Advances in Applied Mathematics **应用数学进展, 2020, 9(6), 825-830**
Published Online June 2020 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/aam
https://doi.org/10.12677/aam.2020.96098

Commodity Housing Price Prediction Based on GM (1,1) Model

Hexin Zhang, Huqin Yan

Xiamen National Accounting Institute, Xiamen Fujian
Email: 863739636@qq.com, yanhuqin@xnai.edu.cn

Received: May 14th, 2020; accepted: May 29th, 2020; published: Jun. 5th, 2020

Abstract

In recent years, the housing price problem in first-tier cities has attracted widespread attention due to its momentum. The government has also issued a series of regulatory measures to deal with it. This article selects the historical data of the average sales price of commercial housing in Shenzhen from 2002 to 2018, establishes a GM (1,1) model, and uses ordinary differential equations and Deng Julong's solving algorithm for prediction and analysis. The conclusion drawn is that ordinary differential equations are better for prediction.

Keywords

Grey Prediction, GM (1,1) Model, House Prices, Shenzhen

基于灰色GM(1,1)模型的商品房销售价格预测

张和新，阎虎勤

厦门国家会计学院，福建 厦门
Email: 863739636@qq.com, yanhuqin@xnai.edu.cn

收稿日期：2020年5月14日；录用日期：2020年5月29日；发布日期：2020年6月5日

摘　要

近年来，一线城市的房价问题以其居高不下的势头引起了人们的广泛关注，政府也出台了一系列的调控措施进行应对。本文选取**2002~2018**年深圳市商品房平均销售价格的历史数据，建立灰色**GM(1,1)**模型，运用常微分方程求解和邓聚龙求解两种算法进行预测分析。结论为常微分方程求解预测效果更好。

关键词

灰色预测，**GM(1,1)**模型，房价，深圳市

文章引用: 张和新, 阎虎勤. 基于灰色 GM(1,1)模型的商品房销售价格预测[J]. 应用数学进展, 2020, 9(6): 825-830.
DOI: 10.12677/aam.2020.96098

1. 引言

随着深圳市经济的快速发展，越来越多的年轻人涌入深圳，以期获得更多的就业机会和更广阔的发展空间。这为深圳的发展注入了源源不断的活力，也带来了不断攀升的房价。本文试图引入灰色 GM(1,1)模型，借助 Python 对深圳市商品房历史价格进行拟合，并做出预测。

2. 文献回顾

当前，有许多专家学者对各省市房价进行实证分析。李广胜和郭欢在对南京市房价进行预测时发现 GM(1,1)模型预测效果优于 BP 神经网络模型[1]。鲍建华等人运用了灰色系统理论、最小二乘法、偏估计回归法及风险价值理论等，构建了灰色关联模型、岭回归模型及 VAR 模型，综合运用了 Matlab 和 EViews 软件编程求解，对海南省商品住宅价格进行预测[2]。刘聪采用灰色预测 GM(1,1)模型，VAR 模型以及 ARIMA 模型进行北京市房价的预测研究，发现 ARIMA 模型的预测结果更符合实际[3]。崔庆岳和赵国瑞通过引入二阶弱化缓冲算子减少冲击波干扰对研究对象的影响建立灰色 GM(1,1)模型，发现灰色模型的精度等级均为一级，预测效果良好[4]。盛宝柱和古玲建立 GM(1,1)模型预测合肥市房价，误差检验表明该模型具有较高的预测精度，能够对房价做出中短期预测[5]。

3. 实证分析

3.1. 常微分方程求解

3.1.1. 建立模型

假设有一个变量 $x(t)$ 是时间变量 t 的函数，它满足一阶常微分方程条件：

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}+ax(t)=b \tag{1}$$

这里的参数a和b是两个常系数。假设参数C是任意常数，那么，该微分方程的通解为：

$$x(t)=\frac{b+\mathrm{e}^{a(C-t)}}{a} \tag{2}$$

如果 $x(t)$ 有一个初值，在 $t=0$ 时，初值为 $x(0)$，那么，$x(0)$ 也满足这个解，代入微分方程的通解，就有：

$$x(t)=\frac{b}{a}+\left(x(0)-\frac{b}{a}\right)\mathrm{e}^{-at} \tag{3}$$

3.1.2. 常微分方程下的房价预测

1) 数据选取

本文选取深圳市 2002~2018 年商品房平均售价数据，数据来源于国家统计局官网。

2.2) 预测方法

本文借助 Python 等数学工具，运用灰色 GM(1,1)预测模型常微分求解算法进行运算，代入不同初值进行五次拟合，分别得出其参数 a 和 b 的值，构建函数，进而对 2019~2023 年的数据做出预测。

3) 预测结果

五条拟合曲线的参数均相等，收敛较好。求出的 a 值为−0.16，b 值为−270.41，进而可以推知：

$$x(t)=\frac{270.41}{0.16}+\left(5802-\frac{270.41}{0.16}\right)e^{0.16t} \tag{4}$$

$$x(t)=1690.06+4111.94e^{0.16t} \tag{5}$$

相对误差计算公式为：

$$\delta=\frac{x(t)-x_0^{(t)}}{x_0^{(t)}}\times 100\% \tag{6}$$

由于五条拟合曲线收敛，故此处只列出一条拟合曲线的拟合值。按照常微分方程求解算法运算出的 2002 年至 2023 年的预测值与实际值对比如表 1 所示，相对误差整体偏小。

Table 1. House price prediction under ordinary differential equation
表 1. 常微分方程下的房价预测(单位：元/平方米)

年份	实际值	预测值	相对误差	年份	实际值	预测值	相对误差
2002	5802.00	5802.00	0.00%	2013	24,402.00	25,681.86	5.24%
2003	6256.00	6517.40	4.18%	2014	24,723.00	29,853.42	20.75%
2004	6756.37	7357.18	8.89%	2015	33,942.00	34,750.22	2.38%
2005	7582.27	8342.96	10.03%	2016	45,146.00	40,498.34	−10.29%
2006	9385.34	9500.11	1.22%	2017	47,936.00	47,245.78	−1.44%
2007	14,049.69	10,858.44	−22.71%	2018	54,132.44	55,166.27	1.91%
2008	12,665.00	12,452.91	−1.67%	2019	–	64,463.77	
2009	14,615.00	14,324.59	−1.99%	2020	–	75,377.65	
2010	19,170.00	16,521.67	−13.81%	2021	–	88,188.94	
2011	21,350.13	19,100.71	−10.54%	2022	–	103,227.50	
2012	19,589.82	22,128.12	12.96%	2023	–	120,880.54	

拟合图形如图 1 所示。

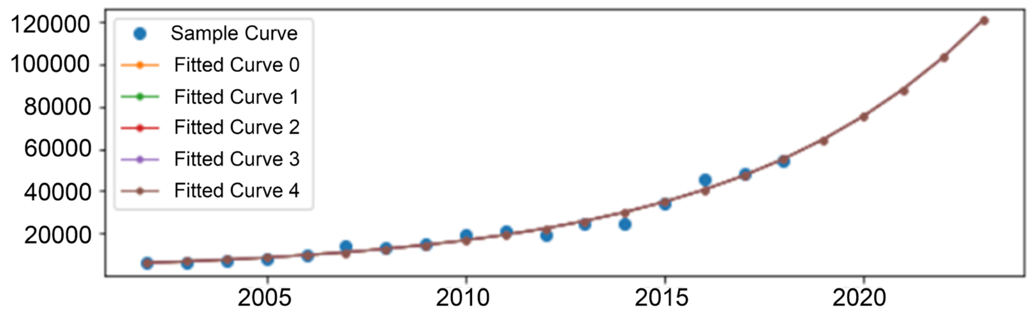

Figure 1. Prediction graph under ordinary differential equation
图 1. 常微分方程下的预测拟合图

由图 1 可看出，实际点与拟合曲线较为贴合，说明常微分方程求解算法拟合效果较好。

3.2. 邓聚龙算法求解

3.2.1. 建立模型

根据邓聚龙文献“Introduction to Grey System Theory (Deng Julong,The Journal of Grey System 1, 1989, 1-24)”，灰色系统 GM(1,1)参数可以通过一个近似矩阵求解的方式来估计。

假设变量 $x(t)$ 的原始离散序列为 $X^{(0)}$，是一个非负序列，具有形式：

$$X^{(0)}=\left\{X_0^{(0)},\cdots,X_{n-1}^{(0)}\right\}\ \left(n\ge 3;X_i^{(0)}\ge 0;i=0,1,2,\cdots,n-1\right) \tag{7}$$

假设离散序列 $X^{(1)}$ 为序列 $X^{(0)}$ 的一次累加序列，具有如下形式：

$$X_i^{(1)}=X_0^{(0)}+X_1^{(0)}+X_2^{(0)}+\cdots+X_i^{(0)}=\sum\nolimits_{l=0}^{i}X_l^{(0)} \tag{8}$$

假设离散序列 $Z^{(1)}$ 为一个均值序列：

$$Z^{(1)}=\left\{Z_1^{(1)},\cdots,Z_{n-1}^{(1)}\right\}\ \left(n\ge 3;i=1,2,\cdots,n-1\right) \tag{9}$$

$$Z_i^{(1)}=\frac{1}{2}\left(X_{i-1}^{(1)}+X_i^{(1)}\right) \tag{10}$$

那么，对于一阶微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}x^{(0)}(t)}{\mathrm{d}t}+ax^{(0)}(t)=b \tag{11}$$

其参数(a,b)可以根据最小二乘法来估计：

$$\hat{a}=\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}=\left(B^{\mathrm{T}}B\right)^{-1}B^{\mathrm{T}}y_N \tag{12}$$

$$B=\begin{pmatrix}-Z_1^{(1)} & 1\\ \vdots & \vdots\\ -Z_{n-1}^{(1)} & 1\end{pmatrix},\quad y_N=\begin{pmatrix}X_1^{(0)}\\ \vdots\\ X_{n-1}^{(0)}\end{pmatrix} \tag{13}$$

相应于等价微分方程，离散序列 $X^{(1)}$ 的估计值解可以由下式定义：

$$\hat{X}_{k+1}^{(1)}=\left(X_1^{(0)}-\frac{b}{a}\right)\mathrm{e}^{-ak}+\frac{b}{a} \tag{14}$$

由于：

$$\hat{X}_{k+1}^{(0)}=\hat{X}_{k+1}^{(1)}-\hat{X}_k^{(1)} \tag{15}$$

所以，原始离散数列 $X^{(0)}$ 的估计值为：

$$\hat{X}_{K+1}^{(0)}=\left(X_0^{(0)}-\frac{b}{a}\right)\mathrm{e}^{-ak}-\left(X_0^{(0)}-\frac{b}{a}\right)\mathrm{e}^{-a(k-1)} \tag{16}$$

3.2.2. 邓聚龙算法下的房价预测

1) 数据选取

此处依旧采用深圳市 2002~2018 年商品房平均售价数据，数据来源于国家统计局官网。

2) 预测方法

本文借助 Python 等数学工具，运用邓聚龙教授提出的灰色 GM(1,1)动态预测模型算法进行运算，用累计数得出其参数 a 和 b 的值，构建函数，进而对 2019~2023 年的数据做出预测。

3) 预测结果

按照邓聚龙算法得出 $a = -0.1463$， $b = 4622.4439$， 进而可以得出函数式为：

$$\hat{X}_{k+1}^{(0)} = \left(5802 - \frac{4622.4439}{-0.1463}\right) e^{0.1463k} - \left(5802 - \frac{4622.4439}{-0.1463}\right) e^{0.1463(k-1)} \tag{17}$$

$$\hat{X}_{k+1}^{(0)} = 37397.65 e^{0.1463k} - 37397.65 e^{0.1463(k-1)} \tag{18}$$

相对误差计算公式为：

$$\delta = \frac{\hat{X}_{k+1}^{(0)} - X_k^{(0)}}{X_k^{(0)}} \times 100\% \tag{19}$$

按照邓聚龙算法运算出深圳市 2002 年至 2023 年的预测值与实际值对比如表 2，相对误差整体偏大，准确度不高。

Table 2. House price forecast based on Deng Julong algorithm
表 2. 邓聚龙算法下的房价预测(单位：元/平方米)

年份	实际值	预测值	相对误差	年份	实际值	预测值	相对误差
2002	5802.00	5802.00	0.00%	2013	24,402.00	22,239.86	−8.86%
2003	6256.00	454.00	−92.74%	2014	24,723.00	25,742.55	4.12%
2004	6756.37	5962.88	−11.74%	2015	33,942.00	29,796.90	−12.21%
2005	7582.27	6902.01	−8.97%	2016	45,146.00	34,489.80	−23.60%
2006	9385.34	7989.05	−14.88%	2017	47,936.00	39,921.81	−16.72%
2007	14,049.69	9247.29	−34.18%	2018	54,132.44	46,209.34	−14.64%
2008	12,665.00	10,703.71	−15.49%	2019	-	53,487.14	
2009	14,615.00	12,389.50	−15.23%	2020	–	61,911.16	
2010	19,170.00	14,340.80	−25.19%	2021	–	71,661.93	
2011	21,350.13	16,599.42	−22.25%	2022	–	82,948.40	
2012	19,589.82	19,213.76	−1.92%	2023	–	96,012.46	

拟合图形如图 2。

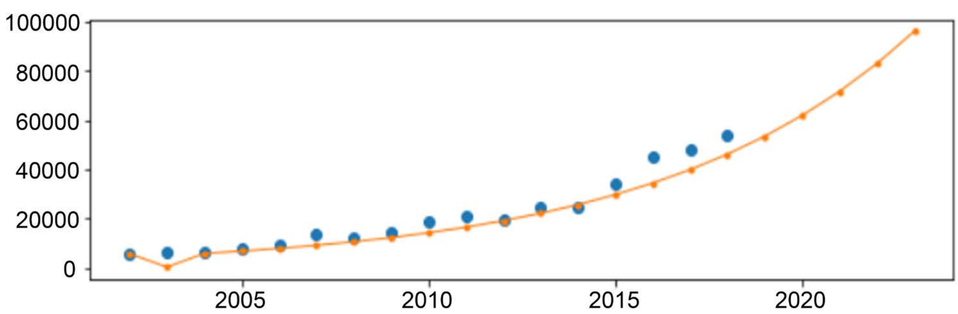

Figure 2. Forecast graph based on Deng Julong algorithm
图 2. 邓聚龙算法下的预测拟合图

由图 2 可看出，散点与拟合曲线的拟合度较低，预测偏差较大。

4. 总结

由预测结果可以发现，常微分方程求解算法预测误差相对较小，精度较高，拟合曲线的拟合程度较好，而邓聚龙算法预测误差相对较大，精度较低，拟合曲线的拟合度也显然没有常微分方程求解算法中的拟合度那么高。故本文的实证分析得出的结论为常微分方程求解算法预测效果更为良好。

根据数据宝发布的《2019 年 320 个城市房价排行榜》，深圳超越北京位居榜首，平均每平米单价为 65,516 元。而本文中常微分方程求解算法得到的 2019 年的预测值为 64,463.77 元，邓聚龙算法预测值为 53,487.14 元，同样也证实了前者预测的准确度更高。

当然，本文的预测只针对历史数据进行分析，以期为相关工作提供参考，但因为未考虑其他因素，所以不可避免地具有局限性。虽然模型呈现出指数上升的趋势，但由于实际房价情况会受到政策干预、经济形势变化等多方面的影响，所以仍存在较大不确定性。

基金项目

本论文得到了厦门国家会计学院 2019 年“云顶课题：Python 财务数据分析”项目的支持。

参考文献

[1] 李广胜, 郭欢. 基于 GM(1,1)模型的南京市房价预测研究[J]. 江汉大学学报(自然科学版), 2020, 48(2): 10-13.

[2] 鲍建华, 朱家明, 张婷, 王博. 基于灰色分析法对海南省商品住宅价格的预测[J]. 山西师范大学学报(自然科学版), 2019, 33(3): 98-105.

[3] 刘聪. 北京市房价的影响因素及预测研究[D]: [硕士学位论文]. 大连: 大连理工大学, 2019.

[4] 崔庆岳, 赵国瑞. 基于灰色 GM(1,1)模型的商品房销售价格预测[J]. 哈尔滨商业大学学报(自然科学版), 2019, 35(2): 253-256.

[5] 盛宝柱, 古铃. 基于 GM(1,1)模型的合肥市商品房房价预测[J]. 皖西学院学报, 2018, 34(5): 41-45.