

多天敌作用下的阶段结构虫媒传染病动力学

周凤燕

绍兴文理学院 数理信息学院, 浙江 绍兴
Email: fyz_ux@163.com

收稿日期: 2021年2月17日; 录用日期: 2021年3月23日; 发布日期: 2021年3月30日

摘 要

研究幼虫天敌和成虫天敌作用下的具有阶段结构虫媒传染病动力学, 基于数值模拟分析虫媒出生率、死亡率和转化率对疾病流行区域和平衡值的影响, 为虫媒疾病的长远防治提供理论依据。

关键词

虫媒传染病, 阶段结构, 天敌, 疾病控制

Multi-Predator Effects on the Host-Vector Disease Dynamics with Stage Structure

Fengyan Zhou

Department of Mathematics, Shaoxing University, Shaoxing Zhejiang
Email: fyz_ux@163.com

Received: Feb. 17th, 2021; accepted: Mar. 23rd, 2021; published: Mar. 30th, 2021

Abstract

In this paper, we study the dynamics of vector-borne disease model with stage structure under the impact of Larval natural enemies and adult natural enemies. Based on numerical simulation, the effects of vector-borne birth rate, death rate and conversion rate on the epidemic area and equilibrium value were analyzed to provide theoretical basis for long-term control of vector-borne disease.

Keywords

Vector-Host Diseases, Stage Structure, Natural Enemies, Disease Control

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

虫媒传染病指以虫类为媒介导致宿主致病并传播的疾病，其预防与控制可从虫媒和染病宿主两方面入手。生物控制是虫媒控制比较好的方法，具有无污染、成本低、安全性、持续性强等特点，利用生物或生物制剂消灭或缩短媒介的预期寿命，以达到阻断虫媒疾病传播之目的，已成功应用于许多疾病，例如疟疾、登革热、莱姆病和蜱虫病等。

阶段结构是影响传染病传播与发展的重要因素。虫媒的生理阶段结构可分为幼虫、成虫等阶段。一些传染病可由虫幼虫传染，如猪囊虫病和恙虫病；一些传染病仅由虫媒成虫传染，如由蚊子传染的疟疾、登革热等，又如由松墨天牛成虫传染的松树枯萎症等。虫媒在自然界天敌众多，以松树枯萎症为例，松墨天牛在自然界的天敌多达 97 种，文[1] [2]实证研究表明肿腿蜂和白僵菌双管齐下的防控效果比单种天敌对松墨天牛幼虫的防治效果更好。

文[3]研究天敌作用下具有阶段结构的虫媒传染病模型，讨论平衡点的局部与全局动力学性态，得到疾病控制阈值，并理论证明稳定极限环的存在性，进一步分析无天敌与单天敌存在下具有阶段结构虫媒传染病模型的基本再生数关于虫媒出生率、死亡率与幼虫向成虫转化率的不同变化。

本文主要在文[3]基础之上，引入幼虫天敌，基于数值分析研究多天敌作用下疾病稳定性区域、染病宿主与虫媒的平衡点值变化，以及染病宿主与虫媒密度关于阶段结构系数的变化。本文内容有助于人们理解物种生态环境多样性的破坏与虫媒疾病频繁爆发的潜在关系，为虫媒疾病的长远防治提供理论支持。

2. 主要内容

2.1. 模型

基于文[3]模型(1)，引入幼虫天敌，得到多天敌作用下具有阶段结构的虫媒传染病模型：

$$\begin{cases} \frac{dS_h(t)}{dt} = b_1 - \beta_1 S_h(t) I_v(t) - \mu_h S_h(t), \\ \frac{dI_h(t)}{dt} = \beta_1 S_h(t) I_v(t) - (\mu_h + \delta_h) I_h(t), \\ \frac{dM_v(t)}{dt} = b_2 (S_v(t) + I_v(t)) - (\mu_{v1} + d) M_v(t) - \frac{h_1 M_v(t) P_1(t)}{1 + a_1 M_v(t)}, \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = \frac{\gamma_1 h_1 M_v(t) P_1(t)}{1 + a_1 M_v(t)} - e_1 P_1(t), \\ \frac{dS_v(t)}{dt} = d M_v(t) - \beta_2 S_v(t) I_h(t) - \mu_{v2} S_v(t) - \alpha S_v(t) (S_v(t) + I_v(t)) - \frac{h_2 S_v(t) P_2(t)}{1 + a_2 N_v(t)}, \\ \frac{dI_v(t)}{dt} = \beta_2 S_v(t) I_h(t) - \mu_{v2} I_v(t) - \alpha I_v(t) (S_v(t) + I_v(t)) - \frac{h_2 I_v(t) P_2(t)}{1 + a_2 N_v(t)}, \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = \frac{\gamma_2 h_2 N_v(t) P_2(t)}{1 + a_2 N_v(t)} - e_2 P_2(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中 $S_h(t)$ 表示易感(未染病)宿主， $I_h(t)$ 表示染病宿主，宿主总量 $N_h = S_h + I_h$ ；虫媒分幼虫和成虫两阶

段, 分别记为 $M_v(t)$ 和 $N_v(t)$, 并假设只有成虫才具备传染疾病的能力, 因此, 将成虫 $N_v(t)$ 分为类易感者类和感染者类两个子类, 分别记为 $S_v(t)$ 和 $I_v(t)$, 即 $N_v(t) = S_v(t) + I_v(t)$ 。幼虫和成虫的天敌分别记为 $P_1(t)$ 和 $P_2(t)$, 假设两类天敌对虫媒的作用都是 II 型功能反应。 b_1, b_2 分别表示宿主的出生率和幼虫媒介的出生率, β_1 是患病媒介与易感宿主之间的传染率系数, β_2 是患病宿主与易感虫媒之间的传染率系数, $\mu_h, \mu_{v1}, \mu_{v2}$ 分别代表宿主、幼虫媒介和成虫媒介的自然死亡率; δ_h 是宿主的因病死亡率, d 是幼虫媒介向成虫媒介的转化率, α 表示成虫媒介之间的密度制约系数, h_1 表示幼虫天敌对幼虫媒介的捕获率, h_2 表示成虫天敌对成虫媒介的捕获率, a_1, a_2 是幼虫天敌和成虫天敌的饱和率, e_1, e_2 分别是幼虫天敌和成虫天敌的死亡率, γ_1 是幼虫天敌捕获幼虫后的转化率系数, γ_2 是成虫天敌捕获成虫后的转化率系数。

利用文献[4] [5], 计算得到基本再生数

$$R_0 = b_1 \beta_1 \beta_2 \tilde{S}_v \left/ \left[\mu_h (\mu_h + \delta_h) \left(\mu_{v2} + \alpha \tilde{S}_v + \frac{h_2 \tilde{P}_2}{1 + a_2 \tilde{S}_v} \right) \right] \right.,$$

其中

$$\tilde{P}_2 = (1 + a_2 \tilde{S}_v) [d \tilde{M}_v - \mu_{v2} \tilde{S}_v - \alpha \tilde{S}_v^2] / (h_2 \tilde{S}_v), \tilde{M}_v = e_1 / (\gamma_1 h_1 - a_1 e_1), \tilde{S}_v = e_2 / (\gamma_2 h_2 - a_2 e_2).$$

2.2. 多天敌策略分析

这一节, 主要关心多天敌与单天敌相比在虫媒疾病防控方面的优势。疾病流行率定义为:

$$i_h(t) = \frac{t \text{时刻的染病宿主量}}{t \text{时刻的宿主总量}} = \frac{I_h(t)}{N_h(t)}, i_v(t) = \frac{t \text{时刻的染病虫媒量}}{t \text{时刻的虫媒总量}} = \frac{I_v(t)}{N_v(t)}.$$

根据文献[6] [7], 选取参数如下:

$$b_1 = 0.003, \mu_h = 0.014/365, \delta_h = 18.25/365, \beta_1 = 14.1/365, \mu_v = 0.014/365,$$

$$d = 0.5, \beta_2 = 49.35/365, \alpha = 0.005, a_1 = 0.1, \gamma_1 = 0.1, e_1 = 0.1, a_2 = 0.1, \gamma_2 = 0.15, e_2 = 0.15$$

1) i_h 和 i_v 关于不同天敌捕获率的仿真结果

从图1和图2可见, 天敌不存在(即 $h_1 = h_2 = 0$)时, 虫媒疾病持续存在; 引入天敌 P_1 后(取 $h_1 = 0, h_2 = 0.3$) i_h 和 i_v 呈周期震荡, i_h 和 i_v 的平衡值有所降低, 但疾病仍存在; 同时引入幼虫和成虫天敌(取 $h_1 = 0.5, h_2 = 0.3$) 发现周期震荡现象仍存在, 但 i_h 的平衡值又有所降低, 疾病仍存在, 由于多天敌的复杂作用(例如天敌之间的竞争等)导致 i_v 的振幅比单天敌作用时要大的多(见图2带圆点的实虚曲线); 进一步增加成虫天敌的捕获率($h_2 = 0.9$)并保持幼虫天敌捕获率不变, 此时周期震荡现象消失, 疾病消亡。

图1, 图2结果表明引入一类虫媒天敌能在一定程度减少染病宿主和虫媒的平衡值, 疾病无法消亡, 但在相同参数条件下引入幼虫和成虫的天敌可促使虫媒疾病消亡。这一结论启示多天敌作用策略比单天敌策略能更好地防控虫媒疾病流行。

2) 阶段结构因素对虫媒疾病传播的影响

以下通过仿真图(图3~图5)说明阶段结构因素在无天敌、单天敌和多天敌三情形下对虫媒疾病传播的影响。

图3说明疾病流行率 i_h 和 i_v 关于幼虫出生率 b_2 的变化。天敌不存在时, i_h 随 b_2 的增加而增加; 引入成虫天敌 P_2 后, i_h 随 b_2 的增加而减少, 因为幼虫出生率的增加间接导致天敌数量的增加, 从而引起 i_h 的减少, 此时, 尽管虫媒疾病仍持续存在, 但 i_h 值远低于无天敌时的 i_h 值。从图3(b)可见当天敌不出现时, i_v 随 b_2 的增加而递减, 幼虫出生率 b_2 越大, 未染病的虫媒密度越大, 因此降低了染病虫媒的比率; 引入成虫天敌 P_2 后, i_v 也随着 b_2 的增加而递减, 但当天敌 P_1 和 P_2 同时引入后, 随着 b_2 增加, 虫媒层次的疾

病流行率 i_v 未发生改变, 原因在于对虫媒疾病起直接控制作用的成虫天敌 P_2 的平衡值密度与 b_2 无关。

图 4 说明疾病流行率 i_h 和 i_v 关于幼虫转化率 d 的变化情况。从图 4(a) 可知天敌不出现时, i_h 随 d 的增加而增加(见图 4(a) 中的点线); 引入成虫天敌 P_2 后, i_h 随 d 的增加而减少, 且 d 越大, i_h 减少越慢。此时尽管虫媒疾病仍存在, 但 i_h 值远低于无天敌时的 i_h 值(见图 4(a) 中的点虚线); 当同时引入幼虫和成虫的天敌 P_1 和 P_2 后, 随着 d 的增加宿主层次的疾病流行率 i_h 进一步减少, 染病宿主比例接近于零(见图 4(a) 中的实线)。从虫媒层次的疾病流行率看, 无论是无天敌情形、单天敌情形还是多天敌情形, i_h 都随着 d 的增加而减少。且随着天敌从无到有, 从单种到多种, i_h 的值在进一步降低。尤其当引入多天敌后, i_h 的值下降显著(见图 4(b))。因此从染病宿主和虫媒的角度看, 多种天敌作用下的疾控效果明显优于单种天敌情形。

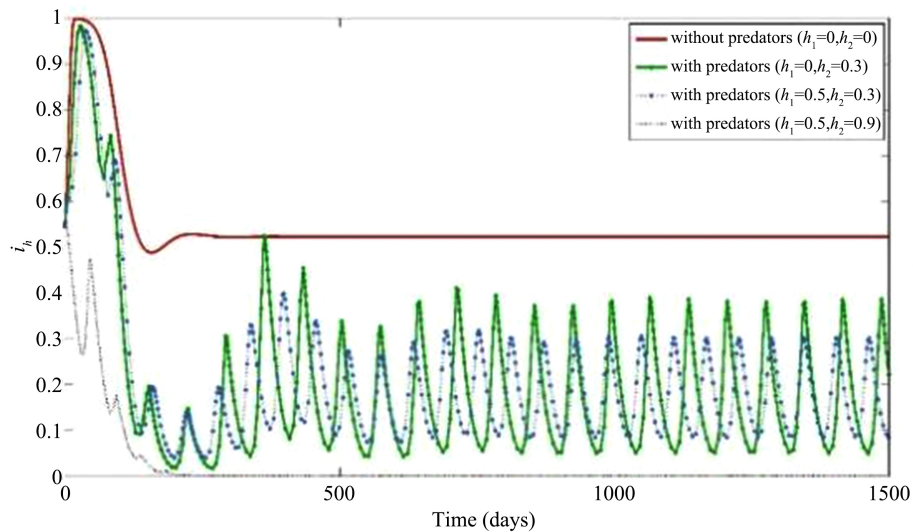


Figure 1. The population density of infected hosts with no natural enemies, single natural enemies and multiple natural enemies

图 1. 染病宿主在无天敌、单天敌和多天敌情形下的种群密度

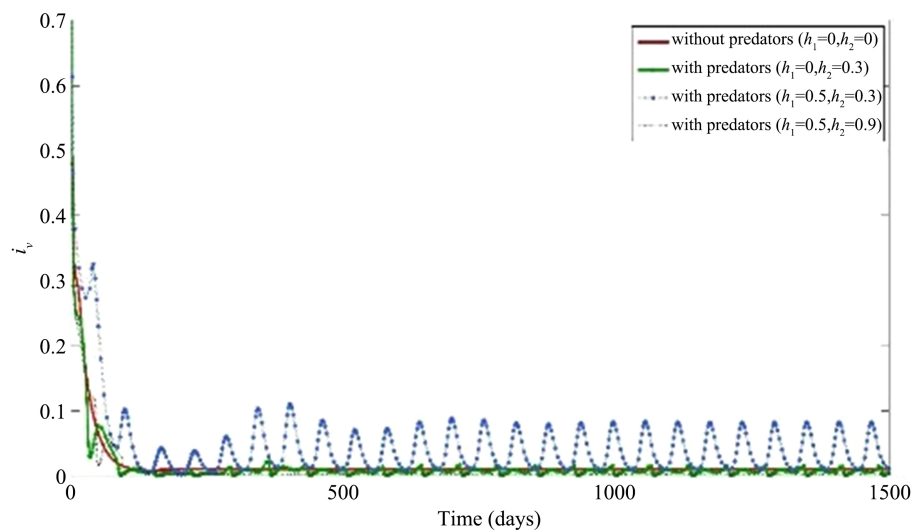


Figure 2. The population density of infected vectors with no natural enemies, single natural enemies and multiple natural enemies

图 2. 染病虫媒在无天敌、单天敌和多天敌情形下的种群密度

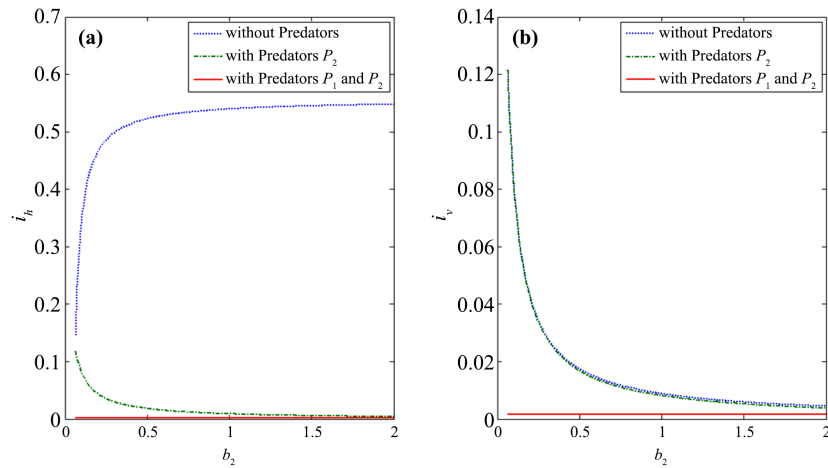


Figure 3. The change of disease prevalence i_h and i_v with larval birth rate b_2 of the immature vectors
图 3. 疾病流行率 i_h 和 i_v 关于幼虫出生率 b_2 的变化图

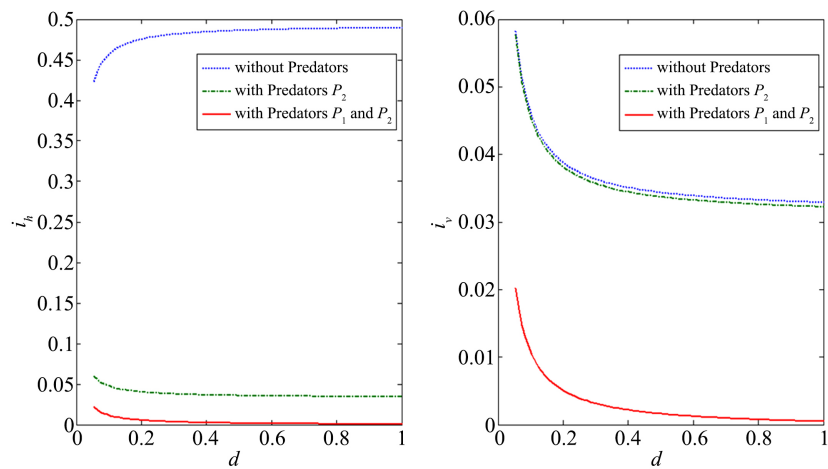


Figure 4. The change of disease prevalence i_h and i_v with larval conversion rate d of the immature vectors
图 4. 疾病流行率 i_h 和 i_v 关于幼虫的转化率 d 的变化图

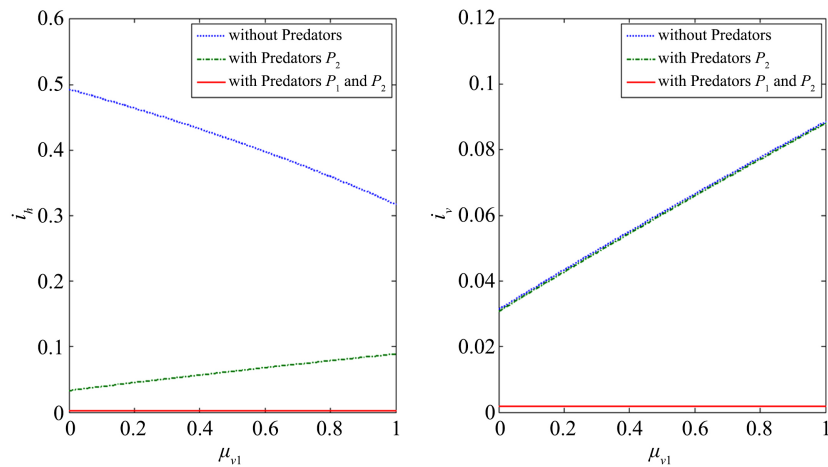


Figure 5. The change of disease prevalence i_h and i_v with larval death rate μ_{v1} of the immature vectors
图 5. 疾病流行率 i_h 和 i_v 关于幼虫的死亡率 μ_{v1} 的变化图

图5说明疾病流行率 i_h 和 i_v 关于幼虫死亡率 μ_{v1} 的变化情况。无天敌情形下 i_h 随着 μ_{v1} 的增加而减少, i_v 则随 μ_{v1} 增加而增加(分别如图5中的点线所示);随着天敌 P_2 的加入, i_h 随 μ_{v1} 的增加而增加,但 i_h 的值比无天敌时显著下降(如图5(a)中的虚线所示);引入 P_2 后, i_v 也随着 μ_{v1} 的增加而增加,但与无天敌时相比, i_v 减少甚微。从图5的实线可知,随着天敌 P_1 和 P_2 同时引入, i_h 和 i_v 随着 μ_{v1} 的增加不发生改变,增加幼虫死亡率 μ_{v1} 导致幼虫天敌 P_1 密度的减少,但不改变对虫媒疾病控制起直接作用的成虫天敌 P_2 的密度值,天敌 P_2 调控成虫数量,因此疾病流行率 i_h 和 i_v 不因 μ_{v1} 的增加而发生改变。但与单天敌的情形相比,引入多天敌后 i_h 和 i_v 的值均显著减少。多天敌的引入比单天敌更有利于虫媒疾病的控制。

3. 小结

本章利用数值仿真研究多种天敌策略对疾病控制的影响,评估不同策略的疾控效果并分析阶段结构因素对不同控制策略的作用。从仿真结果看,多种天敌策略比单种天敌策略控制效果好。多种天敌的引入导致疾病流行率 i_h 和 i_v 的值越小,更容易消除疾病。同时,仿真结果表明阶段结构参数 b_2 (幼虫的出生率), d (幼虫向成虫的转化率)和 μ_{v1} (幼虫的死亡率)在无天敌、单种天敌与多种天敌情形下起到不同的作用。无天敌情形时, i_h 和 i_v 的值与 b_2 , d 和 μ_{v1} 直接相关,减少 b_2 和 d ,增加 μ_{v1} 更有助于虫媒疾病的控制。结论符合常态想法。引入天敌后,我们发现 i_h 和 i_v 的值随着 b_2 和 d 的增加而减少,而随着 μ_{v1} 增加而增加,因此增大 b_2 和 d ,减少 μ_{v1} 更有助于虫媒疾病的控制。这一结论与无天敌情形时恰好相反。主要原因在于 b_2 和 d 的增加以及 μ_{v1} 的减少,使得幼虫数量增多,从而间接使得虫媒天敌的数量也增多,因此染病宿主和虫媒的比率 i_h 和 i_v 的值也下降,有利于疾病的控制。引入多种天敌后,我们发现 b_2 和 μ_{v1} 不影响疾病的流行率,即 i_h 和 i_v 不随 b_2 和 μ_{v1} 的变化而变化,但 i_h 和 i_v 随着 d 的增加而减小。这一结论告诉我们在利用多种天敌控制虫媒疾病时,在幼虫阶段采取一些措施例如清除孳生水体或集中捕捞卵块、幼虫和蛹,适当使用杀虫剂等以减少幼虫向成虫的转化率,可减少成虫传染疾病的传播机率。启示我们天敌种类的多样性对于虫媒疾病的防控起积极作用。

基金项目

浙江省教育厅项目:天敌作用下阶段结构虫媒传染病模型的动力学分析(编号:Y201840026);绍兴文理学院博士科研启动项目:分数阶惯性神经网络的动力学分析(编号:20205030);浙江省高等教育学会高等教育课题“应用型高等学校高等数学”口袋实验室“进课堂”(编号:2020118);绍兴市教改项目基于“OBE”理念的地方性师范院校实践教学体系构建——以绍兴文理学院为例(编号:38004003004)。

参考文献

- [1] 杨希,黄金水,何学友,等.管氏肿腿蜂及其带菌室内防治松墨天牛幼虫试验[J].福建林业科技,2005,32(3):94-99.
- [2] 刘洪剑,朴春根,汪来发,等.白僵菌和肿腿蜂对松墨天牛幼虫的作用[J].林业科学,2007,43(5):64-68.
- [3] Zhou, F.Y. Ma, C.R., Liang, H.Z., Dai, B.X. and Yao, H.X. (2018) Impact of Predator on the Host-Vector Disease Model with Stage Structure for the Vector. *Advances in Difference Equations*, **324**, 1-22. <https://doi.org/10.1186/s13662-018-1777-6>
- [4] Diekmann, O., Heesterbeek, J.A.P. and Metz, J.A.J. (1990) On the Definition and the Computation of the Basic Reproduction Ratio R_0 in Models for Infectious Diseases in Heterogeneous Populations. *Journal of Mathematical Biology*, **28**, 365-382. <https://doi.org/10.1007/BF00178324>
- [5] Driessche, V.P. and Watmough, J. (2002) Reproduction Numbers and Sub-Threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission. *Mathematical Biosciences*, **180**, 29-48. [https://doi.org/10.1016/S0025-5564\(02\)00108-6](https://doi.org/10.1016/S0025-5564(02)00108-6)
- [6] Moore, S.M., Borer, E.T. and Hosseini, P.R. (2009) Predators Indirectly Control Vector-Borne Disease: Linking Pre-

dator-Prey and Host-Pathogen Models. *Journal of the Royal Society Interface*, **7**, 161-176.
<https://doi.org/10.1098/rsif.2009.0131>

- [7] Zhou, F.Y. and Yao, H.X. (2014) Dynamics and Biocontrol: The Indirect Effects of a Predator Population on a Host-Vector Disease Model. *Abstract and Applied Analysis*, **2014**, Article ID 252718.
<https://doi.org/10.1155/2014/252718>