

# 基于分数阶微分的滑坡变形监测数据的融合

李一鸣, 罗文强

中国地质大学(武汉)数学与物理学院, 湖北 武汉  
Email: 1826085825@qq.com

收稿日期: 2021年4月21日; 录用日期: 2021年5月7日; 发布日期: 2021年5月26日

## 摘要

目前滑坡监测方式主要是点监测,但这种监测手段只能反映滑坡局部的变形情况,不能完全反映滑坡面上整体的变形情况,而且在测量过程中,监测值往往会受到随机噪声的干扰,影响各个传感器测量的结果,这两种情况都对滑坡的预测预报有极大的影响。本文将分数阶微积分与数据融合两种理论相互结合,建立分数阶微分滑坡数据的融合处理模型,通过该算法得到一个更全面的信息,然后用滑坡实际监测信息进行实验计算。结果表明:分数阶微分具有显著的数据融合效果,与动态权值加权相比,该算法精度更高的同时能更好地反馈滑坡的全局信息,有利于提高滑坡监测的准确性和预测的科学性。

## 关键词

分数阶微分, 数据融合, 滑坡

# Fusion of Landslide Deformation Monitoring Data Based on Fractional Differential

Yiming Li, Wenqiang Luo

College of Mathematics and Physics, China University of Geosciences (Wuhan), Wuhan Hubei  
Email: 1826085825@qq.com

Received: Apr. 21<sup>st</sup>, 2021; accepted: May 7<sup>th</sup>, 2021; published: May 26<sup>th</sup>, 2021

## Abstract

At present, the main monitoring method of landslide is point monitoring, but this monitoring method can only reflect the local deformation of landslide, not the whole deformation on landslide surface, and in the process of measurement, the monitoring value is often disturbed by random noise and affects the measurement results of each sensor. Both cases have great influence on landslide prediction. In this paper, two theories of fractional calculus and data fusion are com-

bined to establish a fusion processing model of fractional differential landslide data. A more comprehensive information is obtained by this algorithm. Then the actual monitoring information of landslide is used for experimental calculation. The results show that fractional differential has significant data fusion effect. Compared with dynamic weight weighting, the algorithm has higher accuracy and better feedback of global information of landslide. It is helpful to improve the accuracy of landslide monitoring and the scientific nature of prediction.

## Keywords

Fractional Differential, Data Fusion, Landslide

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

滑坡是一种具有严重危害性的自然灾害, 它会对人民的生命安全和财产造成极大的威胁。我国是世界上滑坡灾害最严重且分布最广的国家之一。滑坡的预测预报一直是滑坡研究中重要的一部分, 准确的预测预报便于人们提前预防与管理。目前已知的国内外常用的滑坡预测模型是位移 - 时间模型[1], 即根据滑坡的位移 - 时间曲线建立数学模型去描述滑坡实际情况, 然后根据绘制的曲线图进行滑坡的预测和分析。我国早期对滑坡体进行点监测, 它是在滑坡体上布置多个传感器来监测滑坡的形变, 然后人们从众多监测点中, 依据经验选取某一个具有代表性的监测点的监测数据进行滑坡的预测预报, 但学者们对选取的监测点是否真正具有代表性存在争议; 而且这个点监测的监测方式, 只反映点的位移信息, 不能反映滑坡面上的全局信息。为了使监测数据具有更强的科学性, 更好的反映滑坡面上的全局信息, 本文提出利用数据融合技术解决滑坡数据的处理问题, 将多个传感器数据进行融合, 便于在融合的基础上开展后续的相关工作。

在实际的监测过程中设备性能和工作环境都会带来一定的测量噪声, 这些噪声会使得测量的数据和真实值之间存在一定的差异, 这对滑坡的预测预报工作来说又是一个难题。数据融合是将多个传感器获取的信息加以分析, 对比, 综合。在加强信息互补性的同时避免数据冗余的一种数据处理技术, 文献[2]提到的卡尔曼滤波算法中, 实现了滑坡数据的滤波, 但是滑坡实际的系统噪声与测量噪声未知的, 文章只简单假设是高斯白噪声, 没有保证滤波的可靠性和平稳性, 文献[3]介绍了分数阶微积分处理图像的方法, 但只是介绍了分数阶微积分在二维模型中的应用, 没有对其他为模型做进一步的研究。随着分数阶微积分理论的不断发展和应用, 分数阶微积分被众多研究者应用在多个领域, 针对特征级的图像融合也具有较好的效果。本文将分数阶微积分理论引入到数据级的融合处理中, 实现滑坡预报的准确性与科学性的目的。

通过建立分数阶微分融合模型, 对滑坡体上多个传感器监测值进行融合。并结合滑坡的数据, 验证算法的准确性和实用性, 为提高滑坡预测预报工作的可靠性和决策的科学性提供理论上的支持。结果表明该算法可以有效消除或减弱噪声, 具有一定的融合能力, 并且融合精度较高。

## 2. 分数阶微分的定义

分数阶微积分的概念是由黎曼引入的, 它是从整数阶微分方程拓展而来, 是整数阶微分和积分理论

的延伸。分数阶微积分具有目标连续时间内的所有信息(整数阶微积分表示的是当前时刻附近的信息), 与积分学相比, 分数阶微分算子还能够客观地揭示和描述实际系统的物理特性。由于分数阶微积分的特性, 近年来分数阶微积分理论在其他领域得到了快速发展, 很多学者也依据分数阶微积分的特性对图像融合做了大量的研究, 但分数阶微积分针对一维模型融合的研究并不多见。

分数阶微分比较常见的有 Grunwald-Letnikov、Caputo Riesz 和 Riemann-Liouville 三种形式。Riemann-Liouville 是将连续函数的整数阶微积分扩展到分数阶微积分的定义, 但它定义的是分析形式, 不便于计算机的计算, 根据发展需要又有了 Grunwald-Letnikov 的形式, 它是通过对原整数阶微分的差分近似递推公式求极限而得到的[4][5]。因其形式方便计算机处理, 所以在经常在工程中应用。本文的分数阶微积分滑坡融合模型是在 Grunwald-Letnikov 定义的基础上, Grunwald-Letnikov 的定义[6]为: 设函数的定义域为  $(a, t)$ , 函数  $s(t)$  有  $n+1$  阶连续导数, 对于任意实数  $\nu$ , 记  $\nu$  的整数部分为  $[\nu]$ ,  $\nu > 0$  时,  $n \geq [\nu]$ , 则函数  $s(t)$  的阶数为  $\nu (n \leq \nu < n+1)$  的分数阶微分定义为:

$${}_a D_t^\nu s(t) = \lim_{h \rightarrow 0} s_h^{(\nu)}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\nu} \sum_{j=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} \binom{-\nu}{j} s(t-jh) \quad (1)$$

式中,  $D$  为微分处理函数,  $\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor$  是  $\frac{t-a}{h}$  取整后的值;  $s(t)$  的区间为  $[a, t]$ ,  $h$  为步长值;  $\nu$  为分数阶次数,  $s_h^{(\nu)}(t)$  是指函数  $s(t)$  在步长为  $h$  时的  $\nu$  阶微分函数, 其中:

$$\binom{-\nu}{j} = \frac{-\nu(-\nu+1)(-\nu+2)\cdots(-\nu+j-1)}{j!}$$

### 3. 滑坡监测信息的融合算法

#### 3.1. 数据融合处理模型

滑坡监测系统通过传感器获得滑坡体各项测量值(位移、位移速率、降雨量等), 然后应用网络技术传送到滑坡监测中心, 检测目标的测量值为  $E_i (i=1, 2, \dots, n)$ 。针对监测信息在获取与传送过程中产生的测量误差会直接影响着监测数据准确性的问题, 设测量值  $E$  与影响因子  $x$  (传感器性能、传输距离以及测量环境等)之间的函数关系式为  $E(x)$ 。影响因子受干扰的程度大小对测量值产生了直接的影响, 因在测量过程中, 无论是环境还是设备性能的影响, 测量值被其噪声干扰, 所以有必要对影响因子进行滤波处理, 减少影响因子对测量值的干扰强度, 然后再利用数据融合技术将得到的结果进行处理, 最后得到了分数阶微分的滑坡多传感器数据的处理模型。

根据 Grunwald-Letnikov 定义, 需要先确定函数的定义域, 然后根据定义域的上下限确定相关的步长, 和求出的测量值与影响因子的关系式  $E(x)$  一起代入表达式(1), 则可以得到基于 Grunwald-Letnikov 定义下的分数阶微分的滑坡监测数据融合模型:

$${}_a^G D_t^\nu E(x) = \lim_{h \rightarrow 0} E_h^{(\nu)}(x) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\nu} \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} \binom{-\nu}{i} E(x-ih) = h^{-\nu} \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} \omega_i^\nu E(x-ih) \quad (2)$$

其中,  $G$  为分数阶微分 Grunwald-Letnikov 定义的简单表示,  $\omega_i^\nu$  为权系数值, 它的计算公式为

$$\omega_0^\nu = 1, \omega_i^\nu = \left[ \frac{i-(\nu+1)}{i} \right] \omega_{i-1}^\nu, i=1, 2, \dots$$

#### 3.2. 数据融合处理过程

数据融合处理需先获取传感器采集滑坡体监测过程中的各类数据信息, 再对各个传感器采集的所有

信息进行整理、分类, 然后选取监测值及其影响因子后, 应用分数阶微分对影响因子进行滤波, 最后代入多传感器数据融合模型, 对目标数据(如水平位移值)进行融合。从融合模型中看出, 数据融合的第一步需要确定模型的各项未知项, 因此要先获取监测数据与影响因子之间的关系式。然后确定模型中的参数, 这样分数阶微分的滑坡监测数据的融合处理过程为:

步骤 1: 采集并整理滑坡面上各个传感器测量的信息(如水平位移值)。

步骤 2: 根据采集数据的特性, 选取监测信息测量值的影响因子  $x$ , 监测过程中滑坡的测量误差设为该影响因子带来的误差, 选取各传感器测量值  $E_i$  相应的影响因子  $x_i$ , 并拟合出它们之间的函数关系式  $E(x)$ 。

步骤 3: 明确模型中的各项参数。

步骤 4: 依据数据融合模型, 计算各监测数据  $E_i$  的分数阶微分融合结果  $E_i^{(\nu)}$ 。

## 4. 应用实例

### 4.1. 模型参数的确定

滑坡体上的监测位移见表 1, 该滑坡位于京港澳长沙市东边某高速路段[7], 因人类工程活动的影响, 地质条件复杂。表 1 为滑坡体上 4 个监测孔(SHZ1-01, SHZ1-02, SHZ1-03, SHZ1-04)在 2012 年的同一时刻的水平位移监测数据。

Table 1. Monitoring data

表 1. 监测数据

| 监测日期       | SHZ1-01 (mm) | SHZ1-02 (mm) | SHZ1-03 (mm) | SHZ1-04 (mm) |
|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 2012/9/5   | 0.26         | 0.69         | 0.59         | 1.47         |
| 2012/9/20  | 1.04         | 1.56         | 2.31         | 2.42         |
| 2012/10/5  | 1.36         | 1.52         | 3.24         | 2.12         |
| 2012/10/20 | 1.26         | 0.38         | 2.14         | 3.26         |
| 2012/11/5  | 1.78         | 2.22         | 3            | 4.08         |
| 2012/11/20 | 0.36         | 1.43         | 0.8          | 2.29         |
| 2012/12/5  | 1.45         | 0.17         | 0.85         | 0.94         |

1)  $E(x)$  关系式的确定: 传感器的误测误报大多来自于传感器本身的性能和环境噪声的影响。表 1 中的数据都是对同一滑坡体不同时刻的测量数据, 相同批次的设备之间的差异性可以忽视, 数据传送到检测中心这一过程中受到的干扰也是相同的。本次水平位移值的噪声干扰确定来自于环境的差异, 由此确定环境因素是测量值  $E$  (水平位移) 的影响因子  $x$ , 传感器受环境影响的程度大小通过其测量误差体现出来, 受环境干扰的程度越大, 误差也就会越大。本例中滑坡体每个时刻监测数据能否反映滑坡真正位移的情况是不明确的, 因为现代技术获得的数据都是测量值, 测量值与真实值之间存在无法预测的噪声。为了消除环境噪声的干扰, 首先获取相同时刻的所有传感器的监测值, 然后把把这些监测值的平均值作为滑坡在此刻真实值的参考值, 其次把各传感器的测量值与平均值的偏差看作是真实值的偏差。这样就可以近似地计算出各传感器在各个时刻的测量偏差的方差。然后采用最小二乘法拟合得到测量值与影响因子的关系式。求出的关系式如下:

$$E(x) = 1.312x + 0.9148 \quad (3)$$

2) 阶次  $\nu$  的选择: 不同的阶次有不同的融合结果, 微分算子阶次的选取对融合效果也有影响。本文为了便于比较不同阶次的效果, 在已知当阶次  $1 < \nu < 2$  时, 融合的效果不如一阶与二阶, 选取了当  $0 < \nu < 1$  时,  $\nu = 0.2, 0.5, 0.8$  这三种阶次对融合结果的影响。

3) 步长  $h$  的取值:  $x$  的取值范围为  $[0.20, 1.14]$ , 根据融合模型, 步长  $h$  的取值需要综合精确程度和速度两方面因素的影响。在保障计算可以顺利进行以及融合的结果能够更精确的同时。本文将步长  $h$  取值  $0.01$ , 融合数据所需计算的步数为  $i = 94$ 。

现取分数阶次  $\nu = 0.2, 0.5, 0.8$  和步长  $h = 0.01$  分别代入(4)式的融合处理模型, 通过计算机软件去得到最后的融合结果:

$$\begin{aligned}
 {}_{0.20}^G D_{1.14}^\nu E(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} E_h^{(\nu)}(x) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\nu} \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} \binom{-\nu}{i} E(x-ih) \\
 &= h^{-\nu} \left[ E(x) - \nu E(x-h) - \frac{\nu(1-\nu)}{2!} E(x-2h) - \dots - \frac{\nu(1-\nu)(2-\nu)\dots(i-1-\nu)}{i!} E(x-ih) \right]
 \end{aligned} \tag{4}$$

### 4.2. 融合结果比较与分析

将式(3)代入式(4), 利用计算机技术分别求出  $0.2$ 、 $0.5$ 、 $0.8$  阶微分融合处理结果、 $E^{0.2}(x_i)$ 、 $E^{0.5}(x_i)$  和  $E^{0.8}(x_i)$ , 同时为了便于比较该算法与其他算法的融合效果, 选取动态权值加权这一数据融合的算法, 对于相同的监测数据, 融合结果如表 2 所示:

**Table 2.** Comparison of different methods  
**表 2.** 不同方法的比较

| 监测日期       | 0.2 阶微分融合值(mm) | 0.5 阶微分融合值(mm) | 0.8 阶微分融合值(mm) | 动态权值加权值(mm) |
|------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| 2012/9/5   | 1.25           | 1.36           | 1.50           | 0.59        |
| 2012/9/20  | 1.38           | 1.45           | 1.54           | 1.62        |
| 2012/10/5  | 1.62           | 1.62           | 1.61           | 1.92        |
| 2012/10/20 | 2.28           | 2.06           | 1.80           | 1.58        |
| 2012/11/5  | 1.86           | 1.78           | 1.68           | 2.47        |
| 2012/11/20 | 1.61           | 1.61           | 1.61           | 0.94        |
| 2012/12/5  | 1.26           | 1.37           | 1.50           | 1.00        |

最终得到的是 4 个传感器融合的结果, 由于滑坡体监测数据都是测量值而非真实值, 所以定义融合精度为融合结果与测量值的偏差的均方差的倒数。所得到的结果与测量的数据值的偏差越小, 说明此融合方法的精度越高。用该融合精度表示方法与其他融合方法比较。融合精度的具体表示方法如下: 定义  $\Delta(k)$  为某一时间  $k(k=1, \dots, n)$  的融合结果  $x_0(k)$  与测量值  $x(k)$  的偏差, 则  $\Delta(k) = |x(k) - x_0(k)|$ , 偏差的

均值为  $\bar{\Delta}(k) = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \Delta(k)_i$ , 偏差的方差为:  $\Delta(k)_{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^p (\Delta(k)_i - \bar{\Delta}(k))^2}{p-1}$ , 融合精度为  $\omega = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \Delta(k)_{\sigma^2}}$ ,

不同算法的融合精度如表 3 所示:



**Table 3.** Comparison of fusion precision**表 3.** 融合精度对比

| 融合方法 | 0.2 阶  | 0.5 阶  | 0.8 阶  | 动态权值加权 |
|------|--------|--------|--------|--------|
| 融合精度 | 0.3937 | 0.3707 | 0.3676 | 0.6219 |

从表 3 中可以看出, 分数阶微积分整体上融合的精度比动态权值加权这种算法精度更高、有更理想的融合效果。在本次的数据融合中, 选定了 0.2、0.5、0.8 这三种不同的阶次进行试验, 从融合精度对比中可以看出, 0.8 阶微分融合精度更高, 但在融合的过程中 0.8 阶微分融合降低了信息的强度, 造成原信息的部分缺失, 这不利于滑坡后续工作的开展。所以在微分阶次的融合计算中, 既要保障融合过程中信息的有效互补, 也要提高融合的精度, 综合考虑 0.5 阶微分的融合效果最好。

## 5. 结论

本文将分数阶微分理论引入到数据级融合处理中, 建立了分数阶微分滑坡数据的融合处理模型[8], 结果表明了分数阶微分可以减小测量误差及随机干扰的影响, 从而提高监测信息的有效性和可靠性。分数阶微分融合模型将数据级融合与分数阶微积分结合起来, 促进了分数阶微积分与数据融合对滑坡预测工作的发展。本文初步介绍了基于分数阶微积分理论的融合模型, 下一步的研究内容是: a) 分数阶微积分在阶次的选取过程中, 人们只是选取了几个不同的阶次比较结果, 结合其他成熟理论, 构建可以自动选取融合的最优阶次的算法模型; b) 分数阶微分在融合数据时, 只考虑了影响测量值的一种因素, 没有去除外在因素与内在因素的共同影响, 因此要寻找更合适的模型; c) 目前滑坡变形预测模型主要是基于单一的位移参数, 滑坡的位移时间曲线没有考虑其他外界因素的干扰, 一定程度上影响了滑坡预测预报的可靠性, 需要建立更符合实际的多因素的滑坡模型。

## 参考文献

- [1] 李远耀. 三峡库区渐进式库岸滑坡的预测预报研究[D]: [博士学位论文]. 武汉: 中国地质大学, 2010.
- [2] 孙波. 多传感器融合估计算法的研究及在滑坡中的应用[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 中国地质大学, 2012.
- [3] 黄果, 许黎, 蒲亦非. 分数阶微积分在图像处理中的研究综述[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(2): 414-420.
- [4] Mathieu, B., Melchior, P., Outaloup, A., *et al.* (2003) Fractional Differentiation for Edge Detection. *Signal Processing*, **83**, 2421-2432. [https://doi.org/10.1016/S0165-1684\(03\)00194-4](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(03)00194-4)
- [5] Trelea, I.C. (2003) The Particle Swarm Optimization Algorithm; Convergence Analysis and Parameter Selection. *Information Processing Letters*, **85**, 317-325. [https://doi.org/10.1016/S0020-0190\(02\)00447-7](https://doi.org/10.1016/S0020-0190(02)00447-7)
- [6] Podlubny, I. (1999) *Fractional Differential Equations*, Mathematics in Science and Engineering. Academic Press, New York, 8-15.
- [7] 刘超云, 等. 基于 Kalman 滤波数据融合技术的滑坡变形分析与预测[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2015, 26(4): 30-35.
- [8] 左延红. 基于分数阶微积分的离散制造检测数据融合技术研究[D]: [博士学位论文]. 合肥: 合肥工业大学, 2018.