

# GM(1,1)模型在我国研究生教育规模预测中的应用

陈显雄

上海工程技术大学管理学院, 上海  
Email: cxx19931021@163.com

收稿日期: 2021年8月22日; 录用日期: 2021年9月12日; 发布日期: 2021年9月23日

---

## 摘要

通过选取《中国统计年鉴》2011~2019年我国研究生教育毕业人数、招生人数、在校人数等相关数据, 构建GM(1,1)模型对2020~2025年我国研究生教育规模的发展趋势进行预测分析。结果显示, 2020~2025年我国研究生教育规模(包括毕业人数、招生人数、在校人数)将保持稳定增长, 所建立模型的平均相对误差均小于4%, 说明模型拟合效果好, 具有较高的预测精度。旨在为有关部门在制定研究生教育发展的相关政策时提供一些较为科学参考依据。

## 关键词

GM(1,1)模型, 研究生教育规模, 预测

---

# Application of GM(1,1) Model in the Prediction of Graduate Education Scale in China

Xianxiong Chen

School of Management, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai  
Email: cxx19931021@163.com

Received: Aug. 22<sup>nd</sup>, 2021; accepted: Sep. 12<sup>th</sup>, 2021; published: Sep. 23<sup>rd</sup>, 2021

---

## Abstract

By selecting the relevant data such as the number of graduate education graduates, admissions

and enrollments in China's statistical yearbook from 2011 to 2019, a GM(1,1) model is constructed to predict and analyze the development trend of China's graduate education scale from 2020 to 2025. The results show that the scale of China's Graduate Education (including the number of graduates, admissions and enrollments) will maintain a stable growth from 2020 to 2025, and the average relative errors of the established models are less than 4%, indicating that the model has good fitting effect and high prediction accuracy. The purpose is to provide some scientific reference for relevant departments in formulating relevant policies for the development of graduate education.

## Keywords

GM(1,1) Model, The Scale of Graduate Education, Forecast

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

研究生教育规模是指具备研究生培养资质的高等院校和社会有关科研机构培养的研究生总人数，一般包括硕士研究生和博士研究生、全日制研究生和非全日制研究生[1]。从 1978 年教育部宣布恢复研究生招生制度以来，我国研究生教育规模(包括毕业人数、招生人数、在校人数)逐渐扩大，现在已然成为实实在在的研究生教育大国[1]。2020 年 9 月 22 日，教育部在介绍《关于加快新时代研究生教育改革发展的意见》等有关情况时提到，截止到 2020 年我国研究生在校生已经达 313.96 万人的规模[2]，早已突破《学位与研究生教育发展“十三五”规划》的 2020 年在学研究生教育规模达 290 万人的指标[3]。

研究生教育规模的持续发展离不开我国研究生教育发展战略的有效指导。去年 7 月，习近平总书记在关于研究生教育工作的重要指示当中，对研究生教育改革提出了“坚持‘四为’方针，瞄准科技前沿和关键领域，深入推进学科专业调整，提升导师队伍水平，完善人才培养体系，加快培养国家急需的高层次人才”的明确要求，深刻揭示了我国研究生教育发展的大方向、大趋势、大格局，是我们做好下一步工作的根本遵循和行动指南[2]。处于知识经济时代，高层次人才的培育与储备已然成为在综合国力对比中的最重要因素，因此研究生教育的战略性和重要性更加凸显。同时，当前中国特色社会主义进入新时代，正处于世界百年未有之大变局，中华民族伟大复兴战略全局的关键时期，我国研究生教育正在经历从大到强的转变，国内经济社会发展面临转型升级、高质量发展的挑战，人民群众对研究生教育的需求也更加多样化[2]。

基于此，本研究选取了《中国统计年鉴》2011~2019 年我国研究生教育的毕业人数、招生人数、在校人数等相关数据，构建 GM(1,1)数学模型，对我国 2020~2025 年研究生教育规模的发展趋势进行计算预测分析，旨在为有关部门制定研究生教育发展相关政策时提供一些较为科学的参考依据。

## 2. 资料来源及方法

### (一) 资料来源

本文所需数据均来源于 2011~2019 年《中国统计年鉴》，数据来源真实、可靠。

### (二) 研究方法

灰色预测是根据灰色系统理论将一些原本看似毫无规律的数据进行综合累加,生成较为直观、有规律的数据,从而找出系统内在的特征与逻辑。本研究将采用 GM(1,1)函数模型,即一阶一元灰色模型预测方法。此方法对所研究的样本数量与数据分布均没有严格要求,适用性较强[4]。

正式建立模型之前需进行建模可行性分析。首先,通过计算现有数列的级比情况大致判断研究数据是否完全适合使用此方法进行初步建模;若级比无法完全通过,则需对现存部分数据进行优化处理,直到现有级比检验顺利通过;其次,逐步开展模型建立工作;最后,开展模型检验和预测等工作[5]。主要步骤包括:① 进行级比检验并分析建模可行性,若首次级比检验不完全通过,则需对原数列进行平移变换处理,使其所有级比数值都通过检验;② 对原数列  $X^{(0)}$  进行一次累加,AGO (累加生成)为:  $x_k^{(1)} = \sum_{i=1}^k x_i^{(0)}$ ,  $k=1,2,\dots,n$ ;③ 构建数据矩阵  $B$  及数据向量  $Y$ ,求得预测模型方程式;④ 对模型预测结果进行对照检验,见表 1。

**Table 1.** Comparison table of GM(1,1) model accuracy test

**表 1.** GM(1,1)模型精度检验对照表

模型精度登记	$P$	$C$
I 级(好)	>95%	<0.35
II 级(合格)	>80%	<0.50
III 级(勉强)	>70%	<0.65
IV 级(不合格)	$\leq 70\%$	>0.65

### (三) 统计处理

通过描述性统计对我国 2011~2019 年研究生教育规模的发展状况(包括毕业人数、招生人数、在校人数)进行分析,并利用 GM(1,1)模型对我国 2020~2025 年研究生教育规模(包括毕业人数、招生人数、在校人数)进行预测分析。本文所需数据的整理与录入、模型的建立以及求解工作均在 EXCEL 软件中进行[6]。

## 3. 结果分析

### (一) 我国研究生教育规模发展现状

由表 2 可知,在 2011~2019 年的九年时间里,我国研究生教育规模(包括毕业人数、招生人数、在校人数)呈现不断增长的趋势,毕业人数从 429,994 人增长至 639,666 人,年平均增长率为 5.14%;招生人数从 560,168 增长至 916,503,年平均增长率为 6.49%;在校人数从 1,645,845 人增长至 2,863,712 人,年平均增长率为 7.56%。

**Table 2.** Scale of postgraduate education in China, 2011~2019

**表 2.** 2011~2019 年我国研究生教育规模

年份	毕业人数(人)	招生人数(人)	在校人数(人)
2011	429,994	560,168	1,645,845
2012	486,455	589,673	1,719,818
2013	513,626	611,381	1,793,953
2014	535,863	621,323	1,847,689
2015	551,522	645,055	1,911,406

## Continued

2016	563,938	667,064	1,981,051
2017	578,045	806,103	2,639,561
2018	604,368	857,966	2,731,257
2019	639,666	916,503	2,863,712
年平均增长率(%)	5.14	6.49	7.56

数据来源：中华人民共和国国家统计局《中国统计年鉴》。

## (二) GM(1,1)模型预测过程及结果

## 1. 建立时间序列

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(9)) = (429994, 486455, \dots, 639666)$$

经计算, 该数列所有级比数值完全落入在区间  $\sigma(k) = \frac{x^{(0)}(k-1)}{x^{(0)}(k)}$  内, 即区间(0.818730753, 1.221402758)

内, 表示完全通过级比检验, 可继续进行模型的建立。

## 2. 通过累加构造生成列

$$(429994, 916449, 1430075, 1965938, 2517460, 3081398, 3659443, 4263811, 4903477)$$

3. 构造数据矩阵  $B$  和数据向量  $Y$ 

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(1)+x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2)+x^{(1)}(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(8)+x^{(1)}(9)] & 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} x_2^{(0)}(2) \\ x_2^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x_2^{(0)}(9) \end{bmatrix}$$

经计算  $B^T B$ ,  $(B^T B)^{-1}$ ,  $\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y$ , 得到:  $a = -0.0355363$ ,  $b = 468117.7882$ ,  $\frac{b}{a} = -13172946.6$ 。

因此, 可建立我国研究生教育毕业人数的 GM(1,1)预测模型

$$\hat{X}^{(1)}(k+1) = 13602940.6e^{0.0355363k} - 13172946.6$$

同理, 我国研究生教育招生人数的序列也通过级比检验。经过计算, 得到研究生招生人数的  $a = -0.070627867$ ,  $b = 491084.0173$ ,  $\frac{b}{a} = -6953119.775$ 。因此, 可建立我国研究生教育招生人数的 GM(1,1)预测模型

$$\hat{X}^{(1)}(k+1) = 7513287.775e^{0.070627867k} - 6953119.775$$

同理, 经计算, 我国研究生教育在校人数的数列  $X_1^{(0)}$  所有级比数值不完全落入在区间  $\sigma_1(k) = \frac{x_1^{(0)}(k-1)}{x_1^{(0)}(k)}$  内, 即区间(0.818730753, 1.221402758)内, 表示无法完全通过级比检验, 需要对此数列  $X_1^{(0)}$  作平移变换处理, 使其所有级比数值均落入在区间  $\sigma_2(k) = \frac{x_2^{(0)}(k-1)}{x_2^{(0)}(k)}$  内。故取常数  $m$  作平移变换

处理,

$$X_2^{(0)}(k) = X_1^{(0)}(k) + m, \quad (m = 1000000; k = 1, 2, \dots, 9)$$

如表 3 所示, 经过平移变换处理后的新数列

$$X_2^{(0)} = (x_2^{(0)}(1), x_2^{(0)}(2), \dots, x_2^{(0)}(9)) = (2645845, 2719818, \dots, 3863712)$$

**Table 3.** Scale of postgraduate education in China (after translation and Transformation), 2011~2019  
**表 3.** 2011~2019 年我国研究生教育规模(平移变换处理后)

年份	毕业人数(人) (控制不变)	招生人数(人) (控制不变)	在校人数(人) (平移变换处理)
2011	-	-	2,645,845
2012	-	-	2,719,818
2013	-	-	2,793,953
2014	-	-	2,847,689
2015	-	-	2,911,406
2016	-	-	2,981,051
2017	-	-	3,639,561
2018	-	-	3,731,257
2019	-	-	3,863,712
年平均增长率(%)	-	-	5.03

经计算, 新数列所有级比数值均完全落入在区间  $\sigma_2(k) = \frac{x_2^{(0)}(k-1)}{x_2^{(0)}(k)}$  内, 即区间(0.818730753,

1.221402758)内, 表示可继续进行模型的建立。

通过累加构造生成行的列, (2645845, 5365663, 8159616, 11007305, 13918711, 16899762, 20539323, 24270580, 28134292)。

再构造数据矩阵  $B$  和数据向量  $Y$ :

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x_2^{(1)}(1) + x_2^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x_2^{(1)}(2) + x_2^{(1)}(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x_2^{(1)}(8) + x_2^{(1)}(9)] & 1 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} x_2^{(0)}(2) \\ x_2^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x_2^{(0)}(9) \end{bmatrix}$$

经计算  $B^T B$ ,  $(B^T B)^{-1}$ ,  $\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y$ , 得到:  $a = -0.057923365$ ,  $b = 2349417.829$ ,  $\frac{b}{a} = -40560796.86$ 。因此, 可建立我国研究生教育在校人数的 GM(1,1)预测模型

$$\hat{X}_2^{(1)}(k+1) = 43206641.86e^{0.057923365k} - 40560796.86$$

#### 4. 模型检验

经计算,我国研究生教育毕业人数的平均相对误差为 0.94%,后验差比值  $C$  为 0.100509612 (小于 0.35),模型精度  $P$  为 99.06%,这意味着模型精度较高。同理,经计算,我国研究生教育招生人数的平均相对误差为 3.72%,后验差比值  $C$  为 0.250555172 (小于 0.35),模型精度  $P$  为 96.28%。再者,经计算,我国研究生教育在校人数的平均相对误差为 3.46%,后验差比值  $C$  为 0.303305865 (小于 0.35),模型精度  $P$  为 96.54%。经过模型分析验证,所有后验差比值  $C$  均小于 0.35,参照表 1 可知,所建立模型的精度都处于 I 级(好)以上,均具有较准确的预测结果。因此,可以充分利用所建立模型对我国研究生教育规模发展进行中长期预测分析研究,实际值与预测值详细参见表 4~6,具体拟合效果参见图 1~3。

**Table 4.** Comparison between the actual and predicted numbers of graduates of graduate education in China  
**表 4.** 我国研究生教育毕业人数实际值与预测值对比

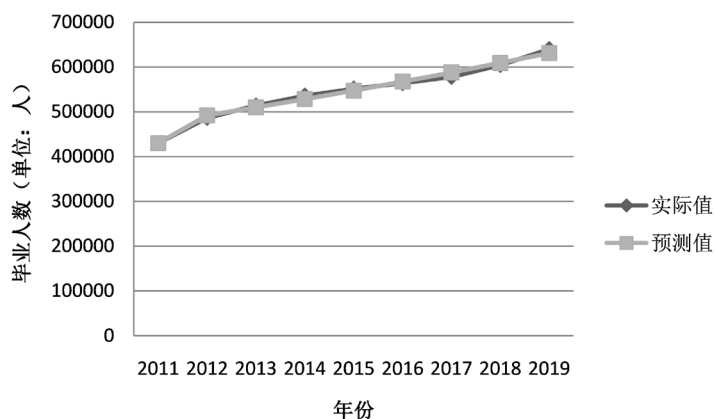
年份	毕业人数(人)		
	实际值	预测值	相对误差
2011	429,994	/	/
2012	486,455	492,090	-0.01
2013	513,626	509,891	0.01
2014	535,863	528,337	0.01
2015	551,522	547,450	0.01
2016	563,938	567,254	-0.01
2017	578,045	587,774	-0.02
2018	604,368	609,037	-0.01
2019	639,666	631,069	0.01

**Table 5.** Comparison between the actual and predicted numbers of admissions of graduate education in China  
**表 5.** 我国研究生教育招生人数实际值与预测值对比

年份	招生人数(人)		
	实际值	预测值	相对误差
2011	560,168	/	/
2012	589,673	549,836	0.07
2013	611,381	590,074	0.03
2014	621,323	633,256	-0.02
2015	645,055	679,599	-0.05
2016	667,064	729,334	-0.09
2017	806,103	782,707	0.03
2018	857,966	839,987	0.02
2019	916,503	901,459	0.02

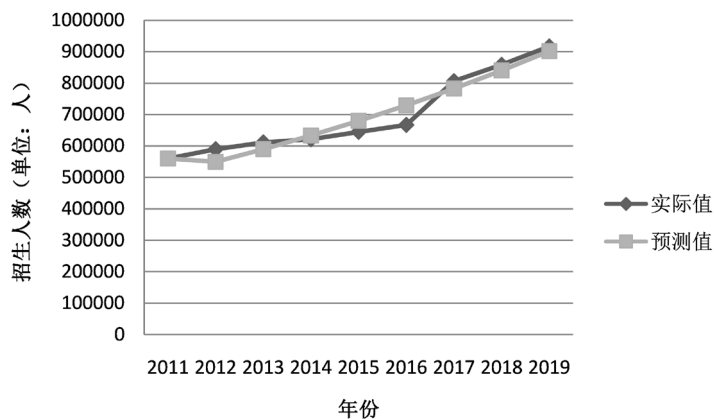
**Table 6.** Comparison between the actual and predicted numbers of school enrollments of graduate education in China  
**表 6.** 我国研究生教育在校人数实际值与预测值对比

年份	在校人数(人)		
	实际值	预测值	相对误差
2011	1,645,845	/	/
2012	1,719,818	1,576,576	0.05
2013	1,793,953	1,730,227	0.02
2014	1,847,689	1,893,040	-0.02
2015	1,911,406	2,065,563	-0.05
2016	1,981,051	2,248,375	-0.09
2017	2,639,561	2,442,087	0.05
2018	2,731,257	2,647,352	0.02
2019	2,863,712	2,864,858	-0.00



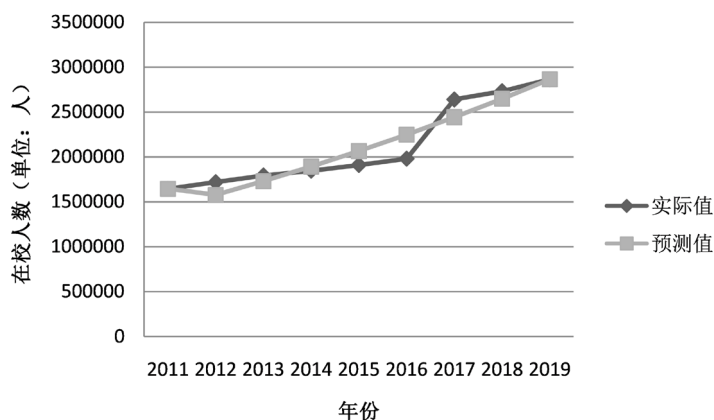
**Figure 1.** The fitting of GM(1,1) prediction model for the number of graduate students in China

**图 1.** 我国研究生教育毕业人数 GM(1,1)预测模型拟合情况



**Figure 2.** The fitting of GM(1,1) prediction model for admissions of graduate education in China

**图 2.** 我国研究生教育招生人数 GM(1,1)预测模型拟合情况



**Figure 3.** The fitting of GM(1,1) prediction model for school enrollments of graduate education in China

**图 3.** 我国研究生教育在校人数 GM(1,1)预测模型拟合情况

### (三) GM(1,1)模型预测结果与误差分析

由表 7 可知, 2020~2025 年我国研究生教育规模(包括毕业人数、招生人数、在校人数)将保持稳步增长的趋势。其中, 教育部在 2020 年 9 月 22 日介绍《关于加快新时代研究生教育发展的意见》等有关情况提到, 截止到 2020 年我国研究生教育已经达 313.96 万人的规模[2]。这不仅表明所建模型的预测值与实际值的吻合程度较高, 也表明了十四五期间的研究生教育规模发展趋势与其在 2011~2019 年的历史发展规律基本相符。

**Table 7.** Prediction results of GM(1,1) model for graduate education scale in China

**表 7.** 我国研究生教育规模的 GM(1,1)模型预测结果

年份	毕业人数(人)	招生人数(人)	在校人数(人)
2020	653,898	967,430	3,095,334
2021	677,553	1,038,228	3,339,554
2022	702,064	1,114,207	3,598,338
2023	727,461	1,195,747	3,872,554
2024	753,777	1,283,254	4,163,123
2025	781,045	1,377,165	4,471,020

由表 8 可知, 我国研究生教育在毕业人数方面, GM(1,1)函数模型的平均相对误差为 0.01, 在招生人数方面, 平均相对误差为 0.04, 在在校人数方面, 平均相对误差为 0.03。由此可见, 所建立的三个模型预测精度都具有较高的水平。

**Table 8.** Relative error of GM(1,1) prediction model for graduate education scale in China

**表 8.** 我国研究生教育规模的 GM(1,1)预测模型相对误差

年份	毕业人数	招生人数	在校人数
2011	/	/	/
2012	-0.01	0.07	0.05
2013	0.01	0.03	0.02



## Continued

2014	0.01	-0.02	-0.02
2015	0.01	-0.05	-0.05
2016	-0.01	-0.09	-0.09
2017	-0.02	0.03	0.05
2018	-0.01	0.02	0.02
2019	0.01	0.02	-0.00
平均相对误差	0.01	0.04	0.03

## 5. 讨论

研究生教育承担着为党和国家培养高层次人才的重要任务，是最高层次的学历教育。从 1949 年新中国成立开始，我国研究生教育规模已经从最初的在学人数 600 余人，发展到如今超过 300 万人的大规模。纵观事物的发展，基本遵循着由小到大，再到从大变强的规律，目前我国的研究生教育正处于从大变强的重要历史时刻[2]。

根据模型的预测结果来看，十四五期间我国研究生教育规模，无论是毕业人数，招生人数还是在校人数，都将保持稳步增长，这一方面表明我国政府高度重视高层次学历教育，持续加大对研究生教育的投入，培养更多的高层次人才。另一方面体现社会对学历教育的认可与关注，从过去的九年义务教育普及，到高中应然化，再到本科教育大众化，如今国家继续加大对研究生教育的投入，这对于老百姓而言显然是一个“重视教育”的积极信号。

然而，在全社会营造“全民学习、终身学习”的良好环境中全力推动我国高层次教育普及化的进程中，有关部门必须正确认识并处理好研究生教育的数量和质量的关系[1]。不能一味扩大学生的进口，追求招生的高指标。各级党委和政府必须高度重视研究生教育，严格把关学生的出口，确保研究生教育的数与质的高度统一，推动研究生教育适应党、国家事业和全社会的发展需要[2]。

## 参考文献

- [1] 张福平, 刘兴凯, 王凯. 基于灰色模型的我国研究生教育规模预测[J]. 数学的实践与认识, 2019, 49(15): 318-323.
- [2] 中共中央教育部发布《关于加快新时代研究生教育改革的意见》[Z]. [http://www.gov.cn/fuwu/2020-09/23/content\\_5546215.htm](http://www.gov.cn/fuwu/2020-09/23/content_5546215.htm), 2020-09-23.
- [3] 教育部. 国务院学位委员会关于印发《学位与研究生教育发展“十三五”规划》的通知[Z]. 教研[2017]1号. [http://www.gov.cn/xinwen/2017-01/20/content\\_5161660.htm](http://www.gov.cn/xinwen/2017-01/20/content_5161660.htm), 2017-01-20.
- [4] 邓聚龙. 灰色系统理论教程[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1990.
- [5] 辛怡, 马蔚姝, 李惠, 等. “十三五”时期我国卫生总费用占国内生产总值比重预测[J]. 现代预防医学, 2018, 45(10): 1804-1808.
- [6] 丁海峰, 高凯, 姜茂敏. 基于灰色 GM(1,1)模型的上海市卫生总费用预测研究[J]. 医学与社会, 2020, 33(6): 42-46.