

# Design of High Temperature Work Clothing Based on Partial Differential Equation Solution

Hongyu Li, Xiaohui Wang\*, Tao Chen, Huiwen Duan, Xumeng Li

Hunan Agriculture University, Changsha Hunan  
Email: \*2667118572@qq.com

Received: Feb. 16<sup>th</sup>, 2019; accepted: Mar. 1<sup>st</sup>, 2019; published: Mar. 8<sup>th</sup>, 2019

---

## Abstract

Taking the law of conservation of heat, Fourier heat conduction law, heat formula as the theoretical basis, based on the ambient temperature and body temperature constant, and special clothing material homogeneity assumption, transfer heat in high temperature operation of clothing each layer is simplified to be completely in the adiabatic long pole conduction along the flank. In this way, the heat conduction model of each layer of the high-temperature operating garment is established under the high-temperature operating environment, and then the corresponding optimization design model of layer II and IV thickness of the high-temperature operating garment is constructed according to different design conditions. The genetic algorithm solver provided by MATLAB was used to solve the model.

## Keywords

Heat Conduction, Partial Differential Equation, Genetic Algorithm

---

# 基于偏微分方程解的高温作业服装设计

李虹宇, 王小卉\*, 陈涛, 段惠文, 李绪孟

湖南农业大学, 湖南 长沙  
Email: \*2667118572@qq.com

收稿日期: 2019年2月16日; 录用日期: 2019年3月1日; 发布日期: 2019年3月8日

---

\*通讯作者。

## 摘要

本文以热量守恒定律、傅里叶热传导定律、热量公式为理论基础, 基于外界温度和体内温度恒定, 专用服装各层材料同质的假设, 将热在高温作业服装各层的传递简化为沿侧面完全绝热长杆中的传导, 以此建立高温作业环境下高温作业服装各层的热传导模型, 进而针对不同的设计条件构建了相应的高温作业专用服装II、IV层厚度的优化设计模型, 并利用MATLAB提供的遗传算法求解器进行求解。

## 关键词

热传导, 偏微分方程, 遗传算法

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

在高温环境下工作时, 人们需要穿着专用服装以避免灼伤。专用服装通常由三层织物材料构成, 记为I、II、III层, 其中I层与外界环境接触, III层与皮肤之间还存在空隙, 将此空隙记为IV层。为设计专用服装, 将体内温度控制在37℃的假人放置在实验室的高温环境中, 测量假人皮肤外侧的温度。为了降低研发成本、缩短研发周期, 我们建立利用数学模型来确定假人皮肤外侧的温度变化情况, 具体解决以下问题:

1) 专用服装材料的密度、比热、热传导率等物理参数已知条件下(见全国大学生数学建模竞赛附件1), 对环境温度为75℃、II层厚度为6 mm、IV层厚度为5 mm、工作时间为90分钟的情形开展实验, 测量得到假人皮肤外侧的温度(见全国大学生数学建模竞赛附件2)。建立数学模型, 计算专用服装的温度分布。

2) 当环境温度为65℃、IV层的厚度为5.5 mm时, 确定II层的最优厚度, 确保工作60分钟时, 假人皮肤外侧温度不超过47℃, 且超过44℃的时间不超过5分钟。

3) 当环境温度为80℃时, 确定II层和IV层的最优厚度, 确保工作30分钟时, 假人皮肤外侧温度不超过47℃, 且超过44℃的时间不超过5分钟。

## 2. 模型假设

1) 假设专用服装材料I、II、III各层材料的密度、比热、热传导率等物理参数均匀同质, 并且不随时间和温度的改变而改变。

2) 本文不考虑专用服装材料I、II、III各层材料的热胀冷缩效应, 即I、II、III各层材料的厚度不随温度的改变而改变。

3) 辐射只有在高温下才能成为主要的传热方式(本文的最高温度80℃, 远远小于500℃), 对流需要较大的空间(第IV层空隙封闭狭窄), 因此热的传导是各层材料间的热量的传递主要方式, 本文不考虑热的辐射传递和对流传递。

4) 假设服装I层外侧的环境温度均匀一致, 并且恒定不变。

5) 假设身着高温作业专用服装的假人体内温度为37℃, 并且恒定不变, 但是体内温度不等同皮肤温度, 我们认为温度变化的皮肤到温度恒定的体内存在一个热传导的过程, 其间存在一定的介质, 本文后

面将对这里提到的介质作进一步的假设。

6) 假设专用服装的各层材料的初始温度相同。

7) 假设附件提供的物理参数和测量皮肤外侧的温度是准确的, 并且认为皮肤外侧的温度即为第 IV 层内侧的温度。

### 3. 符号说明

$\rho_i$ 第 $i$ 层材料的密度	$T(x, t)$ 位置 $x$ 时间 $t$ 的温度
$c_i$ 第 $i$ 层材料的比热	$t$ 时间
$C_i$ 第 $i$ 层材料的热传导率	$x$ 位置
$l_i$ 第 $i$ 层材料的厚度	$k = \frac{\lambda}{\rho C}$ 为热扩散率
$L_i$ 1- $i$ 层材料的总厚度	
$L$ 总厚度	

## 4. 模型的建立

### 4.1. 温度分布模型的建立

由假设 4, 热量在各层间的传递近似地看作一维热传导方程推导[1] [2] [3] [4]。因此, 如下模型作为基本模型, 研究各层温度的分布及变化  $\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, k > 0$ 。

由假设 1, 专用服装材料 I、II、III、IV 各层材料的密度、比热、热传导率等物理参数均匀同质, 并且不随时间和温度的改变而改变, 但是 I、II、III、IV 各层材料的密度、比热、热传导率等物理参数不相同, 所以  $k$  分段计算。

由假设 6, 专用服装的各层材料的初始温度相同, 设  $T(x, 0) = T_0$

由假设 7, 将其温度随时间的变化记作函数  $f(t)$ , 即  $T(l, t) = f(t)$

综上所述, 问题一要求在专用服装材料厚度, 参数值的厚度、密度、比热、热传导率等物理参数给定的条件下温度分布的计算, 可转化为以下初值和边界条件下的微分方程的求解。

#### 模型 1: 皮肤温度已知的专用服装材料温度分布模型

方程:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, k > 0$$

$$\text{其中 } k = \begin{cases} C_1/(\rho_1 c_1) & 0 < x \leq L_1 \\ C_2/(\rho_2 c_2) & L_1 < x \leq L_2 \\ C_3/(\rho_3 c_3) & L_2 < x \leq L_3 \\ C_4/(\rho_4 c_4) & L_3 < x \leq L_4 \end{cases}。$$

初值条件:

$$T(x, 0) = T_0$$

边界条件:

$$T(l, t) = f(t)$$

$$T(0, t) = 75$$

## 4.2. 第 II 层厚度的优化模型的建立

问题要求环境温度为  $65^{\circ}\text{C}$ 、IV 层的厚度为  $5.5\text{ mm}$  时，确定 II 层的最优厚度，确保工作 60 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过  $47^{\circ}\text{C}$ ，且超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间不超过 5 分钟。

问题 2 与问题 1 比较，不同的地方在于：问题 1 给出了专用服装靠近皮肤端的边界随时间温度变化情况(表皮温度的测量值)，而问题 2 没有给出专用服装靠近皮肤端的边界随时间温度变化情况。

**问题的难点：** 确定专用服装靠近皮肤端的边界温度变化情况。

根据“假人体内温度控制在  $37^{\circ}\text{C}$ ”的已知条件，针对专用服装靠近皮肤端的边界温度变化情况未知，为此我们提出以下假设

假设 5、假设身着高温作业专用服装的假人体内温度为  $37^{\circ}\text{C}$ ，并且恒定不变，但是体内温度不等同皮肤温度，我们认为温度变化的皮肤到温度恒定的体内存在一个热传导的过程，其间存在一定的介质。

**问题的方案：** 皮肤到温度恒定的体内存在一个热传导的过程，将其简化看作长度一定的均匀介质，称为第五层(图 1)。记第五层热扩散率为  $k_5$ ，长度为  $l_5$ 。

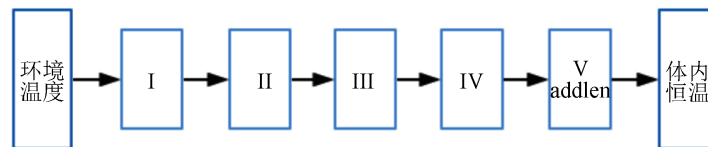


Figure 1. Schematic diagram of the five-layer heat conduction model  
图 1. 五层热传导模型示意图

问题二要求“在环境温度为  $65^{\circ}\text{C}$ 、IV 层的厚度为  $5.5\text{ mm}$  时，确定 II 层的最优厚度，确保工作 60 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过  $47^{\circ}\text{C}$ ，且超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间不超过 5 分钟”的问题，可转化为以下优化模型。

**模型 2：第 II 层厚度的优化模型**

$$\min_{\substack{T(L_4, 3300) \leq 44 \\ T(L_4, 3600) \leq 47}} l_2$$

使得满足

1) 方程：

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, k > 0$$

$$\text{其中 } k = \begin{cases} C_1/(\rho_1 c_1) & 0 < x \leq L_1 \\ C_2/(\rho_2 c_2) & L_1 < x \leq L_2 \\ C_3/(\rho_3 c_3) & L_2 < x \leq L_3 \\ C_4/(\rho_4 c_4) & L_3 < x \leq L_4 \\ k_5 & x > L_4 \end{cases}$$

2) 初值条件：

$$T(x, 0) = T_0$$

3) 边界条件：

$$T(0, t) = 65, T(L, t) = 37$$

其中  $T(L_4, 3300)$ ， $T(L_4, 3600)$  分别为第四层内侧(皮肤表层)在时刻  $t = 3300$  秒(55 分钟)和  $t = 3600$  秒(60 分钟)的温度。

### 4.3. II 层和 IV 层的最优厚度模型的建立

问题要求环境温度为  $80^{\circ}\text{C}$  时, 确定 II 层和 IV 层的最优厚度, 确保工作 30 分钟时, 假人皮肤外侧温度不超过  $47^{\circ}\text{C}$ , 且超过  $44^{\circ}\text{C}$  的时间不超过 5 分钟。

**问题分析:** 无论增加 II 层还是 IV 层的厚度都会降低皮肤温度的上升速率和最终温度, 因此确定 II 层和 IV 层的最优厚度的问题, 我们可以理解为使得总厚度最小的 II 层和 IV 层的厚度。

#### 模型 3: II 层和 IV 层厚度的优化模型

$$\min_{\substack{T(L_4, 3300) \leq 44 \\ T(L_4, 3600) \leq 47}} l_2 + l_4$$

其中  $T(L_4, 3300)$ ,  $T(L_4, 3600)$  分别为第四层内侧(皮肤表层)在时刻  $t = 3300$  秒(55 分钟)和  $t = 3600$  秒(60 分钟)的温度。

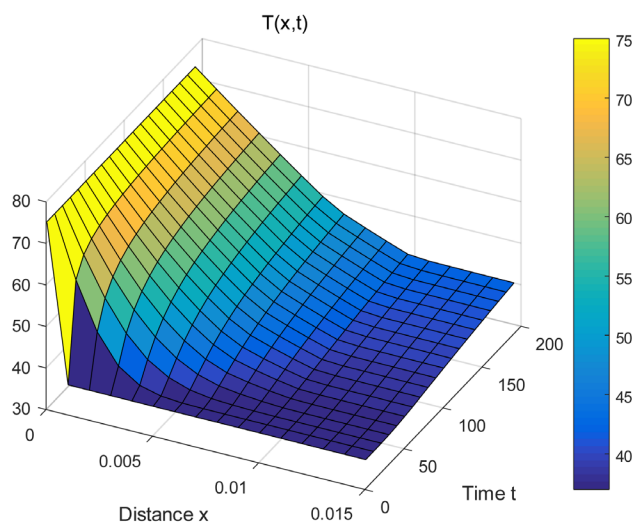
$T(L_4, 3300)$ ,  $T(L_4, 3600)$  由模型 2 模拟计算(其边界条件:  $T(0, t) = 80$ ,  $T(L, t) = 37$ ), 热扩散率为  $k_5 = 0.895$ , 长度为  $l_5 = 15.7$ )。

## 5. 模型求解

### 5.1. 模型 1 的求解

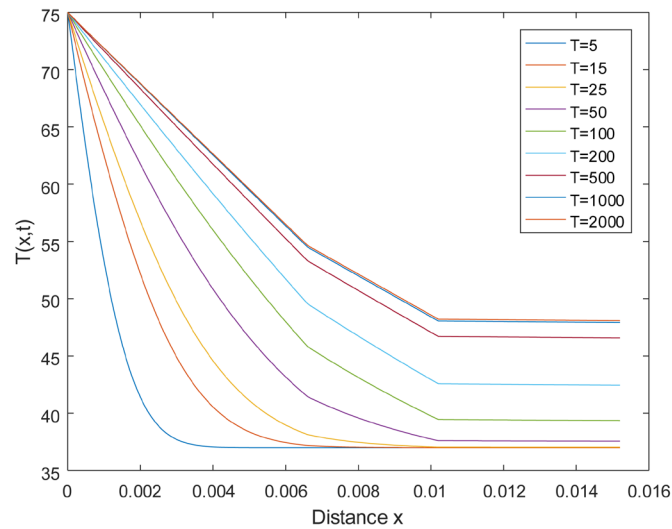
模型 1 是典型的抛物椭圆偏微分方程, 我们基于 MATLAB 的抛物椭圆偏微分方程求解器 pdepe 求解 [5] [6] [7] [8] [9]。观察附件 2 中的数据, 0~15 秒测得皮肤外侧的温度都是不变的(或很微小), 第 16 秒温度开始升高, 若高温作业专用服装的温度高于  $37^{\circ}\text{C}$ , 则测量的温度在短时间内高于  $37$  度, 若高温作业专用服装的温度高于  $37^{\circ}\text{C}$ , 热量向服装传递, 会使得测量的温度在短时间内下降, 低于  $37^{\circ}\text{C}$ 。因此这里可认为高温作业专用服装的温度为  $37^{\circ}\text{C}$ 。计算结果图 2~4, 揭示温度分布的渐变过程和最终分布特点:

1) 高温作业专用服装温度分布曲线随时间逐渐变化, 最终为四段直线构成的折线, 分段点为不同材料的分界点(图 2, 图 3), 直线的斜率与热扩散率  $k = \frac{\lambda}{\rho C}$  成正比。2) 高温作业专用服装温度变化曲线随位置逐渐变化, 靠近外界的位置温度变化快, 远离外界的位置温度变化稍慢, 最终为温度恒定不变(图 2, 图 4)。



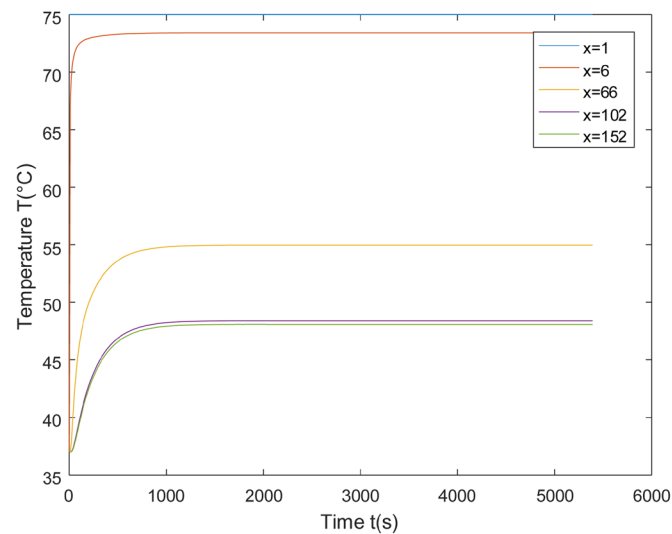
**Figure 2.** Temperature distribution of special clothing for high-temperature operation

**图 2.** 高温作业专用服装的温度分布



**Figure 3.** Temperature distribution of special clothing for high-temperature operation at a specific time

**图 3.** 特定时间高温作业专用服装的温度分布



**Figure 4.** Temperature variation of special clothing for high-temperature operation at a specific location

**图 4.** 特定位置高温作业专用服装的温度变化

## 5.2. 模型 2 的求解

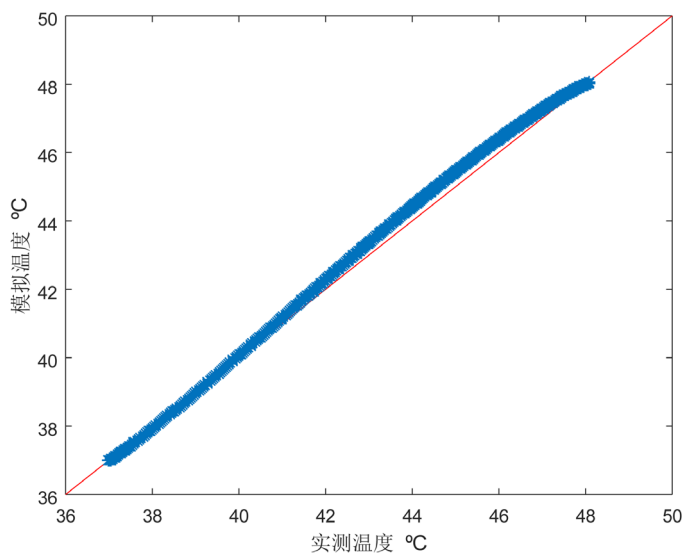
如果模型 2 关于第五层的假设是合理的,那么使用模型 2 求解问题 1 的结果(第四层内侧的温度)与题目附件提供的皮肤的测量温度应该一致或接近。为此,我们可以通过拟合确定第五层热扩散率为  $k_5$ , 长度为  $l_5$ 。

第五层热扩散率为  $k_5$ , 长度为  $l_5$  的确定模型

$$\min_{k_5, l_5} \left( \sum_{t=1:5400} (T(L_4, t) - Temp(t))^2 \right)$$

其中  $T(L_4, t)$  为第四层内侧(皮肤表层)的温度由模型 2 计算,  $Temp(t)$  为附件提供的皮肤表层测量温度。

我们使用 MATLAB 的遗传算法寻找函数的最优解的求解器 `ga` [10] [11] [12] 求解第五层热扩散率为  $k_5$ ，长度为  $l_5$  的确定模型，我们得到最优的扩散系数为  $k_5 = 0.895$ ，V 层厚度  $l_5 = 15.7$ ，误差平方和  $MSE = 80.473$ ， $RMSEn = 0.26\%$ ，拟合结果效果如图 5。RMSEn 的值和拟合结果效果图都表明拟合效果很好。因此，皮肤到温度恒定的体内的热传导过程，简化长度一定的均匀介质的热传导过程是合理的，并且该均匀介质(第五层)的热扩散率为  $k_5 = 0.895$ ，长度为  $l_5 = 15.7$ ，皮肤温度与测量温度的对照见图 5。



**Figure 5.** The comparison between the calculated skin temperature and the measured temperature at  $k_5 = 0.895$   $l_5 = 15.7$

**图 5.**  $k_5 = 0.895$ ， $l_5 = 15.7$  时计算的皮肤温度与测量温度的对照

确定第五层的热扩散率为  $k_5 = 0.895$ ，长度为  $l_5 = 15.7$  后，模型 2 的求解，可采用搜索方法计算( $l_2$  的取范围: 0.6~25 mm，考虑工业水平的限制步长取 0.1 即可，总的搜索次数最多 250 次)，这里我们可以先取较大的步长，然后细化，以节约时间。

**Table 1.** The solution of problem two  
**表 1.** 问题二的求解结果

l2	t44	t47	T3300	T3600	Tlast
7.0	644	NAN	44.53	44.53	44.52
7.2	704	NAN	44.42	44.41	44.41
7.4	779	NAN	44.31	44.31	44.31
7.6	880	NAN	44.20	44.20	44.20
7.8	1044	NAN	44.10	44.10	44.10
8.0	2111	NAN	44.00	44.00	44.00
8.2	NAN	NAN	43.91	43.90	43.90
8.4	NAN	NAN	43.81	43.81	43.81
8.6	NAN	NAN	43.72	43.72	43.72
8.8	NAN	NAN	43.63	43.63	43.63
9.0	NAN	NAN	43.55	43.54	43.54

说明：其中 l2 为 II 层的厚度(mm)，t44 为皮肤温度达到为 44°C 时对应的时间(s)；t47 为皮肤温度达到为 47°C 时对应的时间(s)，T3300 为工作 3300 秒的皮肤温度，T3600 工作 3600 秒的皮肤温度，Tlast 为服装温度分布稳定后皮肤温度。

表 1 揭示: 1) 在问题二的条件下, 服装的 II 层的厚度越厚, 长时间工作越安全。2) 在问题二的条件下, 服装的 II 层的最低厚度  $l_2 = 8.11$  mm, 此时工作时, 工作一小时, 皮肤的最高温度低于  $44^\circ\text{C}$ 。3) 在问题二的条件下, 服装的 II 层的厚度为  $l_2 = 8.11$  mm 时, 皮肤的最高温度为  $43.95^\circ\text{C}$ , 非常温度接近  $44^\circ\text{C}$ 。并且若持续工作 60 分钟, 须在皮肤温度为  $43.6^\circ\text{C}$  的条件下长时间工作, 所以为安全着想, 设计服装的 II 层的厚度应大于 8.1 mm, 最好在  $l_2 = 8.6$  mm 以上。

### 5.3. 模型 3 的求解

皮肤温度基于 MATLAB 的抛物椭圆偏微分方程求解器 PDEPE 模拟; 优化问题采用搜索方法计算( $l_2$  的取范围: 0.6~25 mm,  $l_4$  的取范围: 0.6~6.4 mm, 考虑工业水平的限制步长取 0.1 即可, 总的搜索次数不超过 1500 次)。

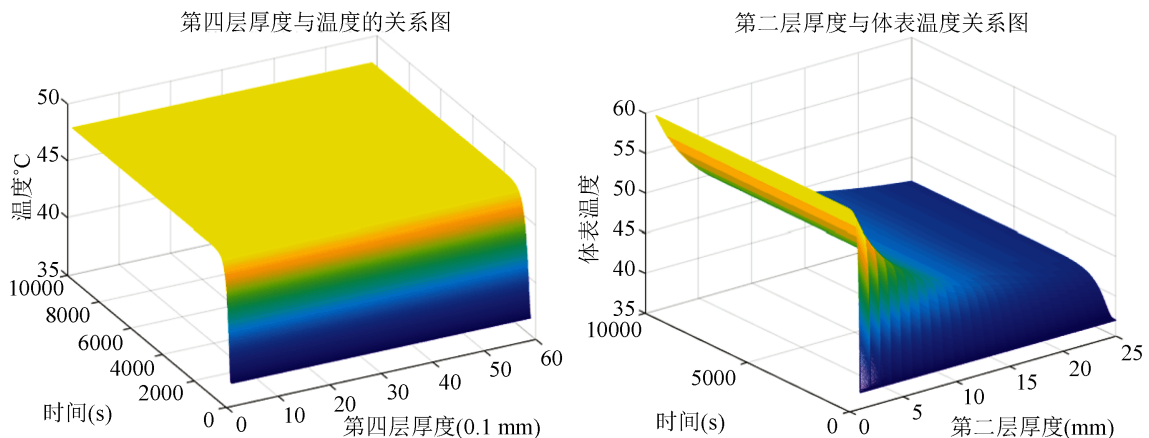


Figure 6. Simulation of temperature change inside layer IV  
图 6. IV 层内侧温度变化的模拟

图 6 表明加厚 II 层比加厚 IV 层隔热效果明显很多, 所以我们采取厚度优化策略为: 优先确定 II 层的厚度。

计算结果表明 II 层的厚度至关重要, 最低厚度 15.3 mm, 才可能有满足安全工作需求的设计; II 层为 15.5 mm, IV 层为 0.6 mm, 总厚度最小; II 层为 15.5 mm 时, IV 层厚度随意设计都满足安全工作需求。

## 6. 模型的检验

### 6.1. 传导方程的检验

本文基于假设, 利用热传导理论和热平衡理论建立了高温专用服装各层的热传导模型, 模型模拟温度分布的特点: 1) 高温作业专用服装温度变化曲线随位置逐渐变化, 靠近外界的位置温度变化快, 远离外界的位置温度变化稍慢, 最终为温度恒定不变; 2) 高温作业专用服装温度分布曲线随时间逐渐变化, 最终为四段直线构成的折线, 分段点为不同材料的分界点, 直线的斜率与热扩散率  $k = \frac{\lambda}{\rho C}$  成正比。以上

结论符合我们对热传递的常识, 因此以  $\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, k > 0$  为传导方程是合理的。

### 6.2. IV 层内侧热传递模型的检验

本文将皮肤到温度恒定的体内的热传导的过程, 简化看作热在长度一定的均匀介质中的传导的过程,



称为第五层。记第五层热扩散率为 $k_5$ ，长度为 $l_5$ 。我们使用最小二乘拟合得到扩散系数为 $k_5 = 0.895$ ，V层厚度 $l_5 = 15.7$ 。这时，误差平方和 $MSE = 80.473$ ，模拟值与观测值的标准均方根误差 $RMSEn = 0.26\%$ ，拟合结果效果如图5。RMSEn的值和拟合结果效果图都表明拟合效果很好。因此，皮肤到温度恒定的体内的热传导过程，简化长度一定的均匀介质的热传导过程是合理的，并且该均匀介质(第五层)的热扩散率为 $k_5 = 0.895$ ，长度为 $l_5 = 15.7$ 。

## 7. 模型的改进和应用

高温专用服装的设计过程中衣服的厚度(也包括成本)很重要，但是最重要的是安全性，因此在保证安全的条件下优化厚度才是有意义有价值的，为此本文模型可从以下几个方面改进。

1) 在本文模型的基础上对安全性进行实际检验，确定符合安全性要求“皮肤到温度恒定的体内的热传导的过程，简化看作热在长度一定的均匀介质中的传导过程”的参数确定方案、而不是以拟合程度最佳为依据；

2) 优化模拟程序，提高程序的运行速度和智能化程度。

模型在经过安全性实际检验和优化后，可应用于高温专用服装的设计和其他耐高温产品的研发。

## 基金项目

湖南农业大学教改课题(2017024，农业大学基础学科人才培养支持优势学科发展的对策研究)；湖南农业大学大学生创新性实验计划项目(基于随机模型简化水稻三维形态结构数字化和可视化构造的研究)。

## 参考文献

- [1] 贾海峰. 一维热传导方程的推导[J]. 科技信息, 2013(2): 159.
- [2] 徐建良, 汤炳书. 一维热传导方程的数值解[J]. 淮阴师范学院学报(自然科学版), 2004(3): 210-214.
- [3] 卢琳珍, 徐定华, 徐映红. 应用三层热防护服热传递改进模型的皮肤烧伤度预测[J]. 纺织学报, 2018, 39(1): 111-118, 125.
- [4] 周远, 徐映红, 徐定华. 结合粒子群算法的一类双层纺织材料厚度设计反问题[J]. 纺织学报, 2013, 34(6): 40-45.
- [5] 徐定华, 葛美宝. 一类纺织材料热湿传递模型的数值解法[J]. 江西科学, 2010, 28(5): 578-582.
- [6] Skeel, R.D. and Berzins, M. (1990) A Method for the Spatial Discretization of Parabolic Equations in One Space Variable. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, **11**, 1-32. <https://doi.org/10.1137/0911001>
- [7] 李萍, 张磊, 王垚廷. 基于 Matlab 的偏微分方程数值计算[J]. 齐鲁工业大学学报(自然科学版), 2017, 31(4): 39-43.
- [8] 黄作英, 阚沛文, 陈亮. PDE 工具箱实现偏微分方程的有限元求解[J]. 计算机仿真, 2006(9): 100-102, 115.
- [9] 李灿, 高彦栋, 黄素逸. 热传导问题的 MATLAB 数值计算[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2002(9): 91-93.
- [10] 初永丽. 一种 GA 算法的改进及其实现[J]. 微计算机信息, 2006(7): 128-129, 155.
- [11] 高见文, 葛卫丽, 郭程. 基于粒子群的混合智能优化算法收敛性分析[J]. 电子世界, 2016(20): 98-99.
- [12] 王晓华, 杨娜. 基于遗传算法的参数优化估算模型[J]. 电子世界, 2012(24): 118-119.

**知网检索的两种方式：**

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>  
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2324-7991，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>  
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：[aam@hanspub.org](mailto:aam@hanspub.org)