami 等人[9] [10]基于 Li 和 Muldowney 几何方法[11] [12] 研究了一类病毒发生突变的人-禽流行病模型。陈永雪[13]也利用 Li 和 Muldowney 思想建立了一类 H7N9 病毒在人类中突变的禽流感模型。

上述文献针对禽流感自身的特点以及传播过程对模型进行了合理假设, 建立相关模型, 利用理论结果解释并评估了禽流感防控措施的效果。本文在上述文献基础上, 考虑禽流感病毒在人类间的传播存在潜伏期的情形, 进一步建立具有潜伏期的人-禽流行病模型。利用 LaSalle 不变性原理、Poincar-Bendixson 定理以及改进的 Li-Muldowney 几何方法[14]对所建立的模型进行了动力学性态分析。

2. 预备知识

如下微分方程

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.1)$$

其中 $f \in C^1(D \subset \mathbb{R}^n)$ 。设 $x(t, x_0)$ 是系统(2.1)的解, 且 $x(0, x_0) = x_0$ 。

对系统(2.1)我们作如下基本假设:

- (H₁) D 是单连通区域;
- (H₂) 存在一个紧吸收集 $K \subset D$;
- (H₃) 系统(2.1)在 D 中有唯一的平衡点 \bar{x} 。

令 $x \mapsto P(x)$ 是 D 中一个 $\begin{pmatrix} n \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} n \\ 2 \end{pmatrix}$ 矩阵值函数, 假设对 $x \in K$, $P^{-1}(x)$ 存在且连续。令

$$B = P_f P^{-1} + P J^{[2]} P^{-1}$$

其中矩阵 P_f 是

$$(p_{ij}(x))_f = \left(\frac{\partial p_{ij}}{\partial x} \right)^T \cdot f(x) = p_{ij} \cdot f(x)$$

且 $J^{[2]}$ 是 Jacobian 矩阵 $J = \frac{\partial f}{\partial x}$ 的二阶可加性复合矩阵。一般来说, 对于 $n \times n$ 矩阵 $J = (J_{ij})$, $J^{[2]}$ 是一个

$\binom{n}{2} \times \binom{n}{2}$ 矩阵。例如, 当 $n=3$ 时, 有

$$\begin{pmatrix} J_{11} + J_{22} & J_{23} & -J_{13} \\ 2 & J_{11} + J_{33} & J_{12} \\ -J_{31} & J_{21} & J_{22} + J_{33} \end{pmatrix}.$$

在 \mathbb{R}^N 中, $N = \binom{n}{2}$ 考虑矩阵 B 的 Lozinskiĭ 测度 μ

$$\mu(B) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|I + hB| - 1}{h}.$$

定义量 \bar{q}_2 为

$$\bar{q}_2 = \limsup_{t \rightarrow \infty} \sup_{x_0 \in K} \frac{1}{t} \int_0^t \mu(B(x(s, x_0))) ds$$

Li-Muldowney [16]指出若 D 是单连通, 条件 $\bar{q}_2 < 0$ 排除了任何周期轨道的存在性, 且他们给出了如下结论。

定理 2.1 假设(H₁)-(H₃)成立, 若 $\bar{q}_2 < 0$ 时, 则系统(2.1)的唯一平衡点 \bar{x} 在 D 中是全局渐近稳定的。

此外, 吕贵臣和陆征一[14]基于时间平均性质, 对定理 2.1 也做了推广, 他们得到了如下结论。

定理 2.2 若系统(2.1)满足条件(H₁)-(H₃), 则系统(2.1)存在唯一的平衡点 \bar{x} 在 D 中是全局渐近稳定的如果条件(\tilde{H}_4)成立:

(\tilde{H}_4) 存在正实数 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, 使得对所有的 $t \geq T_1$,

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \sup_{x_0 \in K} \frac{1}{t} \int_0^t \tilde{b}_{ii}(t) + \sum_{i \neq j} \frac{\alpha_j}{\alpha_i} |\tilde{b}_{ij}(t)| ds = \tilde{l}_i < 0$$

其中, $\tilde{b}_{ij}(t)$ 表示矩阵 $B(x(t, x_0))$ 中的项。

3. 一类 SI-SEIR 模型的分析

3.1. 模型的建立

H7N9 型禽流感在禽类中有低致病性, 禽类一般不发病或症状很轻, 而在人类中却有高致病性。由于禽类是人类感染禽流感的来源, 因而我们首先考虑禽流感在禽类间的传播。

把禽类分为易感禽类和携带病毒的禽类, 分别用 $X(t)$, $Y(t)$ 表示 t 时刻易感禽类和携病毒类禽类的数量, 记 $N(t) = X(t) + Y(t)$ 为禽类总数, 假设其传播过程为:

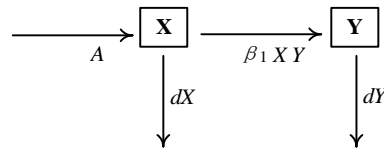


Figure 1. Transmission process diagram of avian influenza in poultry
图 1. 禽类系统传播过程图

由此，我们可以写出其对应 SI 型 ODB 模型。

$$\begin{cases} X' = A - \beta_1 XY - dX \\ Y' = \beta_1 XY - dY - mY \end{cases} \quad (3.1)$$

其中， A 表示禽类的常数输入率； β_1 表示禽类对易感禽类的传染率， $\beta_1 XY$ 则表示具有禽流感病毒的受感染禽类在时间 t 的感染能力； d 表示禽类自然死亡率； m 表示禽类的因病死亡率，这里假定所有参数均为正数。

其次，考虑禽流感在人类间的传播，H7N9 禽流感病毒主要通过带病毒的禽类与人类接触进行传播，目前并没有明显数据表明禽流感在人类中可以相互传播，对此，我们假设该病毒在人与人之间不存在传播。从禽流感病毒的背景出发，发现该病毒具有一周左右的潜伏期，因而我们假设其传播过程为：

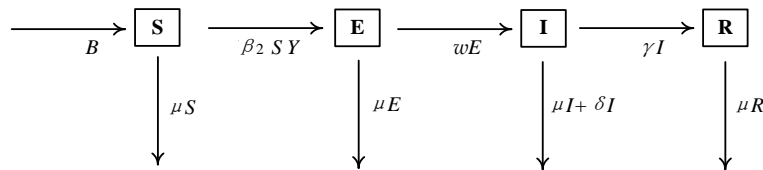


Figure 2. Transmission process diagram of avian influenza in human
图 2. 人类系统传播过程图

因此，对人类系统我们考虑 SEIR 模型。把人类分为易感者类、潜伏期者类、染病者类和移除者类，分别用 $S(t)$ ， $E(t)$ ， $I(t)$ ， $R(t)$ 表示其在 t 时刻的人口数量，记 $M(t) = S(t) + E(t) + I(t) + R(t)$ 为 t 时刻人类总数，因而结合上述传播框图，建立如下 SEIR 模型：

$$\begin{cases} S' = B - \mu S - \beta_2 SY \\ E' = \beta_2 SY - \mu E - \omega E \\ I' = \omega E - \mu I - \delta I - \gamma I \\ R' = \gamma I - \mu R \end{cases} \quad (3.2)$$

其中，参数 B 表示人类的常数输入率； β_2 表示人类和禽类接触时处于染病期的禽类对人类的传染率； ω 表示人类从潜伏者转化为染病者的转化率； μ 表示人类自然死亡率； δ 表示人类的因病死亡率； γ 表示人类的恢复率，这里假定所有参数均为正数。

综上，我们给出如下 SI-SEIR 人-禽流感模型。

$$\begin{cases} X' = A - \beta_1 XY - dX \\ Y' = \beta_1 XY - dY - mY \\ S' = B - \mu S - \beta_2 SY \\ E' = \beta_2 SY - \mu E - \omega E \\ I' = \omega E - \mu I - \delta I - \gamma I \\ R' = \gamma I - \mu R \end{cases} \quad (3.3)$$

3.2. 有界性

考虑疾病传播的生物学意义, 设 $(X, Y, S, E, I, R) \in \mathbb{R}_+^6$ 由系统(3.3)可得

$$\begin{cases} N'(t) = A - dN(t) - mY \\ M'(t) = B - \mu M(t) - \delta I \end{cases} \quad (3.4)$$

且可行域 $D = \left\{ (X, Y, S, E, I, R) \in \mathbb{R}_+^6 \mid 0 \leq X + Y \leq \frac{A}{d}, 0 \leq S + E + I + R \leq \frac{B}{\mu} \right\}$ 。

定理 3.1 如果 $(X(0), Y(0), S(0), E(0), I(0), R(0)) \in \mathbb{R}_+^6$ 成立, 那么系统(3.3)的所有解是最终一致有界的。

证明: 由 $N'(t) = X' + Y' = A - dN(t) - mY$ 可得

$$N'(t) \leq A - dN(t)$$

由比较定理得

$$N(t) \leq \left(N(0) - \frac{A}{d} \right) e^{-dt} + \frac{A}{d}$$

故

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} N(t) \leq \frac{A}{d}$$

即 N 最终一致有上界。

又

$$N'(t) \geq A - (d+m)N(t)$$

由比较原理得

$$N(t) \geq \left(N(0) - \frac{A}{d+m} \right) e^{-(d+m)t} + \frac{A}{d+m}$$

故

$$\liminf_{t \rightarrow \infty} N(t) \geq \frac{A}{d+m}$$

即 N 最终一致有下界。

因此, 存在充分大的 T^* , 当 $t > T^*$, 存在正常数 k_N 和 K_N , 使得 $k_N \leq N \leq K_N$ 。同理可得, 存在充分大的 T^{**} , 当 $t > T^{**}$, 存在正常数 k_M 和 K_M , 使得 $k_M \leq M \leq K_M$ 。即结论得证。

3.3. 平衡点的稳定性分析

3.3.1. 禽类系统分析

由于禽类系统(3.1)与人类系统(3.2)是独立的, 故首先考虑禽类系统。令系统(3.1)的右边为零, 显然它具有一个无病平衡点 $q_0 = (X_0, 0)$, 其中 $X_0 = \frac{A}{d}$ 。记另一个平衡点为 $q_+ = (X^*, Y^*)$, 其中 $X^* = \frac{d+m}{\beta_1}$,

$$Y^* = \frac{A}{d+m} - \frac{d}{\beta_1}。$$

定义基本再生数 $r_0 = \frac{A\beta_1}{d(d+m)}$ 。在 \mathbb{R}_+^2 中, q_0 始终存在。当 $r_0 > 1$ 时, q_+ 存在。且我们有:

定理 3.2 如果 $r_0 < 1$, 那么 q_0 在 \mathbb{R}_+^2 上是全局渐近稳定的; 如果 $r_0 > 1$, 那么 q_+ 在 \mathbb{R}_+^2 上是全局渐近稳定的。

证明: 设 Lyapunov 函数为 $V = Y$ 函数满足

$$V' = \beta_1 XY - dY - mY \leq \left(\frac{A\beta_1}{d} - d - m \right) Y$$

易知, 当 $r_0 > 1$ 时, $V' > 0$ 平衡点 q_0 在 \mathbb{R}_+^2 上是不稳定的; 当 $r_0 < 1$ 时, $V' \leq 0$ 。

显然, $D_1 = \{(X, Y) \in D | V' = 0\} = (X_0, 0)$, 易知系统(3.1)在 D 中的最大不变集 M 只在集合 D_1 。由 La Salle 不变性原理[15]知, 无病平衡点 q_0 在 \mathbb{R}_+^2 上是全局渐近稳定的, 且 $M = \{(X_0, 0)\}$ 。

下面考虑平衡点 q_+ 。如果 $r_0 > 1$, q_+ 在 \mathbb{R}_+^2 上存在。系统(3.1)在 q_+ 的 Jacobian 矩阵为

$$J_{q_+} = \begin{pmatrix} -d - \beta_1 Y^* & -\beta_1 X^* \\ \beta_1 Y^* & 0 \end{pmatrix}$$

可知 Jacobian 矩阵 J_{q_+} 的特征方程为:

$$\lambda^2 + (d + \beta_1 Y^*)\lambda + \beta_1^2 (d + m) Y^* = 0$$

显然, 若 $r_0 > 1$, 则有 $d + \beta_1 Y^* > 0$, $\beta_1^2 (d + m) Y^* > 0$ 。即特征方程的根有负实部。故若 $r_0 > 1$, 正平衡点 q_+ 在 \mathbb{R}_+^2 上是局部渐近稳定的。下证 q_+ 在 \mathbb{R}_+^2 上是全局渐近稳定的。

取 Dulac 函数 $D(X, Y) = \frac{1}{XY}$, 设 $A - \beta_1 XY - dX = P$, $\beta_1 XY - dY - mY = Q$, 于是

$$\frac{\partial DP}{\partial X} + \frac{\partial DQ}{\partial Y} = -\frac{A}{X^2 Y} < 0$$

因而, 系统(3.1)不存在周期解, 由文献 MC. and M [16]中定理 2.1 知正平衡点 q_+ 在 \mathbb{R}_+^2 上是全局吸引的。故禽类系统的正平衡点 q_+ 在 \mathbb{R}_+^2 上是全局渐近稳定的。

3.3.2. 禽类 - 人类系统分析

当 $r_0 > 1$, 系统(3.3)有两个平衡点: 无病平衡点 $p_0 = \left(\frac{A}{d}, 0, \frac{B}{\mu}, 0, 0, 0 \right)$ 和唯一的正平衡点

$$p_+ = (X^*, Y^*, S^*, E^*, I^*, R^*), \text{ 其中 } X^* = \frac{d+m}{\beta_1}, Y^* = \frac{\beta_1 A - d(d+m)}{\beta_1(d+m)}, S^* = \frac{B}{\mu + \beta_2 Y^*}, E^* = \frac{\beta_2 S^* Y^*}{\mu + w}$$

$$I^* = \frac{wE^*}{\mu + \delta + \gamma}, R^* = \frac{\gamma I^*}{\mu}.$$

下面给出系统(3.3)的 Jacobian 矩阵

$$J = \begin{pmatrix} -d - \beta_1 Y & -\beta_1 X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 Y & \beta_1 X - d - m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_2 S & -\mu - \beta_2 Y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 S & \beta_2 Y & -\mu - \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega & -\mu - \delta - \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma & -\mu \end{pmatrix}$$

简单计算得, p_0 对应的特征根分别为 $-d, \frac{A\beta_1}{d} - (d+m), -\mu, -\mu - \omega, -\mu - \delta - \gamma, -\mu$ 。显然, 当 $r_0 < 1$ 时,

无病平衡点 p_0 局部渐近稳定。类似地, p_+ 对应的特征根分别为

$-d - \beta_1 Y^*, 0, -\mu - \beta_2 Y^*, -\mu - \omega, -\mu - \delta - \gamma, -\mu$ 。由于该 Jacobian 矩阵的代数重数与几何重数相等, 故当 $r_0 > 1$ 时, 平衡点 p_+ 局部渐近稳定。因此, 可以得到下面结论。

定理 3.3 若 $r_0 < 1$, 则 p_0 是局部渐近稳定的; 若 $r_0 > 1$, 则 p_0 不稳定而 p_+ 是局部渐近稳定的。

下面考虑系统(3.3)的无病平衡点 p_0 。定义

$$\Omega_0 = \{(X, Y, S, E, I, R); X > 0, Y = 0, S > 0, E = 0, I = 0, R = 0\}$$

$$D_0 = \{(X, Y, S, E, I, R); X \geq 0, Y \geq 0, S \geq 0, E \geq 0, I \geq 0, R \geq 0\}$$

定理 3.4 若 $r_0 < 1$, 系统(3.3)的无病平衡点 p_0 是全局渐近稳定的。

证明: 当 $r_0 < 1$ 时, 无病平衡点 p_0 是局部渐近稳定的, 且

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = X_0, \lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = 0.$$

由定理 3.2, 结合极限系统[17]理论, 知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = \frac{B}{\mu}, \lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = 0.$$

即系统(3.3)是全局吸引的。故当 $r_0 < 1$ 时, 无病平衡点 p_0 在 D_0 上是全局渐近稳定的。

下面讨论系统(3.3)地方病平衡点 p_+ 的全局稳定性。在给出主要结论之前, 我们需要如下引理。

引理 3.5 [18] 设

(A₁) X 是 \mathbb{R}_+^n 的一个紧子集;

(A₂) S 是 X 的一个紧子集。

若存在 $P \in C^1(X \rightarrow \mathbb{R}_+^n)$, 使得

$$(1) P(x) = 0, x \in S;$$

$$(2) \dot{P}(x) > 0, x \in S.$$

则存在常数 $k > 0$ 和充分大的 T , 使得对任意的 $\tilde{p}_0 \notin X$ 和任意的 $t \geq T$, 有 $P(x) > k$ 的一个紧子集;

定理 3.6 若 $r_0 > 1$, 则系统(3.3)是永久生存的。

证明: 由定理 3.1 及定理 3.4 知, 存在 T^* , 当 $t > T^*$ 时, 存在 k_X, k_Y, K_X, K_Y, k 及 K , 使 $X \geq k_X, Y \geq k_Y$, 及 $k \leq N, M \leq K$ 。定义

$$\Omega_+ = \{(X, Y, S, E, I, R) \in \mathbb{R}_+^6; X \geq k_X, Y \geq k_Y, k \leq N, M \leq K\}$$

$$D_S = \{(X, Y, S, E, I, R) \in \mathbb{R}_+^6; X \geq k_X, Y \geq k_Y, S = 0, k \leq N, M \leq K\}$$

易知, Ω_+ 是 \mathbb{R}_+^6 的紧子集, D_S 是 Ω_+ 的紧子集, 且 Ω_+ 是前向不变的。

令 $P = S$, 那么 $P: \Omega_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ 是 C^1 的, 当且仅当 $\sigma \in D_S$ 时有 $P(\sigma) = 0$ 。此外, 对任意 $\sigma \in D_S$ 有 $\dot{P}(\sigma) > 0$ 。因此, 由引理 3.5 知, 存在正常数 k_S , 使得对任意 $\varphi_0 \in \Omega_+ \setminus D_S$ 有

$$k_S \leq \liminf_{t \rightarrow \infty} S(t).$$

结合定理 3.1 知, 存在 K_S , 使

$$k_S \leq \liminf_{t \rightarrow \infty} S(t) \leq \limsup_{t \rightarrow \infty} S(t) \leq K_S.$$

同理可得, 存在 k_i, K_i ($i = E, I, R$), 使

$$k_E \leq \liminf_{t \rightarrow \infty} E(t) \leq \limsup_{t \rightarrow \infty} E(t) \leq K_E$$

$$k_I \leq \liminf_{t \rightarrow \infty} I(t) \leq \limsup_{t \rightarrow \infty} I(t) \leq K_I$$

$$k_R \leq \liminf_{t \rightarrow \infty} R(t) \leq \limsup_{t \rightarrow \infty} R(t) \leq K_R$$

故系统(3.3)是永久生存的。

定理 3.7 若 $r_0 > 1$, 则 p_+ 是全局渐近稳定的。

证明: 由定理 3.2 知, 当 $r_0 > 1$, $t \rightarrow \infty$ 时, $\lim_{t \rightarrow +\infty} (X, Y) \rightarrow (X^*, Y^*)$ 。又由定理 3.6 知, 系统(3.3)是永久生存的。由于人类系统的前三个方程中不含有 R , 故系统(3.3)的全局稳定性可化为其对应的极限系统的研究:

$$\begin{cases} S' = B - \mu S - \beta_2 S Y^* \\ E' = \beta_2 S Y^* - \mu E - \omega E \\ I' = \omega E - \mu I - \delta I - \gamma I \end{cases} \quad (3.5)$$

极限系统(3.5)在一般解 $(S(t), E(t), I(t))$ 下的 Jacobian 矩阵为

$$J = \begin{pmatrix} -\mu - \beta_2 Y^* & 0 & 0 \\ \beta_2 Y^* & -\mu - \omega & 0 \\ 0 & \omega & -\mu - \delta - \gamma \end{pmatrix}.$$

对应第二可加性复合矩阵为

$$J^{[2]} = \begin{pmatrix} -2\mu - \beta_2 Y^* - \omega & 0 & 0 \\ \omega & -2\mu - \beta_2 Y^* - \delta - \gamma & 0 \\ 0 & \beta_2 Y^* & -2\mu - \omega - \delta - \gamma \end{pmatrix}.$$

取函数 $P(S, E, I) = \text{diag}\{1, 1, 1\}$, 因此

$$B = J^{[2]} = \begin{pmatrix} -2\mu - \beta_2 Y^* - \omega & 0 & 0 \\ \omega & -2\mu - \beta_2 Y^* - \delta - \gamma & 0 \\ 0 & \beta_2 Y^* & -2\mu - \omega - \delta - \gamma \end{pmatrix}.$$

取向量范数 $\|(u, v, w)\| = \max\{|u| + |v| + |w|\}$, 则

$$\mu(B) = -2\mu + \max\{-\beta_2 Y^*, -\delta - \gamma, -\omega - \delta - \gamma\}$$

由于

$$\frac{1}{t} \int_0^t \mu(B) ds = \frac{1}{t} \int_0^t -2\mu + \max\{-\beta_2 Y^*, -\delta - \gamma, -\omega - \delta - \gamma\} ds < -2\mu$$

故

$$\bar{q}_2 < -2\mu < 0$$

因此, 由定理 2.1, 正平衡点 p_+ 是全局渐近稳定的。

4. 结论

本文考虑了禽流感在传播过程中在人类中具有潜伏效应的一类 H7N9 流行病模型。通过对模型的分析可以知道, 禽流感能否成为流行病取决于基本再生数是否大于 1。当基本再生数 $r_0 < 1$ 时, 无病平衡点

是渐近稳定的, 且是全局渐近稳定的, 疾病将会灭绝。当 $r_0 > 1$ 时, 地方病平衡点是全局渐近稳定的, 此时疾病将会成为流行病。

基金项目

国家自然科学基金资助(11401062), 重庆市科委前沿与应用基础研究项目资助(cstc2014jcyjA00023)。

参考文献 (References)

- [1] 中国疾病预防控制中心. 数据统计: 法定传染报告[EB/OL]. http://www.chinacdc.cn/tjsj_6693/fdcrbbg/, 2017-06-29.
- [2] 陈永雪. 基于禽中低致病性的 H7N9 禽流感模型的动力学性质[J]. 生物数学学报, 2014(4): 627-634.
- [3] Jiang, Y. and Chen, Y. (2013) Dynamic Analysis of an Infectious Disease between Human and Poultry. *Journal of Biomathematics*, **4**, 003.
- [4] 殷其琴, 冯光庭, 张兴安. 两类禽流感模型的动力学分析[J]. 应用数学, 2015, 28(3): 481-489.
- [5] 陈娜, 刘云芳, 朱思峰. 两类带有接种的 H7N9 禽流感模型[J]. 数学的实践与认识, 2016, 46(1): 162-169.
- [6] 胡新利, 杨亚莉, 赵惠文, 等. 媒体报道对禽流感(H7N9)传播影响的研究[J]. 西北大学学报自然科学版, 2014, 44(4): 525-528.
- [7] 胡新利, 刘艳, 陈瑶, 等. 具有饱和和治疗率的 H7N9 型禽流感模型的动力学性态分析[J]. 纺织高校基础科学学报, 2016, 29(3): 306-311.
- [8] 郭树敏, 李学志. 具有常数输入的 H7N9 禽流感动力学模型分析[J]. 信阳师范学院学报: 自然科学版, 2017, 30(1): 13-16.
- [9] Iwami, S., Takeuchi, Y. and Liu, X. (2007) Avian-Human Influenza Epidemic Model. *Mathematical Biosciences*, **207**, 1-25. <https://doi.org/10.1016/j.mbs.2006.08.001>
- [10] Eunok, J., Iwami, S., Takeuchi, Y., et al. (2009) Optimal Control Strategy for Prevention of Avian Influenza Pandemic. *Journal of Theoretical Biology*, **260**, 220-229. <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2009.05.031>
- [11] Li, M.Y. and Muldowney, J.S. (1996) A Geometric Approach to Global-Stability Problems. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, **27**, 1070-1083. <https://doi.org/10.1137/S0036141094266449>
- [12] Li, M.Y. and Wang, L. (2002) Global Stability in Some SEIR Epidemic Models, *Mathematical Approaches for Emerging and Reemerging Infectious Diseases: Models, Methods, and Theory*. Springer, New York, 295-311. https://doi.org/10.1007/978-1-4613-0065-6_17
- [13] Chen, Y. and Wen, Y. (2015) Global Dynamic Analysis of a H7N9 Avian-Human Influenza Model in an Outbreak Region. *Journal of Theoretical Biology*, **367**, 180-188. <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2014.12.002>
- [14] Lu, G. and Lu, Z. (2017) Geometric Approach to Global Asymptotic Stability for the SEIRS Models in Epidemiology. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, **36**, 20-43. <https://doi.org/10.1016/j.nonrwa.2016.12.005>
- [15] La Salle, J.P. (1976) The Stability of Dynamical Systems. *CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics*, **27**, 1121-1130.
- [16] Li, M.Y. and Muldowney, J.S. (1995) Global Stability for the SEIR Model in Epidemiology. *Mathematical Biosciences*, **125**, 155-164. [https://doi.org/10.1016/0025-5564\(95\)92756-5](https://doi.org/10.1016/0025-5564(95)92756-5)
- [17] Thieme, H.R. (1992) Convergence Results and a Poincaré-Bendixson Trichotomy for Asymptotically Autonomous Differential Equations. *Journal of Mathematical Biology*, **30**, 755-763. <https://doi.org/10.1007/BF00173267>
- [18] Hutson, V. (1984) A Theorem on Average Liapunov Functions. *Monatshefte für Mathematik*, **98**, 267-275. <https://doi.org/10.1007/BF01540776>

知网检索的两种方式：

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2324-7991，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：aam@hanspub.org