

基于ARIMA和BP神经网络组合模型对股票价格的预测

肖琳, 金良琼, 韦学永

贵州民族大学数据科学与信息工程学院, 贵州 贵阳
Email: 1753826206@qq.com

收稿日期: 2020年10月7日; 录用日期: 2020年10月20日; 发布日期: 2020年10月27日

摘要

本文选取了沪深300指数和百度股票的收盘价, 利用ARIMA模型和BP神经网络两种单一模型以及两种模型的组合对股票价格进行预测, 其中组合模型采取了等权重组合和方差倒数法两种定权的方法来确定权重。结果表明, 通过等权重组合方式的模型ARIMA-BP的预测精度最高, 预测的效果最好, BP神经网络模型效果其次, 效果较差的为ARIMA模型。

关键词

ARIMA模型, BP神经网络, 组合模型, 股价预测

Prediction of Stock Price Based on ARIMA and BP Neural Network Combined Model

Lin Xiao, Liangqiong Jin, Xueyong Wei

School of Data Science and Information Engineering, Guizhou University for Nationalities, Guiyang Guizhou
Email: 1753826206@qq.com

Received: Oct. 7th, 2020; accepted: Oct. 20th, 2020; published: Oct. 27th, 2020

Abstract

This article selects the CSI 300 Index and the closing price of Baidu stocks, and uses two single models of ARIMA model and BP neural network and a combination of the two models to predict stock prices. The combination model adopts two weighting methods: equal weight combination

and reciprocal variance method to determine the weight. The results show that the ARIMA-BP model with equal weight combination has the highest prediction accuracy and the best prediction effect, followed by the BP neural network model, and the ARIMA model with the poorer effect.

Keywords

ARIMA Model, BP Neural Network, Combined Model, Stock Price Prediction

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

从目前我国的经济发展来看, 无论哪个方面的经济发展都在不断与国际接轨, 股票市场作为社会主义市场经济发展的产物, 也在慢慢走向国际化, 人们对股票市场的关注度也越来越高, 很多投资者也都纷纷加入到股票投资市场, 期望给自己带来更多的收益, 所以对于股票投资者来说, 预测股价走势是很有必要的, 这样才能够帮助投资者选择最佳投资时机, 获取最高的利益, 对于机构而言也是如此, 从更高层面来看, 也促进了我国市场经济的发展。

精准的预测股票的价格是较为困难的, 是预测研究中的一大难题, 相关学者经过不断的研究与创新, 提出并建立了较为精确的预测股票价格模型如: 吴玉霞, 温欣[1]通过利用时间序列中的 ARIMA 模型, 将“华泰证券”250 期的股票收盘价作为实证数据来进行建模, 由结论可知 ARIMA 模型在短期预测中, 无论是动态预测还是静态预测效果都较好; 贺本岚[2]利用时间序列常用的两种短期预测模型 ARIMA 和 ARCH 模型, 并用这两种模型来预测上证指数的收盘价, 对预测结果进行对比得出预测效果较好的是 ARCH 模型; 陈小玲[3]分别利用 ARIMA 和 BP 神经网络对股价进行预测研究, 将百度和阿里巴巴这两支股票的收盘价作为实证分析数据, 结论表明两种模型在股价短期预测中是可行的。

单一预测模型在某些情况会存在一定的局限性, 预测结果的精度和准确性较差, 因此在 1969 年 Bates 和 Granger [4], 首次提出了用组合的方式将单一模型结合起来, 也即是提出组合模型这一概念, 该理论自提出以来, 一直持续引起国内外学者的广泛讨论和关注, 由于通过组合的方式能够大幅度地提高模型的准确性和预测精度, 所以很多学者都对此进行了相关理论研究和实实验证。翟静, 曹俊[5]在组合模型预测的大环境之下, 通过方差倒数法将 ARIMA 模型和 BP 神经网络算法结合在一起对我国的粮食产量进行预测研究, 得出组合模型的预测准确度比只用时间序列 ARIMA 或 BP 神经网络进行建模的模型预测结果准确度高。

基于此, 本文选取沪深 300 指数和百度的收盘价为研究对象, 利用线性模型 ARIMA 和非线性模型 BP 神经网络的单一模型和组合模型来预测股票价格, 在模型组合时, 利用了等权重法和方差倒数法。最后将单个模型和组合模型得到的预测值进行对比。

2. 研究方法 with 模型建立

2.1. 时间序列的 ARIMA 模型

在时间序列模型中, 我们会经常运用到 ARIMA 模型, ARIMA 模型能够很好的研究和分析时间序列数据, 而且预测的精度对于短期的数据还是较高的。

在上世纪 70 年代, Box 和 Jenkins 提出了时间序列模型, 这种模型有三种基本类型: 自回归模型、滑动平均模型和自回归滑动平均模型。设 $\{y_t\}$ 是一个均值为零, 且是平稳的时间序列, ARMA(p, q)模型也即是 p 阶自回归, q 阶滑动平均的公式表达为:

$$Y_t - \phi_1 Y_{t-1} - \dots - \phi_p Y_{t-p} = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

可简写为 $\phi(B)Y_t = \theta(B)\varepsilon_t$ 。ARIMA(p, d, q)模型中 d 的含义是差分阶数, 在金融市场中, 股票价格的时间序列数据通常是非平稳的, 因为只有平稳序列才能建立 ARMA 模型, 所以要对其进行平稳化处理, 一般来说差分是进行平稳化最常用的方法, 差分后的 ARIMA 与 ARMA 相同。

以下考虑 ARIMA($p, 1, q$)过程, 也即是经过一阶差分的 ARMA(p, q)模型, $W_t = Y_t - Y_{t-1}$, 有:

$$W_t = \phi_1 W_{t-1} + \phi_2 W_{t-2} + \dots + \phi_p W_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

将 $W_t = Y_t - Y_{t-1}$ 代入得:

$$Y_t - Y_{t-1} = \phi_1 (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \phi_2 (Y_{t-2} - Y_{t-3}) + \dots + \phi_p (Y_{t-p} - Y_{t-p-1}) + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

将上式改写为:

$$Y_t = (1 + \phi_1)Y_{t-1} + (\phi_2 - \phi_1)Y_{t-2} + \dots + (\phi_p - \phi_{p-1})Y_{t-p} - \phi_p Y_{t-p-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (1)$$

2.2. ARIMA 模型的建模步骤(图 1)

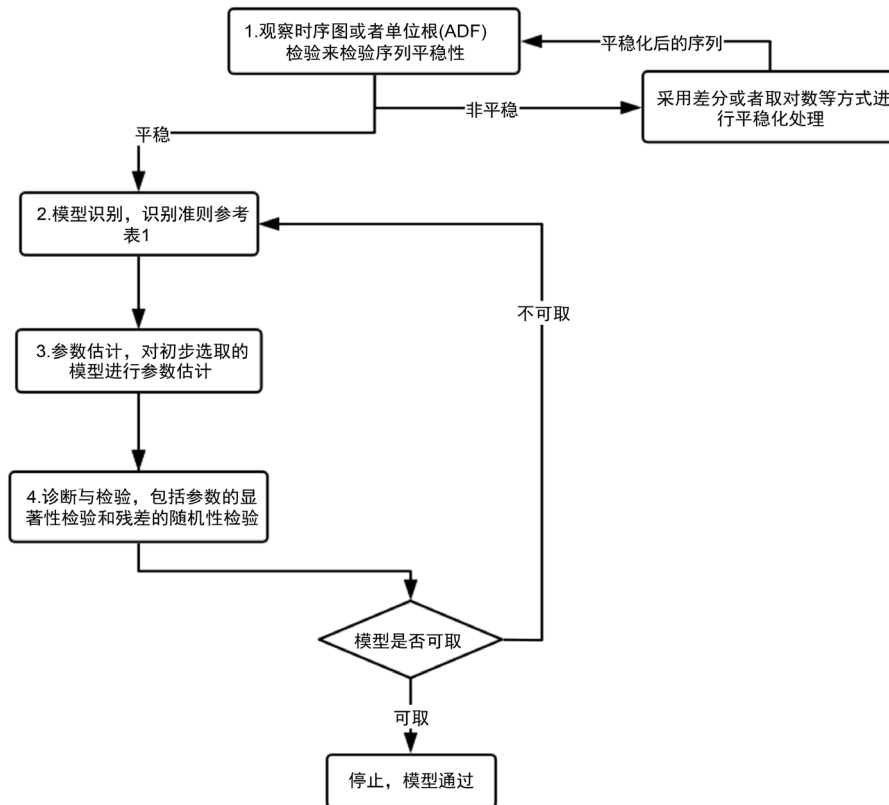


Figure 1. Diagram of ARIMA model modeling steps
图 1. ARIMA 模型建模步骤图

拟合模型的初步识别准则[6]如下表 1 所示:

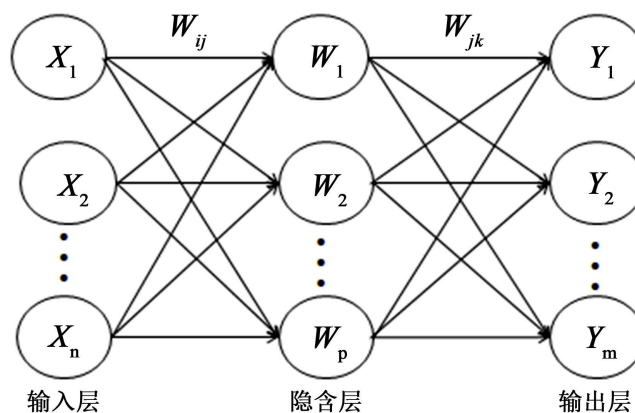
Table 1. Preliminary identification criteria for the ARMA model**表 1.** ARMA 模型初步识别准则

模型(序列)	AR(p)	MA(q)	ARMA(p, q)
自相关系数(ACF)	拖尾	q 阶截尾	拖尾
偏自相关系数(PACF)	p 阶截尾	拖尾	拖尾

最后利用上文得到的已经通过检验的模型，对所研究的问题进行分析、建模、预测。

2.3. BP 神经网络算法

BP 神经网络[7]是目前应用范围很广的神经模型，是使用误差逆向传播算法来进行训练的一种多层前馈神经网络，对训练集数据进行反复不断的训练来调整权值和阈值，得到神经网络预测输出值与我们所期望得到的输出值无限接近，BP 神经网络的学习能力极强，能很好的学习数据间的函数映射关系，从而对数据进行分类、聚类、拟合、预测等等。

**Figure 2.** BP neural network topology**图 2.** BP 神经网络拓扑结构

由图 2 可知，BP 神经网络从结构上看有三层，从左往右依次为输入层、隐含层、输出层。其中，相邻的层之间是完全连接的，而在同一层内的神经元之间是无连接的。 X_1, X_2, \dots, X_n 为 BP 神经网络的输入值； W_1, W_2, \dots, W_p 为 BP 神经网络的隐含层节点， Y_1, Y_2, \dots, Y_m 为 BP 神经网络的输出值； W_{ij} 和 W_{jk} 表示 BP 神经网络权值。

在使用 BP 神经网络模型预测之前，需对模型进行训练，若不对网络进行训练的话，网络就不会具备联想记忆和预测能力，就不能进行预测研究。通常情况，在神经元个数较少的情况下，网络对样本的识别能力会降低，这样网络的训练量达不到，得到的训练结果少了，网络就不能对样本进行完全的识别，给网络的训练带来困难，反之，若神经元的个数很多的情况下，网络训练的时间就会增加，网络的就会出现过度训练的情况，严重可能导致训练效果及预测效果都很差。一般情况下，对我们来说隐含层神经元个数的确定是极其困难的，到目前为止还没有一个明确可行的理论方法支撑，我们就只能通过以下经验公式，并结合多次的试验反复对比来确定。

$$l = \sqrt{m+n} + a$$

经验公式中： l 表示隐含层神经元个数； n 表示输入层节点数； m 表示输出层节点数； a 表示一个 0~10 任意整数。

2.4. 模型组合方式

- 1) 等权重组合：顾名思义，给予两个模型同等的数值的权数；
- 2) 方差倒数法[4]：

主要思想：从预测误差入手，根据预测误差来进行赋值，也就是给误差平方和大的模型赋予小的权重，相反给误差平方和小的赋予较大的权重，这样一来，经过这种赋权的方式组合的模型，其预测的误差平方和就会最大程度的最小。

具体步骤：第一步计算每个单一模型预测的误差平方和；第二步用第一步得到的结果(也即是每一个模型的误差平方和)求倒数；第三步把第二步计算得到的值全部加起来所有；最后用第二步得到的各倒数除以第三步求得的倒数和，从而就可以得到各个模型的权数。

3. 实证研究分析

3.1. 数据来源

本文选取沪深 300 指数 2017 年 6 月 1 日至 2019 年 12 月 17 日(除节假日外)共 624 天的收盘价作为实验数据，来预测 2019 年 12 月 18 日至 2019 年 12 月 31 日的收盘价，并以同样的时间节点选取百度股票的收盘价来进行实证分析。所有历史数据均来自英为财经(<https://cn.investing.com/>)财经网站。

3.2. ARIMA 模型建立

3.2.1. 平稳性检验

根据沪深 300 指数收盘价的原始数据画时序图以及做单位根(ADF)检验，时序图如图 3 所示，ADF 检验如下表 2 所示：

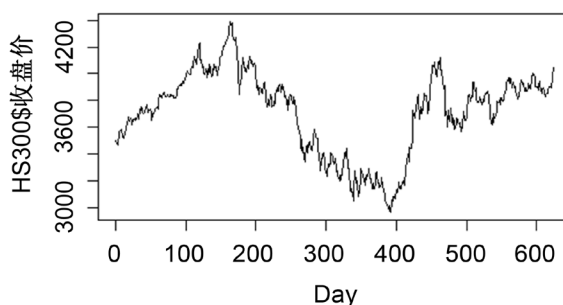


Figure 3. Time chart of the original data of the closing price of the CSI 300 Index
图 3. 沪深 300 指数收盘价原始数据时序图

Table 2. ADF test of the original data of the CSI 300 Index

表 2. 沪深 300 指数原始数据的 ADF 检验

Augmented Dickey-Fuller Test

Data: x

Dickey-Fuller = -1.4894

Lag order = 8

p-value = 0.7944

alternative hypothesis: stationary

由时序图可知序列不平稳，ADF 检验的 P-Value = 0.7944 > 0.05，认为沪深 300 指数原始序列数据是非平稳的序列。需要做平稳化处理，对原始数据进行一阶差分，得到序列 x_{diff} ，并检验 x_{diff} 的平稳性， x_{diff} 的时序图以及 ADF 检验的结果如图 4 和表 3 所示：

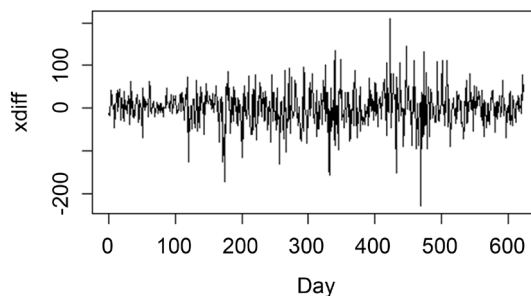


Figure 4. Time chart of the CSI 300 Index after stabilization
图 4. 沪深 300 指数平稳化处理后的时序图

Table 3. ADF test after the first difference of the CSI 300 Index
表 3. 沪深 300 指数一阶差分后的 ADF 检验

Augmented Dickey-Fuller Test

Data: xdiff

Dickey-Fuller = -7.8235

Lag order = 8

p-value = 0.01

alternative hypothesis: stationary

由图 4 时序图可知序列平稳, 进一步通过 ADF 检验得到的 $P\text{-Value} = 0.01 < 0.05$ 可知, 差分后的序列 xdiff 已经平稳, 故取 $d = 1$ 。

3.2.2. 模型定阶

对差分后的序列 xdiff, 做其自相关图(ACF)及偏自相关图(PACF)如下:

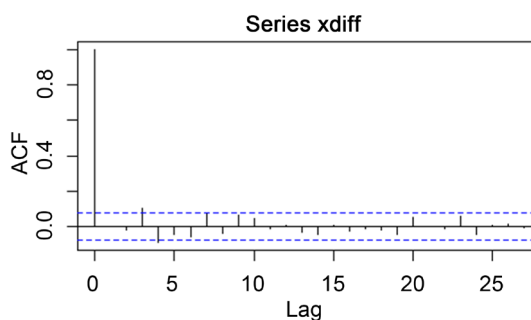


Figure 5. Autocorrelation diagram of the first-order difference sequence
图 5. 一阶差分序列的自相关图

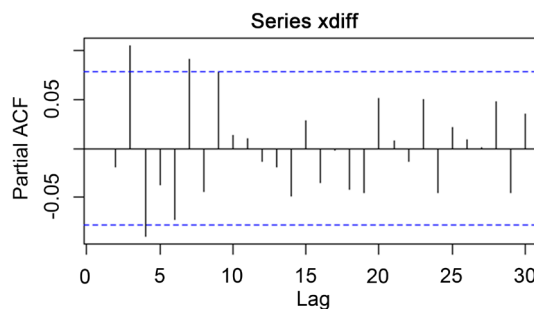


Figure 6. Partial autocorrelation graph of the first-order difference sequence
图 6. 一阶差分序列的偏自相关图

由图 5 和图 6 可以看出 p 和 q 可能的取值分别为 $p = 3, 4, 7, q = 2, 3, 6, 8$, 从而我们考虑建立的模型如下表 4 所示, 再通过 AIC 最小准则进行比较确定阶数 p 和 q 。

Table 4. ARIMA AIC comparison of different orders
表 4. ARIMA 不同阶数 AIC 比较

模型	AIC	Log likelihood	模型	AIC	Log likelihood
ARIMA(3, 1, 2)	6466.43	-3227.21	ARIMA(4, 1, 3)	6463.93	-3223.97
ARIMA(3, 1, 3)	6464.34	-3225.17	ARIMA(4, 1, 8)	6462.07	-3218.04
ARIMA(3, 1, 6)	6466.05	-3223.25	ARIMA(7, 1, 2)	6465.93	-3222.97
ARIMA(3, 1, 8)	6462.88	-3219.44	ARIMA(7, 1, 3)	6467.52	-3222.76
ARIMA(4, 1, 2)	6468.23	-3227.12	ARIMA(7, 1, 6)	6464.09	-3218.05

从表 4 可以看出, 在所有选择的模型中, 当 p 取 4, q 取 8 时, AIC 值为 6462.07, AIC 值是最小的, 因此确定模型为 ARIMA(4, 1, 8), 代入公式(1), 模型 ARIMA(4, 1, 8)的表达式为:

$$Y_t = (1 + \phi_1)Y_{t-1} + (\phi_2 - \phi_1)Y_{t-2} + (\phi_3 - \phi_2)Y_{t-3} + (\phi_4 - \phi_3)Y_{t-4} - \phi_4 Y_{t-5} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \theta_3 \varepsilon_{t-3} - \theta_4 \varepsilon_{t-4} - \theta_5 \varepsilon_{t-5} - \theta_6 \varepsilon_{t-6} - \theta_7 \varepsilon_{t-7} - \theta_8 \varepsilon_{t-8}$$

对 ARIMA(4, 1, 8)进行参数估计, 估计值如表 5 所示:

Table 5. ARIMA(4, 1, 8) model parameter values
表 5. ARIMA(4, 1, 8)模型各参数值

Variable	Coefficient	Variable	Coefficient
AR(1)	0.2542	MA(3)	-0.1111
AR(2)	0.4055	MA(4)	0.6840
AR(3)	0.2268	MA(5)	-0.0410
AR(4)	-0.7928	MA(6)	-0.0604
MA(1)	-0.2235	MA(7)	0.2323
MA(2)	-0.4505	MA(8)	-0.1036

将估计的参数代入到模型表达式中得到:

$$Y_t = 1.2542Y_{t-1} + 0.1513Y_{t-2} - 0.1787Y_{t-3} - 1.0196Y_{t-4} - 0.7928Y_{t-5} + \varepsilon_t + 0.2235\varepsilon_{t-1} + 0.4505\varepsilon_{t-2} + 0.1111\varepsilon_{t-3} - 0.6840\varepsilon_{t-4} + 0.0410\varepsilon_{t-5} + 0.0604\varepsilon_{t-6} - 0.2323\varepsilon_{t-7} + 0.1036\varepsilon_{t-8}$$

3.2.3. 模型的诊断检验

上文中, 我们已经建立了 ARIMA(4, 1, 8)模型, 还需对模型的残差进行白噪声和正态性检验, 只有检验通过, 才能利用该模型进行预测。

画出残差的时序图和自相关图, 如图 7 所示, 从图可以看出, 残差序列是平稳, 且是相互独立的, 并做 Ljung-Box 检验, 从结果得知, Ljung-Box 检验的 P-Value = 1 > 0.05, 这说明了残差序列是白噪声的, 通过图 8 残差的 Q-Q 图可知, 残差是满足正态性。

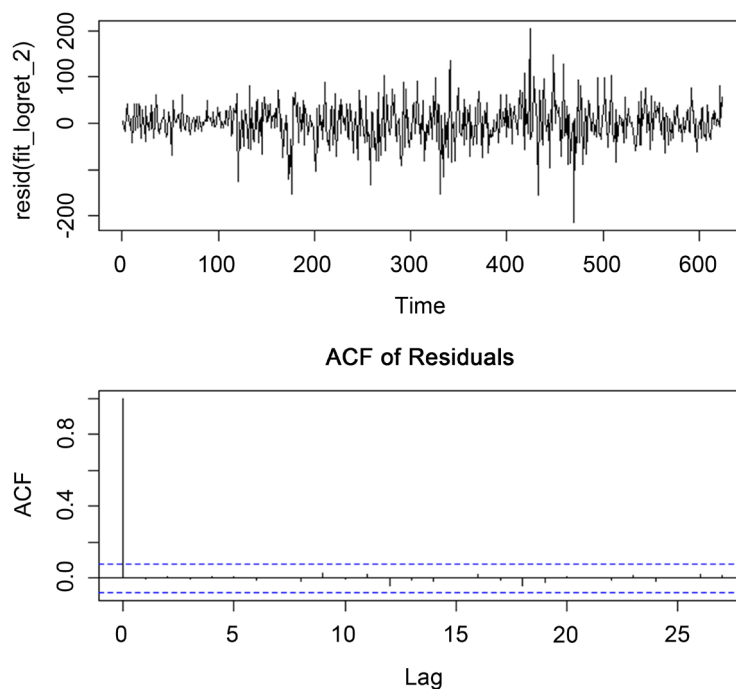


Figure 7. Residual sequence diagram and autocorrelation diagram

图7. 残差序列图及自相关图

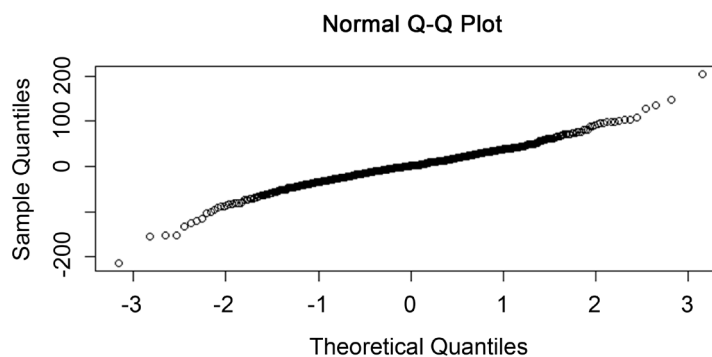


Figure 8. Residual normality test Q-Q plot

图8. 残差正态检验 Q-Q 图

综上所述，建立的 ARIMA(4, 1, 8)模型是可行的，可以用于预测沪深 300 指数的收盘价。采用同样的建模过程对百度股票进行时间序列建模，得到 ARIMA(2, 1, 2)模型为最优模型，且该模型各种检验均通过。

3.3. BP 神经网络模型

在 BP 神经网络模型预测中，不考虑其他的影响因子，仅以本文选取的两组实验数据作为单一预测因子。为了避免过拟合，对数据进行划分，把收集的实验数据中的时间序列划分为训练集、测试集和验证集，并且根据时间顺序分别按比例 70%、15%和 15%来进行划分。通过检验得到当隐含层为 4 时，以沪深 300 指数收盘价为原始数据的神经网络的均方误差最小，当隐含层为 3 时，以百度收盘价为原始数据的神经网络的均方误差最小，在使用 MATLAB R2014a 进行神经网络建模时，分别设计一个隐含层神经元数目为 4、3 的 3 层网络结构，并利用设计好的神经网络模型，对本文选取的两组数据沪深 300 指数和百度的收盘价进行预测。

4. 模型预测结果比较

利用单一模型 ARIMA(4, 1, 8)模型和 BP 神经网络模型对沪深 300 指数收盘价的预测值, 两种组合合法得到的模型的预测值以及各模型所对应的相对误差如表 6, 表 7 所示, 用 ARIMA(2, 1, 2)模型和 BP 神经网络模型, 以及采用不同方式组合的模型, 对百度收盘价的预测值及各模型预测的相对误差如表 8, 表 9 所示。

Table 6. Predicted values of CSI 300 Index by different models

表 6. 不同模型对沪深 300 指数的预测值

日期	实际收盘价	不同模型的预测值			
		ARIMA(4, 1, 8)	BP	等权重组合	方差倒数法组合
2019/12/18	4032.78	4053.58	4035.54	4044.56	4043.85
2019/12/19	4027.15	4053.34	4029.58	4041.46	4040.53
2019/12/20	4017.25	4052.9	4023.90	4038.40	4037.26
2019/12/23	3967.1	4043.9	4018.48	4031.19	4030.19
2019/12/24	3992.96	4048.78	4013.29	4031.03	4029.65
2019/12/25	3990.87	4037.16	4008.32	4022.74	4021.61
2019/12/26	4025.99	4046.6	4003.55	4025.08	4023.39
2019/12/27	4022.03	4046.62	3998.96	4022.79	4020.93
2019/12/30	4081.63	4043.95	3994.54	4019.25	4017.31
2019/12/31	4096.58	4054.64	3990.28	4022.46	4019.94

Table 7. Relative error of different models on the CSI 300 Index

表 7. 不同模型对沪深 300 指数的相对误差

日期	不同模型的预测值			
	ARIMA(4, 1, 8)	BP	等权重组合	方差倒数法组合
2019/12/18	0.52%	0.07%	0.29%	0.27%
2019/12/19	0.65%	0.06%	0.36%	0.33%
2019/12/20	0.89%	0.17%	0.53%	0.50%
2019/12/23	1.94%	1.30%	1.62%	1.59%
2019/12/24	1.40%	0.51%	0.95%	0.92%
2019/12/25	1.16%	0.44%	0.80%	0.77%
2019/12/26	0.51%	0.56%	0.02%	0.06%
2019/12/27	0.61%	0.57%	0.02%	0.03%
2019/12/30	0.92%	2.13%	1.53%	1.58%
2019/12/31	1.02%	2.59%	1.81%	1.87%

Table 8. Different models predict Baidu's stock price
表 8. 不同模型对百度股价的预测值

日期	实际收盘价	不同模型的预测值			
		ARIMA(2,1,2)	BP 神经网络	等权重组合	方差倒数法组合
2019/12/18	126.69	123.59	124.53	124.06	124.07
2019/12/19	128.07	123.17	125.32	124.25	124.28
2019/12/20	127.49	123.68	126.22	124.95	124.99
2019/12/23	128.83	123.56	127.24	125.40	125.47
2019/12/24	128.49	123.31	128.38	125.84	125.93
2019/12/26	127.58	123.59	129.64	126.61	126.72
2019/12/27	126.45	123.54	130.98	127.26	127.39
2019/12/30	126.29	123.38	132.40	127.89	128.05
2019/12/31	126.4	123.54	133.87	128.70	128.88

Table 9. Relative error of Baidu's stock price forecast by different models
表 9. 不同模型对百度股价预测的相对误差

日期	不同模型预测的相对误差			
	ARIMA(2,1,2)	BP 神经网络	等权重组合	方差倒数法组合
2019/12/18	2.45%	1.71%	2.08%	2.06%
2019/12/19	3.82%	2.15%	2.99%	2.96%
2019/12/20	2.99%	0.99%	1.99%	1.96%
2019/12/23	4.09%	1.23%	2.66%	2.61%
2019/12/24	4.03%	0.08%	2.06%	1.99%
2019/12/26	3.13%	1.61%	0.76%	0.68%
2019/12/27	2.30%	3.59%	0.64%	0.74%
2019/12/30	2.30%	4.84%	1.27%	1.39%
2019/12/31	2.26%	5.91%	1.82%	1.96%

上文中相对误差计算公式为:

$$\text{相对误差} = \frac{|\text{预测收盘价} - \text{实际收盘价}|}{\text{实际收盘价}} \times 100\%$$

从预测的相对误差表 7 和表 9 我们可以看出, 通过方差倒数法组合的预测效果在前期较好, 在后期来看, 等权重组合法的预测效果较好。

从模型整体预测效果来看, 本文选择平均绝对百分比误差(MAPE)来评估模型的预测精度, 计算公式如下:

$$\text{MAPE} = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|, \quad y_i \text{ 为实际值, } \hat{y}_i \text{ 为预测值。}$$

利用 MAPE 公式分别计算不同模型对沪深 300 指数和百度股票收盘价预测的平均相对误差, 得到的结果如下表 10 所示:

Table 10. MAPE for different prediction models
表 10. 不同预测模型的 MAPE

沪深 300 指数	模型	ARIMA(4, 1, 8)	0.96%
		BP 神经网络	0.84%
		等权重组合	0.79%
		方差倒数组合	0.79%
百度	模型	ARIMA(2, 1, 2)	3.04%
		BP 神经网络	2.46%
		等权重组合	1.81%
		方差倒数组合	1.82%

由上表 10 可知,在对沪深 300 指数的预测模型中,等权重组合和方差倒数组合的 ARIMA-BP 的 MAPE 都为 0.79%,是四个模型中最小的,说明组合后的模型预测效果最好,在对百度股价的预测模型中,等权重组合的模型的 MAPE 为 1.81%,也是四个模型中最小的,说明预测效果最好。

5. 结论

本文利用时间序列模型和 BP 神经网络模型,对沪深 300 指数和百度股票的收盘价进行分析,分别建立了 ARIMA(4, 1, 8)和 ARIMA(2, 1, 2)模型和 BP 神经网络两种单一模型,以及通过方差倒数法和等权重法来组合两种模型,得到等权重组合 ARIMA-BP 模型和方差倒数组合模型,并利用四种模型对收盘价进行预测。结果表明,组合模型的预测效果优于单一模型。在组合模型中,等权重组合 ARIMA-BP 模型的预测效果比方差倒数组合模型好;在单个模型中,BP 神经网络的预测效果优于 ARIMA 模型。这一结论充分说明了结合金融数据的线性和非线性的特征来进行预测是可行的,能较高地提升我们的预测精度。

参考文献

- [1] 吴玉霞,温欣. 基于 ARIMA 模型的短期股票价格预测[J]. 统计与决策, 2016(23): 83-86.
- [2] 贺本岚. 股票价格预测的最优选择模型[J]. 统计与决策, 2008(6): 135-137.
- [3] 陈小玲. 基于 ARIMA 模型与神经网络模型的股价预测[J]. 经济数学, 2017, 34(4): 30-34.
- [4] Bates, J.M. and Granger, C.W.J. (1969) Combination of Forecasts. *Operational Research Quarterly*, **20**, 451-468.
- [5] 翟静,曹俊. 基于时间序列 ARIMA 与 BP 神经网络的组合预测模型[J]. 统计与决策, 2016(4): 29-32.
- [6] 王黎明,王连,杨楠,编著. 应用时间序列分析[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2009.
- [7] 任青山,方遼,朱幸辉. 基于多元回归的 BP 神经网络生猪价格预测模型[J]. 江苏农业科学, 2019, 47(14): 277-281.