

Prediction of the Number of Tourists in Weifang City Based on GM (1,1) Model

Wenchao Huang

School of Mathematical Sciences, Qufu Normal University, Qufu Shandong
Email: H1174794226@163.com

Received: May 14th, 2020; accepted: May 29th, 2020; published: Jun. 5th, 2020

Abstract

With the development of society and the improvement of people's living standard, people are more and more fond of traveling. This article first briefly summarizes the process of building GM(1,1) model, then based on the number of tourists in Weifang from 2011 to 2019, uses GM(1,1) prediction model and MATLAB software to predict the number of tourists. It is found that the accuracy is high. At the same time, it forecasts the number of tourists in Weifang in the next five years. The prediction results show that the number of tourists in Weifang is still increasing in the next five years, and the number of tourists in 2022 is expected to exceed 100 million people. The prediction results have a certain reverse guidance and promotion for the development of Weifang tourism, and provide a certain scientific basis for the decision-making of the tourism department.

Keywords

Grey Theory, GM(1,1) Model, The Number of Tourists in Weifang City, Forecast

基于GM(1,1)模型的潍坊市旅游人数预测

黄文超

曲阜师范大学数学科学学院, 山东 曲阜
Email: H1174794226@163.com

收稿日期: 2020年5月14日; 录用日期: 2020年5月29日; 发布日期: 2020年6月5日

摘要

随着社会的发展和人民生活水平的提高, 人们越来越喜欢外出旅游。本文先简要概述了构建GM(1,1)模型的过程, 然后以2011年至2019年潍坊市旅游人数为基础, 通过使用GM(1,1)预测模型和MATLAB

软件来预测旅游人数，发现精度较高，同时预测了潍坊市未来五年的旅游人数，预测结果显示在未来五年潍坊市旅游人数仍呈递增趋势，并且2022年旅游人数有望突破1亿人。该预测结果对潍坊市旅游业的发展具有一定的反向指导和推动作用，为旅游部门的决策提供了一定的科学依据。

关键词

灰色理论, GM(1,1)模型, 潍坊市旅游人数, 预测

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

潍坊地处中国华东地区、山东半岛中部，北濒渤海莱州湾，南依泰沂山脉，西与东营、淄博两市为邻，东与青岛、烟台两市相接，地扼山东内陆腹地通往半岛地区的咽喉，胶济铁路横贯市境东西。她有青州古城、沂山、青云山、十笏园、杨家埠民间艺术大观园、诸城恐龙博物馆等著名旅游景点，每年都有大量游客慕名而来，使得旅游人数逐年递增。因此，准确地预测潍坊市未来的旅游人数，对促进潍坊市旅游业的发展和规划有一定的实际价值和推动作用。

灰色系统是一种部分信息已知而部分信息未知的系统，该系统理论常用的预测模型是GM(1,1)模型，该模型的优点是可以利用较少的数据进行预测和分析，建模思想简单，公式较简洁，预测精度高[1]。本文将通过GM(1,1)模型来预测潍坊市未来五年的旅游人数。

2. GM(1,1)模型概述

对灰色系统建立的预测模型称为灰色模型，简称GM模型。它分为GM(1,1)、GM(1,N)等多种模型，其中GM(1,1)模型是系统预测的有效模型，本文的旅游人数预测就是应用的该模型。

2.1. 构建GM(1,1)预测模型的步骤[2]

- 1) 设原始数列为

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n));$$

- 2) 级比检验。求级比 $\lambda(k)$,

$$\lambda(k) = \frac{x^{(0)}(k-1)}{x^{(0)}(k)}, k = 2, 3, \dots, n$$

如果所有的级比 $\lambda(k)$ 都落在可容覆盖 $\left(e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+2}}\right)$ 内，证明数列 $x^{(0)}$ 可以作为模型GM(1,1)的数据进行灰色预测；

- 3) 数列 $x^{(0)}$ 的一次累加生成数列为

$$x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)),$$

其中 $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i)$, $k = 1, 2, \dots, n$;

4) 生成数列 $x^{(1)}$ 的邻均值生成数列 $z^{(1)}$ 。设邻均值生成数列为

$$z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)),$$

其中 $z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1)$, $k = 2, 3, \dots, n$;

5) 构造数据矩阵 B 和数据向量 Y_n 。

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, \quad Y_n = \begin{bmatrix} x^0(2) \\ x^0(3) \\ \vdots \\ x^0(n) \end{bmatrix};$$

6) 将新数列 $x^{(1)}$ 的变化趋势近似用微分方程描述:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u,$$

其中 a 为发展系数, u 为灰作用量, 利用最小二乘法拟合得到:

$$\begin{pmatrix} a \\ u \end{pmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y;$$

7) 由微分方程的解法得微分方程的解为

$$\bar{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right) e^{-ak} + \frac{u}{a};$$

8) 对数列 $\bar{x}^{(1)}(k+1)$ 作累减生成, 然后进行预测, 即

$$\bar{x}^{(0)}(k+1) = \bar{x}^{(1)}(k+1) - \bar{x}^{(1)}(k), k = 1, 2, \dots。$$

2.2. 模型精度检验

为了确定预测数据是否可靠, 对 $\bar{x}^{(0)}(k+1)$ 进行精度检验, 可利用残差检验的方法[3]。先计算出残差序列 $\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \bar{x}^{(0)}(k)$, 再计算相对误差序列 $Q(k) = \varepsilon(k)/x^{(0)}(k)$ 。如果 $Q(k) < 0.2$, 则可认为达到一般要求; 如果 $Q(k) < 0.1$, 则认为达到较高的要求。

3. GM(1,1)模型在旅游人数中的应用

潍坊市旅游资源丰富, 拥有众多旅游景点, 凭借优越的条件, 得到了众多游客的青睐, 旅游业的发展潜力巨大。我们将通过 MATLAB 软件, 运用 GM(1,1)预测模型, 利用 2011 年至 2019 年潍坊市旅游人数的原始数据, 通过模型来预测 2020 年至 2024 年潍坊市的旅游人数。表 1 展示了潍坊市 2011 年至 2019 年的旅游人数, 本数据来源于中国统计信息网, 数据的准确性值得信赖。

Table 1. Number of tourists in Weifang from 2011 to 2019

表 1. 潍坊市 2011 年至 2019 年的旅游人数

年份/年	旅游人数/万人
2011	3631.5
2012	4256.0
2013	4735.2

Continued

2014	5195.8
2015	5611.5
2016	6115.1
2017	6805.5
2018	7586.9
2019	8240.1

3.1. 潍坊市未来五年旅游人数预测

下面利用 2011 年至 2019 年潍坊市的旅游人数建立 GM(1,1)模型。

1) 设原始数据列为

$$x^{(0)} = (3631.5, 4256.0, 4735.2, 5195.8, 5611.5, 6115.1, 6805.5, 7586.9, 8240.1);$$

2) 计算级比 $\lambda(k) = \frac{x^{(0)}(k-1)}{x^{(0)}(k)}, k = 2, 3, \dots, 9$ 。代入数值，通过 MATLAB 软件计算得到

$$\lambda = (\lambda(2), \dots, \lambda(9)) = (0.8533, 0.8988, 0.9114, 0.9259, 0.9176, 0.8986, 0.8970, 0.9207),$$

所有级比都落在其可容覆盖区间(0.8187, 1.1994)内,证明数列 $x^{(0)}$ 可以建立 GM(1,1)模型进行灰色预测;

3) 对原始数据 $x^{(0)}$ 做一次累加得

$$x^{(1)} = (3631, 7887, 12623, 17818, 23430, 29545, 36351, 43937, 52178);$$

4) 生成数列 $x^{(1)}$ 的邻均值生成数列 $z^{(1)}$ 。计算可得:

$$z^{(1)} = (5759, 10255, 15221, 20624, 26488, 32948, 40144, 48058);$$

5) 生成数据矩阵 B 及数据向量 Y_n 。

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(9) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5759 & 1 \\ -10255 & 1 \\ -15221 & 1 \\ -20624 & 1 \\ -26488 & 1 \\ -32948 & 1 \\ -40144 & 1 \\ -48058 & 1 \end{bmatrix}, Y_n = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(9) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4256.0 \\ 4735.2 \\ 5195.8 \\ 5611.5 \\ 6115.1 \\ 6805.5 \\ 7586.9 \\ 8240.1 \end{bmatrix};$$

6) 对 $x^{(1)}$ 建立微分方程:

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = u。$$

利用 MATLAB 软件求得 $a = -0.0942$, $u = 3718.3$;

7) 微分方程的解为

$$\bar{x}^{(1)}(k+1) = 43089e^{0.0942k} - 39458;$$

8) 对数列 $\bar{x}^{(1)}(k+1)$ 作累减可得旅游人数的预测值, 见表 2。

Table 2. A comparison between the actual and predicted number of tourists in Weifang City
表 2. 潍坊市旅游人数实际值与预测值对比

年份/年	实际人数/万人	预测人数/万人
2011	3631.5	3631
2012	4256.0	4258
2013	4735.2	4679
2014	5195.8	5141
2015	5611.5	5649
2016	6115.1	6207
2017	6805.5	6821
2018	7586.9	7495
2019	8240.1	8235

9) 精度检验

由表 2 可知, 实际值与预测值比较接近, 说明模型的拟合效果比较准确, 而且利用 MATLAB 程序可得相对误差 $Q = (0, 0.0005, 0.0119, 0.0105, 0.0067, 0.0151, 0.0022, 0.0121, 0.0006)$, 因为 $Q(k) < 0.1$, 所以该预测达到较高要求。

10) 经过 GM(1,1)灰色模型预测分析, 得到了潍坊市未来五年的旅游人数预测, 见表 3。

Table 3. Forecast of the number of tourists in Weifang in the next five years
表 3. 未来五年潍坊市旅游人数预测

年份/年	旅游人数/万人
2020	9049
2021	9943
2022	10,926
2023	12,006
2024	13,192

模型预测曲线见图 1, 呈现增长态势。从图中也可以看出, 预测较好, 精度较准。

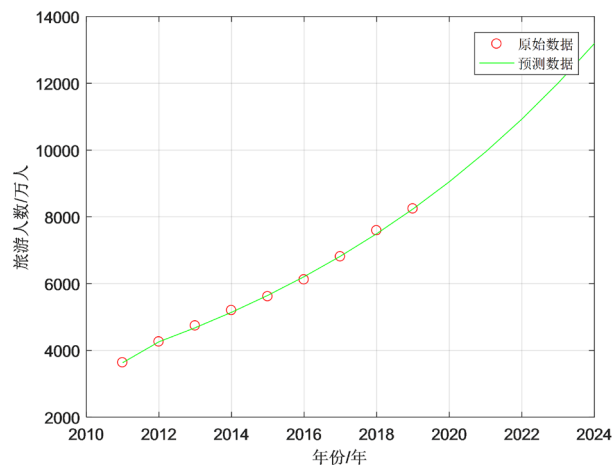


Figure 1. Forecast curve of the number of tourists in Weifang
图 1. 潍坊市旅游人数预测曲线

3.2. GM(1,1)预测模型的 MATLAB 代码

根据 GM(1,1)模型的建模步骤, 利用 MATLAB 软件进行相关计算, 具体代码如下:

```
clear;clc;
%建立符号变量 a(发展系数)和 u(灰作用量)
syms a u;
c=[a u];
%原始数列 x0
x0=[3631.5 4256.0 4735.2 5195.8 5611.5 6115.1 6805.5 7586.9 8240.1];
n=length(x0);
%级比检验
Xle=exp(-2/(n+1));
Xre=exp(2/(n+2));
lambda=x0(1:end-1)./x0(2:end);
range=minmax(lambda);
if range(2)<Xre&&range(1)>Xle
disp('所有的级比都落在可容覆盖区间, 可以建立 GM 模型')
else
disp('没有通过级比检验')
end
%对原始数列 x0 做累加得到数列 x1
x1=cumsum(x0);
%对数列 x1 做紧邻均值生成
for i=2:n
z(i)=(x1(i) + x1(i-1))/2;
end
z(1)=[];
%构造数据矩阵
x1=[-z;ones(1,n-1)];
Y=x0; Y(1)=[];Y=Y';
%使用最小二乘法计算参数 a(发展系数)和 u(灰作用量)
c=inv(x1*x1')*x1*Y;
c=c';
a=c(1);
u=c(2);
%预测后续数据
F=[];F(1)=x0(1);
for i=2:(n+5)
F(i)=(x0(1)-u/a)/exp(a*(i-1))+ u/a;
end
```

```

%对数列 F 累减还原,得到预测出的数据
G=[];G(1)=x0(1);
for i=2:(n+5)
G(i)=F(i)-F(i-1); %得到预测出来的数据
end
disp('预测数据为: ');
G
%模型检验
H=G(1:9);
%计算残差序列
epsilon=x0-H;
%计算相对误差序列
Q=abs(epsilon./x0);
Q
%绘制曲线图
t1=2011:2019;
t2=2011:2024;
plot(t1, x0,'ro'); hold on;
plot(t2, G, 'g-');
xlabel('年份/年'); ylabel('旅游人数/万人');
legend('原始数据','预测数据');
grid on;

```

4. 结论

1) 通过残差检验,证明了 GM(1,1)模型预测精度高,具有较高的可信度,能够客观地反映目前潍坊市旅游人数呈逐年递增的总趋势。

2) 潍坊市旅游人数正处于逐年增长阶段,通过旅游人数的 GM(1,1)预测模型知,未来五年潍坊市的旅游人数仍将持续增长,2022年旅游人数将突破1亿人。

3) 未来潍坊市应该重视旅游业的发展,通过旅游带动当地经济的进一步发展。旅游部门要加强旅游景点的相关建设,以容纳更多游客。

注:2020年旅游人数可能受新冠肺炎疫情的影响,导致实际值与预测值有较大出入,但该影响不会持续,预计2021年将恢复正常。

参考文献

- [1] 陈鹏. 基于 GM(1,1)模型的安徽省入境旅游人数预测[J]. 宿州学院学报, 2014, 29(9): 37-40.
- [2] 戴依墨, 郭争昊. 基于灰色预测模型的井冈山旅游人数的分析与预测[J]. 数学学习与研究, 2015(23): 141-144.
- [3] 李永亮, 向长城. 基于灰色模型的恩施旅游人数预测[J]. 湖北民族学院学报, 2012, 30(4): 383-385.